

# Aplikace matematiky

---

## Recenze

*Aplikace matematiky*, Vol. 23 (1978), No. 4, 300–314

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/103755>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1978

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECESE

*D. A. Pospelov*: RECHNERSYSTEME. Teubner, Leipzig, 1975 str. 230, 83 obrázků. Překlad z ruštiny.

Snahy po lepším využití jednotlivých konstrukčních celků počítače, po zvyšování jejich výkonu a spolehlivosti a v poslední době i požadavky dialogového režimu práce vedly k tomu, že moderní počítače se mění na systém samostatných částí vykonávajících specializované činnosti, které si navzájem předávají svoje výsledky a pracují v rozsáhlé míře paralelně.

Tomuto aspektu architektury moderních počítačů je věnována tato kniha. Její prvá (větší) část je věnována otázkám paralelní práce částí počítačového systému, druhá pak otázkám spojeným s multiprogramováním. V první se nejdříve probírají problematika vyjadřování paralelních procesů (příkazy fork, joint, wait, a p., grafické znázornění), pak kriteria segmentace úloh a přidělování segmentů k prvkům počítačového systému i způsoby celkové organizace procesu v počítačovém systému. Poté autor pojednává o výkonu systému, uvádí řadu vzorců pro jeho odhad u úloh různých typů a ukazuje, jak nejlépe volit počty prvků určitého typu v systému. Nakonec se probírají principy organizace paměti a časové nároky přenosů dat.

Druhá část knihy (cca 60 str.) je věnována problémům multiprogramování a to jak pro případy dávkového zpracování tak pro využívání počítačového systému v dialogovém režimu práce (otázky ochrany paměti, dispečinku).

Kniha je vhodná pro studenty vyšších ročníků počítačových směrů, pro aspiranty a specialisty v této oblasti. Předpokládá znalosti základů teorie automatů, algoritmů a matematické logiky. Málo místa je v ní věnováno otázkám spolehlivosti počítačových systémů, jejichž důležitost stavbou stále náročnějších zařízení pracujících v reálném čase rok od roku vzrůstá. Kniha je doplněna velmi rozsáhlými a vyčerpávajícími seznamy literatury, dovedenými však, bohužel, jen do roku 1970.

Je škoda, že čtenáři dostávají tuto zajímavou monografii, jejíž rukopis byl dokončen patrně v letech 1969 až 1970, teprve nyní, kdy řešení problematiky v ní probírané bylo již obohaceno mnoha dalšími významnými výsledky.

*Jiří Raichl*

*W. Brauch*: PROGRAMMIERUNG MIT FORTRAN. (Programování ve FORTRANu). B. G. Teubner, Stuttgart, 1977, 189 str., 31 obr., 10.80 DM, 3. vydání. 13. svazek řady Studien-skripten.

Kniha je stručným úvodem do programování (její první třetina je věnována vlastnostem počítačů z uživatelského hlediska a zejména pak algoritmicizaci úloh opírající se o bloková schémata) a do základů jazyka FORTRAN IV. Je určena vysokoškolákům, zejména technických zaměření, kteří mají zvládnout základní rysy programování tak, aby byli schopni si sami zpracovat nepříliš náročné úlohy.

Kniha je psána velmi přístupně a výklad je spíše než uváděním přesných syntaktických a sémantických definic nesen značným množstvím velmi instruktivních příkladů. Algoritmizace, patrně se zřetelem na to, že algoritmy budou vyjadřovány ve FORTRANu, je podána spíše klasickým způsobem, než aby se opírala o novější přístupy strukturovaného programování.

Náš čtenář, který by se rád seznámil se základy FORTRANu, asi raději sáhne po knize Voglově (Programování v jazyku FORTRAN, SNTL, 1973), která seznámí s FORTRANem do větší hloubky a je u nás snáze dostupná.

*Jiří Raichl*

*Gerhard Wunsch: SYSTEMTHEORIE.* Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K. - G., Leipzig, 236 stran, 86 obrázků, cena M 29,50.

Kniha podává matematicky jednotné zpracování různých partií teorie systémů. Je rozdělena na 4 kapitoly.

1. kapitola je věnována základním matematickým, převážně množinovým pojmům, s kterými se dále pracuje a základním pojmům teorie systémů.

2. kapitola pojednává o deterministických systémech. V první části jsou probírány systémy se spojitým časem, ve druhé části systémy s diskretním časem.

3. kapitola, která je nejrozsáhlejší, se zabývá lineárními deterministickými systémy. V prvních dvou částech jsou zaváděny potřebné algebraické pojmy, pojmem grupy počínaje a konečným tělesem konče. Potom jsou probírány po řadě lineární deterministické systémy se spojitým a diskretním časem.

4. kapitola je věnována lineárním stochastickým procesům.

Kniha předpokládá jisté znalosti jak z příslušných partií matematiky, tak vědomosti aspoň o některých speciálních typech systémů. Ačkoliv v textu jsou zaváděny všechny potřebné pojmy, je jejich výklad natolik stručný, že pro čtenáře, který neabsolvoval alespoň základní kurs algebry a teorie pravděpodobnosti bude asi kniha dosti nesrozumitelná. Navíc do některých matematických definic se vloudily formální nepřesnosti.

Čtenáři s matematickým zázemím asi tak na úrovni prvního dvouletí matematických nebo technických vysokých škol poskytne kniha velmi přehledný, systematický a dostatečně reprezentativní přehled o současné teorii systémů.

Odkazy na literaturu k dalšímu studiu jsou orientovány na díla publikovaná v NDR a nelze je chápat jako přehled základních monografií.

*Michal Chytil*

*B. Brosowski, R. Kreß: EINFÜHRUNG IN DIE NUMERISCHE MATHEMATIK I.* Bibliographische Institut AG, Mannheim 1975, 223 str.

Recenzovaná kniha je prvním svazkem dvoudílné vysokoškolské učebnice numerické matematiky, určené studentům matematiky a matematické informatiky. Autoři v této knize zpracovali svoje přednášky z teoretických základů numerické matematiky, konané pro studenty 2. ročníku na universitě v Göttingenu.

V první kapitole jsou uvedeny základní pojmy funkcionální analýzy. Na příkladech jsou procvičeny některé základní vlastnosti metrických, normovaných, součinných prostorů a lineárních operátorů v normovaných prostorech. Je zde pojednáno o derivaci operátorů v normovaném lineárním prostoru a uvedeny základní vlastnosti monotonních operátorů.

Druhá kapitola je věnována řešení systému algebraických rovnic. V lineárním případě autoři uvádějí eliminační metodu Gaussovu a základy teorie iteračních metod; v nelineárním případě je studována metoda Newtonova.

V poslední kapitole autoři probírají základy teorie aproximace v normovaných a součinných prostorech. Jsou zde uvedeny věty Korovkina a Weierstraße a dokázány některé vlastnosti Fourier-

rových řad. Krátce je pojednáno o Čebyševské aproximaci. V závěru knihy jsou studovány vlastnosti nejlepší aproximace spojité funkce.

Celá kniha je napsána přehledně a promyšleně. Jednotlivé odstavce jsou doplněny příklady k dalšímu procvičení s uvedeným návodem řešení. Kniha je přístupná širšímu okruhu čtenářů.

*Karel Najzar*

*Peter Pipe: PRACTICAL PROGRAMMING.* Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington, New York 1977, str. 68.

Kniha vyšla poprvé v roce 1966, v roce 1977 byla vydána znovu. Týká se programovaného vyučování a je určena především učitelům a instruktorům odborného výcviku v oblastech průmyslu a obchodu.

Programované vyučování se objevilo jako reakce na prohlubující se nedostatky současné úrovně vzdělávacího systému. Tento způsob vyučování nutí žáka, aby převzal aktivní úlohu ve vzdělávacím procesu a umožňuje mu zvolit si takové tempo, které mu vyhovuje.

Kniha má šest kapitol: Úvod, Dnešní stav programování, Příprava programu, Psaní programu, Testování a opravy, Kultura úpravy.

V úvodu seznamuje autor čtenáře s pojmem programované vyučování, objasňuje důvody jeho vzniku a uvádí výhody této metody.

Druhá kapitola obsahuje několik základních principů a charakteristik programovaného vyučování. Autor krátce naznačuje, jakým vývojem prošlo programované vyučování a podává stručné charakteristiky dvou hlavních trendů v současném programovaném vyučování — lineárního a větveného programování. Autor sám se nepřiklání ani k jednomu z obou směrů, a proto popisuje objektivně jejich výhody i nevýhody.

Třetí až pátá kapitola se týká již samotného programování. Třetí kapitola naznačuje, jak je třeba postupovat před zahájením psaní vlastního programu. Čtvrtá kapitola se zabývá otázkami týkajícími se samotného programu, podrobněji objasňuje rozdíl mezi oběma typy programování. Pátá kapitola informuje, jak postupovat při ověřování správnosti a adekvátnosti programu.

V poslední kapitole autor předkládá několik myšlenek a nápadů týkajících se literárních kvalit programu, slov a ostatních symbolů vizuální komunikace.

Autor se snaží o to, aby kniha byla spíše příručkou než vědeckou prací, a proto je zaměřena spíše na praktické problémy při psaní programů.

*Rita Lieblová*

*J. E. Marsden, M. McCracken: THE HOPF BIFURCATION AND ITS APPLICATIONS.* Springer - Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1976. 56 obrázků, 408 stran. Cena DM 36,20.

Mnoho fyzikálních a dalších jevů je popsáno rovnicemi (např. obyčejnými diferenciálními nebo parciálními diferenciálními), ve kterých vystupují parametry. Devatenáctý svazek serie "Applied Mathematical Sciences" (editoři: F. John, J. P. LaSalle, L. Sirovich, G. B. Whitham) pojednává o tzv. Hopfových bifurkačních větvích, které popisují vlastnosti řešení rovnic s parametry zejména z hlediska jednoznačnosti (větvení) a stability.

Poměrně úsporně psaná teorie je doplněna řadou praktických příkladů (např. problém turbulence, populační modely, ...). Též je zařazen anglický překlad originálního Hopfova článku (z r. 1942) o zkoumané problematice, který je opatřen aktualizujícími poznámkami překladatelů.

Publikace vznikla na základě práce semináře v Berkeley v r. 1973—74 (na některých kapitolách se podíleli i další členové semináře: P. Chernoff, G. Childs, S. Chow, J. R. Dorroh, J. Guckenheimer, L. Howard, N. Koppel, O. Lanford, J. Mallet-Paret, G. Oster, O. Ruiz, S. Schecter,

D. Schmidt, S. Smale). A právě jako základ pro činnost seminářů u nás, které se budou chtít věnovat této populární problematice (dokladem o významu a popularitě této tematiky ve světě svědčí např. počet referátů na pražské konferenci Equadiff 4), bude jistě tato knížka s bohatým seznamem literatury velmi užitečnou pomůckou.

*Svatopluk Fučík*

*T. W. Anderson, Somesh Das Gupta, George P. H. Styan: A BIBLIOGRAPHY OF MULTI-VARIATE STATISTICAL ANALYSIS.* Robert E. Krieger Publishing Company, Huntington (New York) 1977. Stran X + 642, cena neuvedena.

Kniha je reedici původního vydání z roku 1972 (Oliver & Boyd, Edinburgh), které bylo podrobně recenzováno Z. Šidákem v Aplikacích matematiky roč. 21 (1976), č. 5, str. 390–391. Vzhledem k tomu, že nové vydání neobsahuje žádné opravy ani doplňky, odkazují čtenáře na tuto recenzi. Zde mohou pouze znovu konstatovat, že jde o dílo pozoruhodné, velmi obsáhlé a perfektně zpracované. Škoda jen, že se je autoři nepokusili doplnit a tím aktualizovat; od r. 1972 poměrně značně zastaralo, neboť obsahuje citace článků jen do r. 1966 a knih do r. 1970. Zvláště v případě článků je toto omezení citelné, uvědomíme-li si, jak rychle se rozvíjejí moderní metody mnohorozměrné statistické analýzy v posledních letech.

*Jaroslav Hustý*

*N. J. Vilenkin: KOMBINATORIKA.* Polytechnická knižnice, sv. 74, II. řada — příručky. Z ruského originálu přeložil RNDr. Oldřich Odvárko, vydalo SNTL, Nakladatelství technické literatury, Praha, v koedici s nakladatelstvím Mir, Moskva, v roce 1977, stran 300, obr. 56, tabulek 8, cena brožovaného výtisku Kčs 34,—.

Vyšla knížka, v níž se snoubí beletrie s matematikou. Beletristicky je zpracována první část, jež tvoří asi dvě třetiny textu. Je rozdělena do sedmi kapitol, jejichž názvy zde pro informaci uvádím:

I. Obecná pravidla kombinatoriky. II. Variace, permutace a kombinace. III. Kombinatorické úlohy s omezujícími podmínkami. IV. Kombinatorika rozkladů. V. Kombinatorika na šachovnici. VI. Rekurentní vzorce. VII. Kombinatorika a řady.

Druhá část knížky je úlohová a nečiní si nároků na původnost. Autor do ní zařadil 439 úloh, jež převzal z několika knih (W. A. Whitworth, J. Riordan, A. M. Jaglom - I. M. Jaglom) a také z různých sborníků matematických olympiád.

Svazek je psán pro široké vrstvy zájemců, pro středoškolské i vysokoškolské studenty, pro učitele matematiky i pro středoškolské profesory a dá se používat rovněž jako zajímavá sbírka příkladů.

Na závěr uvádím několik nedopatření, jež jsem při četbě našel. Tak na str. 51 je chybně uvedena závěrečná část vzorce (20). Na str. 67 ve vzorci (7) místo prvního + má být = a na téže straně v první poznámce pod čarou zřejmě nejde o násobení čísel  $a_i$ . Na str. 84 dole je nedopatření v rozkladu čísla 360. Řešení úlohy 228 na str. 256 není správné; zapomnělo se totiž na posloupnosti v nichž  $q$  je racionální necelé a také na  $q = 1$ . V řešení úlohy 232 na str. 257 místo  $C_{N+1}^2$  má být  $C_N^2$ , avšak toto číslo má značit počet neuspořádaných dvojic, v nichž  $A \neq B$  (zatímco  $N^2$  je počet uspořádaných dvojic bez omezení). Středoškolského čtenáře bude asi rušit, že se tu kombinační číslo  $\binom{n}{k}$  označuje  $C_n^k$ , což je v rozporu s naší normou a neuzivá se ani ve vědeckých pracích (srovnej "Kombinatorické identity" od J. Kauckého). V šachové terminologii jsou zavedeny názvy dáma a jezdec (královna a kůň jsou vyjádření spíše slangová).

*Jiří Sedláček*

Roberto Botto Mura, Akbar Rhemtulla: ORDERABLE GROUPS. Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Volume 27. Marcel Dekker, Inc., 270 Madison Avenue, New York 1977. Str. 176, cena SFRs. 66,—.

Jak název napovídá, pojednává kniha o grupách, které je možné lineárně uspořádat tak, aby násobení zleva i zprava toto uspořádání nenarušilo, tj. aby bylo kompatibilní. Obsahem prvních dvou kapitol jsou vztahy mezi algebraickou strukturou grupy a jejím lineárním uspořádáním. Třetí kapitola knihy se zabývá grupami, ve kterých lze každé jejich částečné kompatibilní uspořádání rozšířit na kompatibilní uspořádání lineární. O grupách, ve kterých platí implikace

$$x_1 g x_1^{-1} x_2 g x_2^{-1} \dots x_n g x_n^{-1} = e \Rightarrow g = e,$$

kde  $e$  je jednotkový prvek, pojednává kapitola čtvrtá. Snadno se přesvědčíme, že lineárně uspořádané grupy citovanou implikací splňují. Tématem páté kapitoly jsou otázky vnořitelnosti lineárně uspořádané grupy do některých typů grup nebo i okruhů. V kapitole šesté jsou pak zkoumány vlastnosti grup, které je možné konečným nebo spočetným způsobem kompatibilně lineárně uspořádat. Konečně obsahem poslední, sedmé kapitoly je v jistém smyslu zobecnění předcházejících úvah. Totiž jsou zde vyšetřována jednostraně kompatibilní uspořádání (lineární i částečná) na grupách. Dodatek knihy je věnován pojmu uspořádaný okruh. Knihu lze vřele doporučit každému, kdo má zájem o uspořádané algebraické struktury.

Bedřich Pondělíček

A. N. Kolmogorov, S. V. Fomin: ZÁKLADY TEORIE FUNKCÍ A FUNKCIONÁLNÍ ANALÝZY. SNTL Praha, 1975, stran 584, cena 60,— Kčs.

Knihy A. N. Kolmogorova a S. V. Fomina podává přehledný úvod k řadě disciplín moderní matematiky. Vychází přitom z předpokladu znalosti základů klasické analýzy. Představu o rozsahu knihy poskytne nejlépe přehled jednotlivých částí: 1. Základy teorie množin. 2. Metrické a topologické prostory. 3. Normované a topologické lineární prostory. 4. Lineární funkcionály a lineární operátory. 5. Míra, měřitelné funkce, integrál. 6. Neurčitý Lebesgueův integrál. Obecné věty o derivaci. 7. Prostory integrovaných funkcí. 8. Trigonometrické řady. Fourierova transformace. 9. Lineární integrální rovnice. 10. Základy diferenciálního počtu v lineárních prostorech.

Navíc je připojen dodatek z pera V. M. Tichomirova: „Banachovy algebry“.

Je pochopitelné, že při tak velkém rozsahu mohou být v jednotlivých částech vyloženy pouze základy příslušných teorií. Tyto základy jsou však podány srozumitelně a se zdůrazněním vnitřních souvislostí jednotlivých částí. Zájemce o hlubší studium může čerpat z bohaté literatury, uvedené na závěr, kterou překladatelé ještě doplnili odkazy na dostupné základní české publikace.

Autoři překladu doplnili věcný rejstřík, přidali rejstřík symbolů a seznam označení. Tím přispěli k přehlednosti knihy. Snažili se přitom též odstranit případné chyby v originále a nejasná místa doplnit vlastním komentářem. To se jim mnohdy podařilo, některé nedostatky však bohužel unikly i jejich pozornosti. Namátkou uvádím poznámku na straně 34, kde překladatelé doplnili definici kartézského součinu, která v originále není uvedena, a odstavec „Lebesgueův integrál přes množinu nekonečné míry“, opravený ve srovnání s originálem. Naproti tomu poznámka překladatele na straně 77 je nesprávná, což souvisí s chybným tvrzením autorů knihy na straně 118, (ekvivalence zde uvedených axiomů uzávěru s axiomy uzavřených množin), které překladatelům uniklo. (Konkrétně: definujeme-li uzávěr libovolné množiny jako celý (neprázdný) prostor, jsou splněny axiomy uzávěru, uvedené v knize, ale prázdná množina není uzavřená.)

Celkově lze říci, že překlad knihy Kolmogorova a Fomina je přínosem pro českou matematickou literaturu a poskytne poučení zájemcům z řad fyziků, inženýrů, ale i matematiků.

Pavel Doktor

*K. W. Gruenberg, A. J. Weir: LINEAR GEOMETRY. Graduate Texts in Mathematics 49, Springer - Verlag New York, Heidelberg, Berlin 1977. 2. přepracované vydání, stran 198, cena neuvedena.*

Kniha je učebnicí lineární algebry. Je určena studentům nižších ročníků universit, technik a jiných vysokých škol. Nepředpokládá žádné předběžné znalosti.

V základní koncepci je užita osvědčená metoda spojení lineární algebry s geometrií. Tato metoda je užitečná nejen pro čtenáře matematika, ale zejména pro filosofy, přírodovědce a techniky, kteří ve svém oboru užívají matematiku nebo o ni mají zájem.

První kapitola obsahuje základní definice a nejelementárnější vlastnosti vektorového prostoru. V druhé kapitole je definován afinní a projektivní prostor a uveden vztah mezi oběma typy těchto geometrií. Isomorfismus vektorových prostorů, řešení systému lineárních rovnic a hlavní věta projektivní geometrie je obsahem třetí kapitoly. Čtvrtá kapitola se zabývá lineárním zobrazením, zavádí pojem duálního prostoru vektorového i projektivního. V páté kapitole je podána klasifikace symetrických bilineárních forem nad tělesem komplexních a reálných čísel, tedy v řeči geometrie klasifikace kvadrik v reálném a komplexním projektivním prostoru. Šestá kapitola se týká euklidovského prostoru, zejména struktury ortogonálních transformací. Obsah poslední kapitoly tvoří moduly nad okruhem, řešení problému podobnosti matic a klasifikace kolineací.

Každá kapitola je rozdělena na několik částí. Za každou z těchto částí následuje řada cvičení, jež přinášejí další informace. Sled cvičení začíná vždy jednoduchými úlohami. Řešení obtížnějších úloh je uvedeno na konci knihy. Podobný postup je zachován i ve stylu výkladu. Intuitivní geometrické představy jsou postupně přetvářeny ve zcela přesné matematické pojmy.

Autoři, zřejmě podle vlastních pedagogických zkušeností, vytvořili vynikající učebnici základů lineární algebry a projektivní geometrie. Je jen škoda, že podobných učebnic máme v české a slovenské literatuře málo.

*Josef Klouda*

*Yung-Chen Lu: SINGULARITY THEORY AND AN INTRODUCTION TO CATASTROPHE THEORY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1976, 199 str.*

V posledních letech vyvolává tzv. teorie katastrof (již její zakladatel R. Thom považuje spíše za metodu) značný zájem jak z hlediska možnosti a způsobů aplikace, tak svým matematickým obsahem. První články o metodě katastrof publikoval R. Thom v r. 1968, 1969, jeho základní kniha *Stabilité structurelle et morphogénèse* vyšla v r. 1972, ale již bibliografie uveřejněná ve sborníku *Dynamical Systems - Warwick 1974 (Lecture Notes in Mathematics 468)* uvádí asi 80 článků (publikovaných nebo v tisku) týkajících se souvislostí metody katastrof s rozmanitými nematematickými obory.

Metoda katastrof se nedá charakterizovat jednou větou; o její aplikační stránce se však dá říci, že jde o nový způsob použití matematiky (a to značně nových matematických výsledků a postupů) při zkoumání kvalitativních a náhlých změn v sепtí se změnami kvantitativními, povlovnými. Jako příklady lze uvést tlakovou vlnu, na jejíž frontě se některé veličiny mění nespojitě; problematiku fázových přechodů; embryonální vývoj organismu. Někdy, hlavně ve fyzice, lze takové děje vyjádřit pomocí běžných prostředků; často však, zejména v biologických a příbuzných oborech, nehodí se běžné matematické pojmy ani pro přiměřený kvalitativní popis, natož pro vystižení specifických zákonitostí. Potřebné další prostředky a přístupy má právě poskytnout metoda katastrof. Jako příklad — zdánlivě banální — uvedu následující situaci. Zvíře má strach i vztek; jestliže jeden z nich výrazně převládá, je výsledek (útěk nebo útok) jasný, jinak však bývá situace nestabilní: drobné okolnosti mohou rozhodnout o tom, k čemu dojde. Podobné situace jsou i při jiných konfliktních tendencích; možností může být i více. Je potřebný matematický popis, jenž by se hodil na dosti širokou třídu takových situací a mohl být podkladem pro hledání zákonitostí

a podle okolností i pro kvantitativní vystižení. Ukazuje se, že by se pro některé situace uvedeného druhu mohla jako prostředek popisu hodit soustava polí (tento název za chvíli vysvětlím) daná výrazem

$$F(u, x) = -x^3 + vx + w, \quad \text{kde } u = (v, w) \in \mathbb{R}^2.$$

Matematický aparát metody katastrof je zatím propracován jen zčásti; souvisí především s teorií singularit hladkých zobrazení a zároveň s některými partiemi kvalitativní teorie diferenciálních rovnic. O významu matematické stránky teorie katastrof — jak pokud jde o získané výsledky, tak i z hlediska otevřené problematiky — není pochyb. Aplikační stránka je však nyní ještě značně kontroverzní. Jako příklad velmi kladného hodnocení lze uvést výrok „v jistém smyslu se Thomova monografie dá porovnat jen s Newtonovými Principii“, obsažený v recenzi, která vyšla 30. listopadu 1973 v *The Times Higher Education Supplement*. Vyskytují se však nezdůvodněné i negativní názory, někdy formulované neméně zřetelně.

Zmíněné okolnosti jakož i velmi značná obtížnost Thomovy monografie vedly k tomu, že v poslední době bylo jednotlivým aspektům Thomovy koncepce věnováno několik knižních publikací, mezi něž patří též Luova práce. Vznikla ze série přednášek v Battelle Research Center, Seattle, U.S.A., v r. 1975; tyto přednášky byly určeny především pro některé zájemce o konferenci „Structural stability, catastrophe theory and their applications in the sciences“ (viz *Lecture Notes in Mathematics* 525) jako úvod do matematických základů metody katastrof.

Uvedené okolnosti způsobují také to, že vlastní recenzi se musí předeslat osvětlení některých základních pojmů a důležitých souvislostí. Budu přitom mít na zřeteli též vztahy k aplikacím, ač explicitně o nich skoro nebude zmínka, a nebudu předpokládat speciální znalosti.

Thomovu koncepci katastrof lze popisovat různými způsoby. Zde vezmeme za základ hladké zobrazení  $F$  jisté hladké variety  $B$  do prostoru  $\mathcal{V}(M)$  hladkých vektorových polí na jisté hladké varietě  $M$ ; takovému zobrazení budeme zde občas říkat též „soustava polí“. O to, co je hladká varieta a vektorové pole na ní, se teď nemusíme starat, neboť pro pochopení smyslu metody katastrof i obsahu Luovy knihy stačí se omezit na případ, že  $B$  a  $M$  jsou oblasti v euklidovských prostorech  $\mathbb{R}^p$ ,  $\mathbb{R}^n$  (jiz případ  $B = \mathbb{R}^2$ ,  $M = \mathbb{R}$  je důležitý a přitom názorný). Hladkost zde míníme existenci derivací všech řádů (někdy se předpokládá jen existence derivací do určitého řádu, tím si však nebudeme komplikovat výklad); hladkost zobrazení  $F: B \rightarrow \mathcal{V}(M)$  lze chápat jako hladkost pole  $F(u, x) = F(u)(x)$  na  $B \times M$ . Za předpokladu  $B \subset \mathbb{R}^p$ ,  $M \subset \mathbb{R}^n$  lze soustavu polí chápat jako obyčejnou vektorovou diferenciální rovnici  $dx/dt = F(u, x)$ , kde  $u$  je parametr.

Jedním z postupů, jež vedou k některým základním myšlenkám metody katastrof, je následující úvaha. Předpokládejme, že soustava  $F: B \rightarrow \mathcal{V}(M)$  slouží k vyjádření možných „způsobů chování“ jistého reálného objektu, a to takto:  $x \in M$  popisuje jeho „vnitřní stav“ v jednotlivých bodech, za určitých vnějších podmínek apod.;  $u \in B$  vyjadřuje tyto vnější podmínky, polohu bodů atd.;  $F(u)$  vyjadřuje „dynamiku“ veličiny  $x$  při pevném  $u$ ; určitý způsob chování objektu se popíše tak, že se každé hodnotě  $u \in B$  — možná s jistými výjimkami — přiřadí určitý stav  $x \in M$ , popř. určitá neprázdná množina stavů, v nichž může být objekt při této hodnotě  $u$  a při daném způsobu chování. Předpokládejme ještě, že reálné změny veličiny  $u$  jsou mnohem pomalejší než změny  $x$  (ovšem až na body, v nichž se  $F(u, x)$  anuluje, a jejich malá okolí) a že lze „v limitě“ zanedbat.

Za těchto okolností — jež, jak by se dalo doložit, se vyskytují dosti často — přichází pro každé  $u \in B$  v úvahu jako přiřazený stav (resp. množina stavů) jedině atraktor (obecnou definici atraktoru vynesčám; bod je atraktorem pole, když trajektorie procházející jeho dostatečně malým okolím končí „v limitě“ v tomto bodě). Bod neležící na žádném atraktoru se totiž stejně dostane po trajektorii pole velmi rychle na některý atraktor; případ trajektorie „odcházející do nekonečna“ a některé další situace ponecháváme zde stranou. Reálně možné způsoby chování se tudíž za uvedených okolností vyjádří tak, že se každému bodu  $u \in B$ , pro který je to možné, přiřadí atraktor



vektorového pole  $F(u)$ . Mají-li některá  $F(u)$  několik atraktorů, je ovšem „způsob chování“ určen teprve tehdy, když se pro každé  $u$  udá, který z nich to je.

Dospíváme tak k tomu, co R. Thom nazval metabolickým modelem. Je to soustava  $F: B \rightarrow \mathcal{V}(M)$  spolu s „výběrem atraktorů“, tj. zobrazením  $\delta$ , jež každému  $u \in B$ , pro které  $F(u)$  má aspoň jeden atraktor, přiřazuje jeden z těchto atraktorů. Příklady metabolických polí: (1)  $F(u, x) = -x^3 + vx + w$ , kde  $u = (v, w) \in \mathbb{R}^2$ ; bodu  $u$  je přiřazen atraktor  $\xi u$ , kde  $\xi u$  je nejmenší reálný kořen rovnice  $-x^3 + vx + w = 0$ ; (2) totéž, avšak s tím, že místo „nejmenší“ píšeme „největší“.

Velmi podstatnou úlohu má v Thomově koncepci pojem stability. Velmi zhruba řečeno, soustava  $F: B \rightarrow \mathcal{V}(M)$  je lokálně stabilní v bodě  $u_0 \in B$ , jestliže soustava  $F_1$ , která je dostatečně blízká k  $F$ , se v okolí bodu  $u_0$  kvalitativně neliší od  $F$  např. v tom smyslu, že se dá převést v soustavu  $F$  hladkými transformacemi variety  $B$  (v okolí bodu  $u_0$ ) a variety  $M$ ; tento náznak definice musí ovšem být precizován, a musí se vzít v úvahu to, že nejde jen o soustavy polí, nýbrž o metabolické modely. Myšlenku stability lze chápat také takto: pozmění-li se poněkud pravá strana rovnice  $dx/dt = F(u, x)$ , pak se v okolí bodu  $u_0$  celkové chování soustavy trajektorií v jistém smyslu kvalitativně nezmění. Z této formulace je patrné, že stabilitu zmíněného druhu lze považovat za jistou obdobu či vyjádření základní zásady reprodukovatelnosti experimentů, resp. možností zanedbat nepodstatné okolnosti pokusu.

Je-li soustava  $F: B \rightarrow \mathcal{V}(M)$ , resp. příslušné metabolické pole lokálně stabilní v okolí bodu  $u_0$ , nemusí ještě pole  $F(u_0)$  být samo stabilní, atraktory nemusí záviset spojitě na  $u$ , mohou být v okolí bodu  $u_0$  kvalitativně různé atd. „Výjimečné“ body, v nichž dochází k takovým situacím, se nazývají katastrofické (přesnou definici nebudeme zde uvádět). Příklad: bod  $u = (0, 0)$  pro soustavu  $F(u, x) = -x^3 + vx + w$ .

Můžeme nyní říci, že po matematické stránce spočívá metoda katastrof ve zkoumání soustav polí a metabolických modelů, a to zejména se zřetelem ke stabilitě, katastrofickým bodům a jejich klasifikaci, jakož i ve zkoumání příbuzných a bohatších útvarů. Bohatší útvary se dostanou např. tak, že se metabolický model doplní o vhodnou „dynamiku“ parametru  $u$ , totiž o další vektorovou diferenciální rovnici  $du/dt = G(u, x)$ , nebo že se zkoumají stochastické procesy navazující na daný metabolický model aj. Dodejme, že přidáním „dynamiky“ dospíváme od metabolického modelu k útvarům velmi blízkým těm, které se zkoumají v teorii relaxačních oscilací (viz J. F. Miščenko, N. Ch. Rozov, *Differencialnyje uravnenija s malym parametrom i relaksacionnyje kolebanija*, Moskva 1975) a v některých dalších partiích teorie diferenciálních rovnic (viz např. A. B. Vasiljeva, V. F. Butuzov, *Asimptotičeskije razloženiya rešenij singuljarno vozmuščennych uravnenij*, Moskva 1973).

Z hlediska aplikací spočívá metoda katastrof v tom, že se určité druhy jevů vyjadřují — a to nejdříve jen kvalitativně a pak někdy i po kvantitativní stránce — pomocí metabolických modelů, popř. obohacených o dynamiku atd.; jde přitom, jak říká R. Thom, spíše o jisté „umění modelů“ než o aplikace, při nichž by se postupovalo podle určitého poměrně jednoznačného návodu.

Relativně jednoduchý případ soustavy polí, resp. metabolického modelu máme tehdy, když všechna pole  $F(u)$  jsou gradientová, tj. když se dostanou parciálním derivováním (podle  $x$ ) z jisté reálné funkce, kterou lze po změně znamení chápat jako potenciál. Zkoumání tohoto případu, jenž je z hlediska aplikací za nynějšího stavu teorie zvlášť důležitý, se někdy označuje jako elementární teorie katastrof; této „elementární teorii“ je právě věnována Luova kniha.

Názvy prvních pěti kapitol knihy uvedu pro orientaci v plném znění: 1. Úvod do teorie singularit s historickými poznámkami, 2. O singularitách zobrazení roviny do roviny, 3. Rozvinutí zobrazení, 4. Teorie katastrof, 5. Thomova-Whitneyova teorie stratifikace. Po šesté kapitole následují dva dodatky: I) Thomovy tři základní principy, II) Důkaz Thomovy klasifikační věty. Jak je patrné, neomezuje se Luova publikace na matematické základy teorie katastrof, nýbrž podává je v souvislosti s některými partiemi teorie singularit. První dvě kapitoly nejsou vlastně nezbytné pro výklad metody katastrof, jejich zařazení je však velkým kladem. Některé obecné

myšlenky obsažené v metodě katastrof a zejména v její tzv. elementární části jsou totiž v nich podány v souvislosti s výkladem relativně jednodušších pojmů a vět, jež přitom vlastně ze značné části patří do základního pojmového aparátu matematické analýzy.

První kapitola je věnována hlavně větám o hladkých funkcích na varietách; příklad probíraných tvrzení: má-li  $f$  v bodě  $x$  nulový gradient a regulární matici druhých parciálních derivací, pak se v okolí  $x$  dá vyjádřit jako rozdíl součtů čtverců vhodných funkcí, jež přitom lze považovat za nové souřadnice. Přes název kapitoly je v ní velmi málo historických poznámek.

Druhá kapitola obsahuje především Whitneyovy věty o zobrazeních  $R^2$  do  $R^2$ . Jsou podány ze značné části s důkazy a doprovázeny četnými ilustrativními příklady a nákrety. Jde zejména o větu, kterou lze formulovat takto: skoro každé hladké zobrazení  $f: R^2 \rightarrow R^2$  lze lokálně vhodnými změnami souřadnic uvést na jeden z těchto tvarů  $f(v, w) = (v, w)$ ,  $f(v, w) = (v^2, w)$ ,  $f(v, w) = (vw - v^3, w)$ ; „skoro každé“ zde znamená, že zobrazení, jež nemají zmíněnou vlastnost, tvoří v prostoru hladkých zobrazení množinu, jež je sjednocením spočetně mnoha řídkých množin.

Třetí kapitola je vlastně jádrem Luovy knihy. Obsahuje definici rozvinutí (unfolding) a několika souvisejících pojmů, řadu důležitých tvrzení a nakonec fundamentální Thomovu klasifikační větu, která je zatím základem všech konkrétních aplikací metody katastrof. Důkazy jsou v této kapitole podány jen z menší části.

Pojem rozvinutí lze zavést např. tak, že jde vlastně o soustavu polí  $F: B \rightarrow \mathcal{Y}(M)$ , přičemž se však zvolí ještě určité body  $u_0 \in B$ ,  $x_0 \in M$  a soustava se zkoumá — ve smyslu, který se snadno precizuje — jen v okolí  $(u_0, x_0)$ ; říkáme pak, že  $F$  je rozvinutím vektorového pole  $F(u_0)$  v okolí zmíněného bodu. Protože jde o lokální vlastnosti, lze za  $B$  vzít prostor  $R^p$ , za  $M$  prostor  $R^n$  a položit  $u_0 = 0 \in R^p$ ,  $x_0 = 0 \in R^n$ . Skutečně významná jsou ovšem ta rozvinutí, jež jsou stabilní ve smyslu, který jsme již v podstatě naznačili při popisu lokální stability soustavy polí  $F: B \rightarrow \mathcal{Y}(M)$  v bodě  $u_0 \in B$ .

Vznikají nyní dosti přirozené otázky, zda každé pole na  $R^n$  má v okolí každého  $x \in R^n$  stabilní rozvinutí, zda pro každé pole existuje takové rozvinutí, z něhož by se snadno získala ostatní rozvinutí, a zda je možné jednoduchým způsobem klasifikovat stabilní rozvinutí. Jinak řečeno, jde o to, zda každá „dynamika“ na  $R^n$  se dá lokálně zapojit — byť jen jako situace v katastrofickém bodě — do stabilní soustavy „dynamik“ (vektorových polí), do jaké míry určuje daná „dynamika“ způsoby takového zapojení atd.

Tyto otázky byly zatím precizně formulovány a zodpověděny jen pro případ gradientových polí, pro něž jsou probírány v Luově knize. Dostí překvapivě se ukázalo, že takové zapojení je pak možné pro „skoro každé“ (v dosti silném smyslu) pole a že za určitých předpokladů existuje jen málo podstatně různých typů stabilních rozvinutí; to pak dává také lokální klasifikaci stabilních soustav polí. Pro nedostatek místa se omezíme na náznak obsahu Thomovy klasifikační věty. Říká, že ponecháme-li stranou triviální situace, dá se v gradientovém případě při  $p \leq 4$  (toto omezení je závažné, ale přijatelné, neboť v aplikacích se často za prostor parametrů bere časoprostor) a při libovolném  $n$  každé stabilní rozvinutí  $F: R^p \rightarrow \mathcal{Y}(R^n)$  redukovat (ve smyslu, který je přesně definován) na některé ze sedmi „kanonických“ rozvinutí, u nichž přitom máme  $n \leq 2$ . Připomeňme pro ilustraci tři nejjednodušší „kanonická“ rozvinutí a jejich anglické názvy:  $x^2 + v$  (fold),  $-x^3 + vx + w$  (cusp),  $x^4 + vx^2 + wx + z$  (swallow tail); máme u nich  $n = 1$ ,  $p = 1, 2, 3$ . Poznamenáváme, že zde vypisujeme to, co jsme značili  $F(u, x)$ ; běžně se spíše vypisují příslušné potenciály.

Závažnost klasifikační věty je mj. v tom, že  $n$  může být libovolné. Nemusíme tedy při aplikacích vědět nic ani o dimenzi variety  $M$ ; jakmile však víme, že se najde stabilní model s nejvýše čtyřmi číselnými parametry, víme již — po kvalitativní stránce — jak se může pole měnit v katastrofických bodech.

Čtvrtá kapitola je věnována obecnému výkladu o metabolických polích, a to jen gradientových, a o typech katastrofických bodů; fakticky se však probírá jen katastrofa typu „cusp“. Výklad je doprovázen četnými příklady fyzikálního rázu; nejsložitější z nich souvisí s van der

Waalsovou rovnicí. Příklady jsou však zaměřeny — ve shodě s celkovým charakterem knihy — na ilustraci matematických pojmů metody katastrof, a nikoli na osvětlení jejich možných aplikací.

Pátá kapitola je věnována tématice, která souvisí s metodou katastrof, jejíž znalost však není nezbytná pro pochopení jejich základů ani pro běžné aplikace. Řekneme tudíž jenom, že jde o určité „kanonické“ rozklady množin definovaných pomocí analytických funkcí, např. množin tvaru  $\{x \in \mathbb{R}^n : f_i(x) \geq 0, i = 1, \dots, p\}$ , kde  $f_i$  jsou analytické.

Pro charakteristiku šesté kapitoly, nazvané „ $C^0$ -sufficiency of jets“, která rovněž souvisí s teorií katastrof jen zprostředkovaně, nemusíme vysvětlovat pojmy zmíněné v jejím názvu. Stačí říci, že se zkoumají některé otázky související s ekvivalencí hladkých funkcí  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  vzhledem k lokálním homeomorfismům.

V prvním dodatku se probírají (v autorově pojetí) „tři základní principy“ metody katastrof a osvětlují se některé obecné otázky. Zmíněné principy, jež mají jen zčásti matematický ráz, nejsou asi v knize objasněny nejjednodušším způsobem. První zásada vlastně praví jen tolik, že k vyjádření reálných dějů, při nichž dochází ke změně tvarů, je vhodné používat metabolických polí; o tom, že skutečný význam mají jen ta pole, která jsou v jistém smyslu stabilní, je na tomto místě knihy jen implicitní zmínka. Podle druhé zásady jde při takovém vyjádření hlavně o to, jak se při změně parametru přechází od stabilních atraktorů k nestabilním a obráceně. Konečně, třetí zásada říká zhruba toto: to, co je při zmíněném vyjádření důležité a má odpovídat empirickým datům, je především vzájemná poloha jistých oblastí variety parametru, v nichž je vybrán atraktor lokálně stabilní (všude strukturálně stejný). Zmíněné zásady jsou pro metodu katastrof skutečně velmi důležité, bylo by však vhodnější buď je uvést jen zcela stručně anebo je rozvést značně podrobně i se zřetelem k aplikacím.

Konečně v druhém dodatku je podán důkaz klasifikační věty, jenž se ovšem opírá o některá tvrzení, která jsou v knize uvedena bez důkazu.

Luova kniha pokrývá jen část rozsáhlého komplexu označovaného jako teorie katastrof, do něhož se řadí též obecná matematická teorie katastrof (jež vlastně teprve má vzniknout), aplikace různého druhu a rozsáhlý souhrn myšlenek a podnětů obsažený v Thomově monografii. Část, které je především věnována kniha, totiž tzv. „elementární“ teorie, je nyní daleko nejvíce propracována a je nutným stupněm pro hlubší proniknutí do metody katastrof.

Autorova myšlenka spojit výklad této „elementární“ teorie s výkladem základů Morseovy-Whitneyovy teorie singularit je velmi vhodná, a vůbec je obsah knihy vybrán v podstatě velmi dobře; bylo by však možná účelnější, kdyby se vynechala šestá kapitola a raději se uvedlo víc důkazů, zejména v kapitole 3. Konkrétním aplikacím není sice v knize věnováno mnoho místa, bere se však v ní v dostatečné míře zřetel na motivaci pojmů i na možnosti použití.

Velkým kladem způsobu podání je řada příkladů, někdy velmi jednoduchých, přitom však skoro vždy velmi instruktivních. Také jinak je výklad dostatečně jasný s výjimkou — podle mého názoru — poněkud nepodařeně kapitoly o třech základních principech. Je třeba litovat, že na mnoha místech obsahuje kniha místo důkazů jen odkazy na literaturu. Smysl vět a do značné míry i charakter důkazových metod bude přesto pozornému čtenáři jasný; pokud by však očekával knihu učebnicového rázu, může být zklamán. Důležitým kladem knihy je též to, že k jejímu čtení není třeba prakticky žádných znalostí, jež by překračovaly běžný kurs matematické analýzy.

Po formální stránce má kniha některé vlastnosti, jež nejsou řídké při rychlé publikaci přepracovaných záznamů přednášek, tak např. je v ní poměrně velmi mnoho drobných přešpatí, která však jen zřídka opravdu vadí při čtení.

Luovu knihu lze v nynější době považovat za jeden z nejlepších povšechných úvodů do metody katastrof, a lze celkem souhlasit s vřelým doporučením, jež dává knize P. Hilton v předmluvě, kterou k ní napsal.

*Miroslav Katětov*

*Christian Grossmann, Helmut Kleinmichel: VERFAHREN DER NICHTLINEAREN OPTIMIERUNG. Teubner — Texte zur Mathematik. Leipzig. 1976. Počet stran 186.*

Kniha se týká výpočetních metod obecně úloh nelineárního programování, které se dají rozřítit do následujících tří tříd: metody přípustných směrů, penalizační bariérové metody a metody řezných nadrovin. Většina z dosud známých a užívaných algoritmů se dá do jedné z těchto tří tříd zařadit. Hlavní pojmy a věty potřebné ke zdůvodnění příslušných výpočetních metod jsou obsahem první části práce (spolu s kritérii optimality a úvahami o dualitě). Minimalisaci funkcí pro volné extrémum je věnována část druhá, v níž jde v podstatě o gradientní metody a metody konjugovaných směrů. Nejčastěji v praxi užívaným metodám, tj. metodám přípustných směrů je věnována část třetí. Jde zde o algoritmy Zoutendijkovy a o metody založené na projekcích gradientu (při lineárních omezeních). Stať o penalizační bariérové metodě obsahuje vedle speciálních algoritmů velmi často (jak v teorii, tak i v praxi) užívané metody „středů“ a „vnějších středů“ ve smyslu teorie Huardovy. Poslední část je věnována aproximačním metodám, založeným na metodě řezných nadrovin a jsou zde i některé další speciální metody.

Všechny metody jsou vyloženy srozumitelně, v dostatečně obecné šíři a s důkazy konvergence. Aplikační význam knihy zdůrazňuje také ta skutečnost, že koncem každé části jsou poznámky, týkající se realizace výpočtu při strojovém zpracování problému. Kniha je pro stručný, jasný a nenáročný výklad přístupná širší odborné veřejnosti a má tedy svůj význam i pro odborníky z jiných než matematických oborů (ekonomy, techniky) a je též vhodnou pomůckou pro pracovníky ve výpočetních střediscích.

*Libuše Grygarová*

RENORMALIZATION THEORY. Proceedings of the NATO Advanced Study Institute, řada C, svazek 23. Redaktoři G. Velo, A. S. Wightman. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht—Holland/Boston-USA 1976; 482 stran, cena neuvedena.

Jedním z ústředních problémů kvantové teorie polí již od konce 20. let je, že uplatnění pravidel kvantování na lokální, relativisticky invariantní teorii polí nevyhnutelně vede k nekonečným (singulárním) výrazům pro fyzikální veličiny. Popis interakce dvou elementárních částic je založen na zdánlivě jednoduché představě, že interakce se uskutečňuje emisí a absorpcí dalších částic, které přenášejí fyzikální vlastnosti z jedné interagující částice na druhou; totiž je však — zhruba řečeno — v tom, že těchto částic je nekonečně mnoho. Je-li interakce dostatečně slabá, lze předpokládat, že efekty spojené s výměnou velkého počtu částic jsou zanedbatelné, což se projeví v možnosti použít poruchového počtu. Je-li však interakce silná, není poruchová metoda použitelná.

Teorie renormalizace vznikla z praktických potřeb kvantové teorie polí při počítání vyšších aproximací k účinným průřezům rozptylových procesů mezi elementárními částicemi. Poskytla metodu (vázanou na poruchovou teorii), která dává aspoň pro pozorovatelné veličiny konečné hodnoty. Teorie, dovolující tento postup při použití konečného počtu parametrů, se nazývají renormalizovatelné. Příznačné pro ně je, že Greenovy funkce nerostou pro velké hybnosti rychleji než nějaká mocnina. Okruh renormalizovatelných teorií je však velmi omezený a nezahrnuje např. tak význačné případy jako je Einsteinova teorie gravitace a Fermiho univerzální teorie slabé interakce.

Kniha „Renormalization theory“ vznikla jako písemný záznam přednášek, proslovených na Mezinárodní škole matematické fyziky „Ettore Majorana“ o teorii renormalizace (17.—31. 8. 1975 v Erice).

Renormalizačním teoriím, vázaným na poruchovou metodu, je pochopitelně věnována převážná část přednášek a cyklů. Patří sem přednášky o dimenzionální a analytické renormalizaci (E. R. Speer a P. Breitenlohner), o teorému o sčítání mocnителей (power-counting theorem) pro

Feynmanovy integrály (W. Zimmermann), o adiabatické limitě (H. Epstein) a o existenci Greenových funkcí (R. Seneor). J. H. Lowenstein a W. Zimmermann věnují pozornost renormalizačnímu programu Bogoljubova-Parasjuka-Heppa-Zimmermanna a perspektivám jeho využití pro moderní otázky složených polí (součinů „elementárních“, např. kvarkových polí). Důležitým rysem tohoto programu je, že Greenovy funkce lokálních složených polí lze definovat v podstatě stejně jako Greenovy funkce elementárních renormalizovaných polí.

Poruchová renormalizace dosáhla vysokého stupně dokonalosti. Mezi její úspěchy patří dokonalý souhlas kvantové elektrodynamiky s experimentem až do nejmenších měřených vzdáleností a úspěšné použití neabelovských kalibračních teorií k vytvoření jednotné teorie slabých a elektromagnetických interakcí. Výsledky byly dovedeny až ke konkrétním předpovědím, které jsou potvrzovány experimentem (např. předpovědi účinných průřezů jednotlivých elektromagnetických procesů, předpověď existence neutrálních proudů ve slabých interakcích). Přehledu výsledků a perspektiv poruchové teorie renormalizace je věnována přednáška B. Schroera.

Snaha o obecnější formulace, umožňující vyjít za rámec poruchové teorie, je patrná v přednáškách o modelech kalibračních polí (C. Becchi), o renormalizovatelných modelech s porušenou symetrií (R. Stora) a o kvantových solitonech ve dvou rozměrech (J. Fröhlich). Jednou z aktuálních otázek je problém renormalizace polněteoretických modelů bez porušení jejich přirozené symetrie (např. kalibrační), která je často nezbytnou podmínkou správné fyzikální interpretace modelu.

Zřeknutí se poruchové metody vede zatím k nutnosti omezit se na nerealistické modely. O těchto tématech jedná přednášky E. Seilera (neporuchová renormalizace v Yukawově modelu ve dvou rozměrech) a J. Feldmana (neporuchová renormalizace teorie  $(\lambda\phi^4)_3$ ). Modelové výsledky, jakkoli zjednodušující, mají ovšem význam pro svou exaktnost a pro to, že řeší principiální otázky, důležité k vypracování neporuchových metod vhodných pro realistické teorie. Závěrečná přednáška K. Pohlmeyera jedná o nerenormalizovatelných teoriích kvantových polí. Pohlmeyer ukazuje na analogii mezi infračervenou oblastí teorie  $(\phi^4)_{4-\epsilon}$  a ultrafialovou oblastí teorie  $(\phi^4)_{4+\epsilon}$ . Dosavadní výsledky Pohlmeyera a Symanzika nasvědčují tomu, že v obou případech vede vhodné sečtení poruchové řady k renormalizovatelné teorii s konečným počtem libovolných parametrů.

Kniha je uvedena přednáškou A. S. Wightmana „Orientation“, která slouží jako úvod do dalších detailních přednášek. Zvláštní pozornost věnuje autor metodě funkcionální integrace, která se zdá vhodnou základnou pro neporuchové formulace teorie.

Zmínili jsme se již o praktickém významu teorie renormalizace pro výpočet účinných průřezů rozptylových procesů i pro jednotnou teorii interakcí. Dodejme, že patří k nejobtížnějším partiím teoretické fyziky a často svedla k chybám i odborníky světového jména. Její historie, jak poznamenává A. S. Wightman v úvodní přednášce, zaznamenala řadu vyložených chyb vynikajících vědců. Proslula svou záudností: stane se, že metoda, která se osvědčí až do 13. řádu poruchového rozvoje, sežle u některého diagramu 14. řádu. Argumenty znějící přesvědčivě se často při podrobnějším rozboru zhroutí. Z toho, co se může stát, se téměř pravidelně stane to nejhorší. Teorie renormalizace tak poskytuje vynikající výcvik v rozlišování plausibilního a dokázaného.

Publikace předpokládá znalost teorie renormalizace v rozsahu probíraném v učebnicích kvantové teorie polí a je vhodným úvodem do současné problematiky. Klasické metody renormalizace, jimž je věnována značná pozornost, jsou pojaty se zřetelem k aktuálním (naoř. kalibračním) teoriím. Dost místa je věnováno i neporuchovým přístupům v modelových teoriích v prostorech s menším počtem dimenzí. Úroveň školy je vysoká, sešli se na ní nejlepší světoví odborníci. Pro toho, kdo chce získat přehled o moderních problémech teorie renormalizace, lze knihu všestranně doporučit.

*Jan Fischer*

*K. Manteuffel, D. Stumpfe: SPIELTHEORIE. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig 1977. 4. — M., 60 stran.*

Rozsahem nevelká kniha je rozdělena do tří kapitol. Úvodní část je věnována zavedení pojmů hry a rovnovážného vektoru strategií a základní klasifikaci her do jednotlivých známých typů.

Nejrozsáhlejší druhá kapitola je věnována hrám dvou hráčů s nulovou sumou a jejich některým zobecněním. V této části knihy jsou uvedeny obvyklé definice maticové hry, minimaxových strategií a ceny hry. Dále jsou ve druhé kapitole uvedeny obvyklé věty o minimaxu a podrobněji jsou probány vlastnosti smíšených výsledků ve hrách se smíšenými rovnovážnými strategiemi a možnosti využití metod lineárního programování pro nalezení rovnovážných dvojic strategií v maticových hrách. Zobecněními her dvou hráčů s nulovou sumou jsou v této kapitole míněny hry dvou hráčů s nekonečnými množinami strategií a hry více hráčů s nulovou sumou, ať už kooperativní či nekooperativní. Oběma zobecněními jsou věnovány poměrně stručné zmínky s uvedením pouze některých základních pojmů a výsledků.

Poslední část knihy je věnována statistickým hrám. Jsou opět zavedeny základní pojmy a jejich interpretace pro tento typ her. Výslovně jsou jmenovány všechny pojmy a koncepce, ve kterých se statistické hry liší od obvyklých maticových her. Základní výsledky jsou uvedeny se stručnou interpretací a jsou ilustrovány na příkladech.

Kniha je zamýšlena jako stručná přehledová příručka pro vědecké pracovníky a odborníky z oblasti aplikovaného výzkumu, kteří se ve své práci setkávají s pojmy teorie her, popřípadě s potřebou užívat hlavní výsledky této teorie, kteří však se teorií her aktivně nezabývají. V tomto smyslu plní kniha svůj účel. Shrnuje základní pojmy a výsledky teorie maticových her a upozorňuje, i když dosti neúplně, na existenci dalších typů nekooperativních a zčásti i kooperativních her. Uvedené výsledky jsou v knize stručně komentovány s ohledem na nejčastější aplikace.

Je zřejmé, že při tak malém rozsahu nebylo možno uvést k některým partiím podrobnější výklad všech možností, které teorie her v současném stadiu svého rozvoje poskytuje pro použití v aplikacích. Nicméně je výběr pojmů a metod, které byly do knihy zahrnuty, proveden uvážlivě a se znalostí problematiky i nejčastějších potřeb předpokládaného typu čtenářů.

*Milan Mareš*

*Wolfgang Zielas: VERALLGEMEINERTE INTERPOLATION UND QUADRATUREN. Akademie-Verlag Berlin, 1977, str. I—VIII, 1—74, cena 18,— M.*

Práce sestávající ze čtyř kapitol je cele věnována problematice interpolování a kvadratur, kterážto výpočetní prostředky, zejména interpolace, zaujímají v numerické matematice jako celku do jisté míry stěžejní místo a funkcí. Základním cílem práce je obecný popis nejrůznějších interpolačních a kvadraturních vzorců na základě jistých nově zavedených funkcí  $g_i(x)$ ,  $g_i(x_i) \neq 0$ , kde  $x_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  jsou uzly interpolace — vedle známých interpolačních funkcí  $h_i(x)$

$(f(x) = \sum_{i=0}^n a_i h_i(x), h_i(x_j) = \delta_{ij}, i, j = 0, 1, \dots, n)$ . Na základě definice funkcí  $g_i(x)$ ,  $i = 0, 1, \dots, \dots, n$ , jsou zavedeny zobecněné Lagrangeovy, Newtonovy a Aitkenovy-Nevillovy interpolační polynomy. Též trigonometrické polynomy se získávají speciální volbou pomocných funkcí  $g_i(x)$ . Hermitovská interpolace je chápána jako Lagrangeova interpolace s násobnými argumenty.

První kapitola je věnována čtyřem typům interpolace (daným dvojicemi  $h_i, g_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ ) a studiu příslušných zobecněných interpolačních polynomů.

Ve druhé kapitole se uvažují vlastnosti dvou vybraných interpolačních typů. Zobecněná Newtonova interpolace těchto typů je ortogonální rozvoj v prostorech  $H^2$  vzhledem k jisté oblasti komplexní roviny. Jako speciální případ je známa interpolace Takenakova. Vlastnost ortonormality díky identitě Newtonovy a Lagrangeovy interpolace přechází též na Lagrangeovu a v případech násobných uzlů též na interpolaci Hermiteovu.

Ve třetí kapitole jsou algebraicky a interpolačně charakterizovány různé kvadratury. Z Lagrangeovské a Hermiteovské interpolace s vlastností ortonormality vycházejí optimální kvadratury v prostorech  $H^2$ . Jako speciální případ se studuje Wilfova kvadratura, jejíž úplná interpolační charakterizace zůstávala až dosud otevřená.

Čtvrtá kapitola se zabývá odhady zbytku obecné lineární aproximační metody. Tyto vyplývají ze zbytku zobecněné interpolace ve dvou variantách, jedné analogické klasické a druhé neobsahující derivace (v  $H^2$  prostorech). Příslušné konstanty zbytku je možno ve druhém případě vypočítat podstatně snadněji, než v rovnocenných odhadech, pocházejících od Ph. J. Davise a G. Hämmerlina.

*Josef Kofroň*

*Solomon Marcus: MATEMATICKÁ ANALÝZA ČTENÁ PODRUHÉ. Academia 1976, 236 str. (14 obr.), z rumunského originálu přeložil B. Zelinka.*

Kniha S. Marcuse je určena široké matematicky vzdělané veřejnosti, jak sám autor říká v předmluvě: „komukoliv, kdo alespoň jednou prostudoval knihu o matematické analýze na univerzitní úrovni“. Autorovým záměrem bylo umožnit čtenáři, aby mohl bez hlubokého studia odborné literatury získat přehled o původu, významu a vývoji základních pojmů matematické analýzy — funkce, délka křivky, integrál, borelovská a analytická množina. Z toho také vyplývá způsob psaní — dokazují se jen některá tvrzení, cílem je vysvětlit základní ideje bez zbytečného formalizování. Názvy kapitol a heslovitý obsah:

I. Od eulerovských funkcí k libovolným funkcím, od libovolných funkcí k vyčíslitelným funkcím, 30. str.

Vývoj pojmu funkce, věty platné pro libovolné funkce, distribuce, normální algoritmus, Turingův stroj, vyčíslitelná funkce, konstruktivní analýza.

II. Všechny typy limitního přechodu mají společné schéma, 17. str.

Definice filtru, příklady.

III. Co je to délka křivky?, 35 str.

Klasická metoda výpočtu délky kružnice—kritika, pojem křivky, Jordanova definice délky křivky, konvergence podle vzdálenosti a konvergence podle směru, integrální vyjádření délky křivky, délka křivky jako polospojitéj funkcional v prostoru křivek.

IV. Průvodce teorií integrálu, 81 str.

Geometrická a fyzikální motivace, Riemannův integrál, Lebesgueova míra a integrál (jedno-rozměrné), Denjoyovy integrály a Perronův integrál, Stieltjesův integrál.

V. Ve světě neborelovských množin a funkcí, 32 str.

Borelovské množiny a funkce, analytické množiny, Luzinovo síto, problém uniformizace množin, projektivní množiny.

Jak je vidět, jsou v knize probírány i dost speciální otázky, patřící převážně do teorie reálných funkcí. Protože však diskutované pojmy slouží mnoha matematickým disciplínám, najde si kniha jistě své čtenáře.

Publikace na první pohled působí sympaticky grafickou úpravou, výběrem jednotlivých témat, svěžím stylem a celkovou koncepcí. Při podrobném čtení je však dobrý dojem zkalen. Některé pasáže nemohou být nezasvěcenému čtenáři dostatečně srozumitelné, jiné zase připouštějí nesprávný výklad. Těžko pochopitelné je zjištění, že autor tak fundovaný jako je prof. S. Marcus se dopouští také řady matematických nepřesností závažnějšího rázu. Je nutné se však zamyslet, zda některé tyto nepřesnosti nevznikly při překládání publikace do češtiny, zda překladatel vždy správně pochopil autorův záměr.

Upozorňujeme pouze na některá místa, která čtenáře mylně nebo nepřesně informují: Str. 140 — Zde se tvrdí, že známá Dirichletova funkce je součtem trigonometrické řady. To ovšem není pravda; součtem trigonometrické řady mohou být pouze funkce první Baireovy třídy a do této třídy Dirichletova funkce nepatří. Str. 96 — V důsledku toho, že autor při definici ekvivalence cest připouští pouze rostoucí (a ne neklesající) transformace, nemusí číslo  $\omega$  existovat. Str. 61 — Filtr ze začátku strany není filtr okolí bodu  $x$ , jak se tvrdí. Str. 163, 164 — Zde jsou v definici zaměněny pojmy lebesgueovskiy integrovatelné a lebesgueovskiy sumabilní funkce. Pokud čtenář tyto pojmy nezná, nemůže následující tvrzení pochopit. Str. 190 — V důkazu Lemmatu 1 je vážná chyba. Existence limit  $\lambda, \mu$  není ničím zaručena. Stačilo by ovšem přejít k vybraným posloupnostem, abychom dostali správný důkaz. Str. 171 — Tvrzení, že  $\lim F(E)/m(E)$ , když  $\text{diam } E \rightarrow 0$ , je skoro všude rovna integrované funkci, není pravdivé. Abychom dostali pravdivé tvrzení, bylo by třeba se omezit na „regulární“ posloupnosti  $E_n \rightarrow x$ . Str. 220, 221 — Pojednání o koanalytických množinách (kaoanalytická množina = doplněk analytické množiny) vyznívá nesrozumitelně. Na str. 220 se o těchto množinách mluví, aniž by se definovaly. Zcela chybná je formulace druhého principu oddělitelnosti. Zde se místo o dvou koanalytických množinách hovoří o dvou analytických navzájem komplementárních (!) množinách. Str. 191 — Zde se správně konstatuje, že přírůstek funkce nemusí být Perronovým integrálem své derivace, pokud se připouští i derivace nekonečně. To však není nedostatek Perronova integrálu. Podstata věci je v tom, že přírůstek funkce není určen svou derivací, takže z ní nemůže být vypočítán ani Perronovým integrálem, ani žádným jiným. To je dávno známý fakt (přinejmenším od r. 1920), takže není jasné, proč autor uvádí Kozlova (1951). Str. 175 — Zde se tvrdí, že je možno definovat Lebesgueův integrál „přesně podle Riemannovy metody“ na základě součtů  $\sum f(\xi_i) m(A_i)$ , kde  $\{A_i\}_1^n$  tvoří rozklad definičního oboru funkce  $f$  na lebesgueovskiy měřitelné množiny a  $\xi_i \in A_i$ . Riemannova metoda zde zřejmě znamená (viz. str. 140) přechod k limitě, když norma dělení jde k nule. Předpoklad, že  $m(A_i)$  jsou malá čísla však nezaručuje, že výše uvedený součet se málo liší od integrálu funkce  $f$ , takže není jasné jak autor své tvrzení přesně míní. Běžná „vodorovná“ definice používá darbouxovských součtů. Zcela analogická nepřesnost se vyskytuje na str. 180.

Dalším nedostatkem publikace je to, že na některých místech překladatel používá terminologie, která není běžná a někdy může vést k nedorozumění. Několik příkladů: Str. 184, 204 — Místo zavedeného termínu „ $\sigma$ -okruh“ je zde užito názvu „okruh“. Str. 174 — Zde se hovoří o množině, která je „vzácná“. Správně má být asi „řídká“. Str. 108 — Zde se píše „meze funkce  $f$  na intervalu“ a rozumí se zřejmě „infimum a supremum funkce  $f$  na intervalu“. Tato terminologie není běžná.

Nepříjemný je také větší počet tiskových chyb. Některé mohou čtenáře zmást: Str. 219 — Při objasňování pojmu funkce shora polospojité má být místo symbolu „lim“ symbol „lim sup“. Str. 208 — Ve výrazu na začátku stránky chybí závorka (nebo je posunut exponent  $2n$ ). Str. 229 — V předposledním odstavci má být místo „každá lineární množina“ samozřejmě „každá uzavřená lineární množina“.

Publikace S. Marcuse „Matematická analýza čtená podruhé“ je ojedinělou knihou svého druhu v české matematické literatuře. Tím více je škoda, že tato publikace nesplnila všechny očekávané předpoklady a je udivující, že byla v této neopravené formě vydána a schválena jako vysokoškolská příručka. I přes mnohé vady je to však podnětná kniha, která může být užitečná pro profesionální matematiky a studenty matematiky vyšších ročníků. Těžko lze však publikaci doporučit přemýšlivému, ale méně zkušenému čtenáři.

*Luděk Zajíček*