

Alfred Rosenblatt

Sur les équations aux dérivées partielles du type parabolique à deux variables indépendantes

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 165--166

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123630>

## Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

de l'autre, définis par

$$A_n(x) = \overset{0}{A}x^n, \quad B_n(x) = \overset{0}{V}x^n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Nous avons en  $A_n(x)$  l'expression la plus générale d'un polynôme d'Appell, car la suite  $\{a_n\}$  est arbitraire.

Lorsque  $P(x)$  est un polynôme de degré  $(m + q)$ , on a la formule sommatoire

$$P^{(q)}(x + h) = \sum_{\nu=0}^m \frac{B_\nu(h)}{\nu!} \overset{q}{A} P^{(\nu)}(x)$$

et lorsque  $\varphi(x)$  est une fonction arbitraire, qui admet une dérivée d'ordre  $(m + 1)$ , continue pour les valeurs de la variable qui entrent en considération, on a

$$\varphi(x + h) + \tau_q = \sum_{\nu=0}^m \frac{B_{q+\nu}(h)}{(q + \nu)!} \overset{q}{A} \varphi^{(\nu)}(x) + T_{m+1}$$

où les termes complémentaires ont les expressions

$$\tau_q = - \left( \overset{q}{A} \int_h^z \frac{B_{q-1}(h - t + z)}{(q - 1)!} \varphi(x + t) dt \right)_{z=0}$$

$$T_{m+1} = - (\overset{q}{A} I_{m+1}(z))_{z=0}$$

$$I_{m+1}(z) = \int_h^z \frac{B_{m+q}(h - t + z)}{(m + q)!} \varphi^{(m+1)}(x + t) dt.$$

Cette formule sommatoire générale contient, comme cas particuliers, toutes les formules sommatoires du Calcul aux différences finies; elle donne le développement d'une fonction arbitraire, en série de polynômes arbitraires d'Appell, avec l'expression du terme reste; elle me sert à définir la solution principale de l'équation différentielle linéaire, d'ordre fini ou infini, et en particulier de l'équation aux différences finies, d'ordre infini, comme je l'ai fait dans ma Thèse de Paris, publiée en 1929 aux Presses Universitaires de France, pour les équations aux différences finies, d'ordre fini.

*Institut Mathématique Roumain.*

### **Sur les équations aux dérivées partielles du type parabolique à deux variables indépendantes.**

*Alfred Rosenblatt, Kraków.*

J'ai entrepris l'étude de la généralisation des conditions classiques de l'existence et de l'unicité des solutions des équations

aux dérivées partielles du type parabolique. J'étudie l'équation

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial z}{\partial y} = f(x, y, z) \quad (1)$$

le point  $P(x, y)$  étant situé dans un domaine  $Dy$  limité par deux courbes  $C_1, C_2$ , d'équations

$$x = \chi_1(y), \quad x = \chi_2(y)$$

et par deux parallèles à l'axe des  $x$  :  $y = y_1, y = Y$ .

L'emploi de la fonction de Green  $G(x, y; \xi, \eta)$  du domaine  $Dy$  permet de ramener le problème à l'étude de l'équation intégral — différentielle

$$z(x, y) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{Dy} G(x, y; \xi, \eta) f(\xi, \eta, z) d\xi d\eta. \quad (2)$$

Dans le cas particulier où  $Dy$  est la bande  $x_1 < x < +\infty, y_1 < y < Y$  on connaît la fonction de Green. Dans ce cas l'équation (2) possède une solution unique s'annulant pour  $x = x_1$ , pour  $x \rightarrow +\infty$ , pour  $y = y_1$ , lorsque  $f$  satisfait à la condition généralisée de Lipschütz

$$|f(x, y, z_2) - f(x, y, z_1)| \leq k |z_2 - z_1| \frac{[1 + (x - x_1)^m]^2}{(x - x_1)^{2m} (y - y_1)^{-\gamma}}, \quad (3)$$

où l'on a  $1 > m \geq 0, \gamma + 1 - m > 0$ .  $f$  satisfait à l'inégalité

$$|f(x, y, z)| \leq F \cdot \frac{1 + (x - x_1)^m}{(x - x_1)^m (y - y_1)^{-\gamma}}. \quad (4)$$

$k, F$  sont supposés suffisamment petits.

Dans le cas général on a des résultats analogues.

### Note sur la méthode de Legendre pour intégrer les équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre.

*N. Saltykow, Belgrade.*

Il s'agit d'une équation linéaire

$$r + 2Bs + Ct + 2Dp + 2Eq + Fz + G = 0 \quad (1)$$

à désignations usuelles, les coefficients représentant les fonctions de variables indépendantes  $x$  et  $y$ .

En étendant sur l'équation (1), la méthode de Laplace concernant les équations hyperboliques, on groupe, pour obtenir deux conditions d'intégrabilité bien connues, les termes de l'équation étudiée (1) de deux manières différentes.