Aplikace matematiky

Miloš Vorlíček

# K pravděpodobnostní povaze problému bezpečnosti konstrukcí

*Aplikace matematiky*, Vol. 4 (1959), No. 5, 298 (398)–300 (400)

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102679

# K PRAVDĚPODOBNOSTNÍ POVAZE PROBLÉMU BEZPEČNOSTI KONSTRUKCÍ

Diskusní příspěvek

MILOŠ VORLÍČEK

Důležitým činitelem v problému bezpečnosti konstrukcí je únosnost jednotlivých prvků. Únosnost lze zachytit rovnicí, která má pravděpodobnostní povahu.

Tak např. únosnost železobetonového průřezu, namáhaného na ohyb, je charakterisována mezním momentem $M$, který lze vyjádřit jako funkci meze průtažnosti oceli $\varkappa_a$, pevnosti betonu $\varkappa_b$, plochy průřezu betonu $F_b$, plochy výztuže $F_a$ a polohy výztuže $h$

$$M = f(\varkappa_a, \varkappa_b, F_a, F_b, h) .$$

Všech pět veličin, na nichž závisí ohybový moment, má pravděpodobnostní charakter. Proto je považujeme za náhodné proměnné, definované spojitým typem rozdělení s určitým počtem parametrů. Při zjišťování únosnosti je třeba vyjít z jejich simultánního rozdělení a řešením integrační rovnice stanovit takovou hodnotu $M_0$ mezního momentu, pro niž platí

$$P(M < M_0) = \int_c^{M_0} p(M)\, \mathrm{d}M ;$$

pravděpodobnost $P$ je předem zvolené malé číslo, $c$ je dolní hranice oboru proměnné $M$, $p(M)$ je hustota pravděpodobnosti rozdělení mezního momentu.

Jednodušší je řešení bezpečnosti dřevěné konstrukce. Jednotlivé faktory, ovlivňující bezpečnost, se obvykle zavádějí do výpočtu prostřednictvím různých zmenšovacích součinitelů. Považujeme-li místo toho tyto faktory za nezávislé náhodné proměnné $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, je charakteristika bezpečnosti $\eta$

$$\eta = \xi_1 \,.\, \xi_2 \,.\, \ldots \,.\, \xi_n \,.$$

Veličiny $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ jsou definovány různými typy rozdělení. Vzhledem k jednoduchému vyjádření náhodné proměnné $\eta$ lze zachytit parametry jejího rozdělení jako kombinace parametrů jednotlivých faktorů bezpečnosti. Řešení vyplývá z nerovnosti

$$g[\mu_1(\eta),\ \mu_2(\eta),\ \ldots,\ \mu_k(\eta), P] \geqq 1\ ;$$

$g$ je při známém typu rozdělení výsledné charakteristiky bezpečnosti $\eta$ funkcí jejích parametrů

$$\mu_1(\eta),\ \mu_2(\eta),\ \ldots,\ \mu_k(\eta)$$

a předem zvolené malé pravděpodobnosti $P$ zřícení konstrukce.

Jedním ze základních činitelů, ovlivňujících bezpečnost konstrukce, jsou mechanické vlastnosti materiálů, z nichž je konstrukce vyrobena. Pravděpodobnostní zákonitosti nejdůležitějších mechanických vlastností různých hmot byly již podrobně zkoumány.

V začátcích výzkumu mechanických vlastností hmot statistickými metodami se přirozeně používalo normálního rozdělení. V těch případech, kde variabilita jakosti vyrobeného materiálu je malá, nebylo důvodu k dalšímu zkoumání, a tak byly vydávány rozličné předpisy (dosud platné) za předpokladu použití normálního zákona. Poněvadž se však během doby získalo velké množství experimentálních dat, zjistilo se při podrobnějším rozboru, že normální rozdělení často nevyhovuje. Prvou modifikací bylo použití log-normálního zákona, opět s dvěma parametry. Potřeba třetího nezávislého parametru dala podnět k hledání jiných typů rozdělení. V sovětských předpisech se pro některé mechanické vlastnosti používá tzv. křivky Krického-Menkela, což je exponenciální transformace $\Gamma$-funkce.

U nás se vyvinula snaha hledat potřebné typy rozdělení nejen podle experimentálních údajů, nýbrž najít cestu, teoreticky podloženou. Např. pro rozdělení pevnosti betonu $\varkappa_b$ se podařilo zjistit (na základě vlastností složek betonu), že při charakterizování hustoty pravděpodobnosti $p(\varkappa_b)$ je vyhovujícím matematickým modelem Pearsonova křivka typu III s třemi nezávislými parametry $\mu$, $\sigma$ a $\varepsilon$

$$p(\varkappa_b) = \frac{\varepsilon^{\varepsilon^2}\, e^{\frac{\varepsilon\mu}{\sigma}-\varepsilon^2}}{\Gamma(\varepsilon^2)\,\sigma^{\varepsilon^2}}\,(\varepsilon\sigma - \mu + \varkappa_b)^{\varepsilon^2-1}\, e^{-\frac{\varepsilon}{\sigma}\varkappa_b}.$$

Při ověřování byla prokázána shoda tohoto teoretického výsledku s empirickými údaji na mnoha tisících provedených zkoušek. Téhož typu rozdělení se dnes u nás používá i při vyšetřování mechanických vlastností jiných druhů materiálu (např. meze průtažnosti oceli, pevnosti cihel atd.).

Výsledná jakost materiálu závisí značnou měrou na stejnoměrnosti jeho mechanických vlastností. Proto je pro technika výhodné charakterizovat stupeň jakosti podle toho, v jakých mezích se pohybují analýzované vlastnosti materiálu. V amerických předpisech se jakost materiálu třídí podle velikosti variačního koeficientu. Jestliže však nemůžeme rozdělení sledovaných vlastností pokládat za normální, není variační koeficient dostačujícím ukazatelem stejnorodosti. Daleko lépe se osvědčilo třídění podle poměru extrémní hodnoty (při určité zvolené pravděpodobnosti výskytu hodnot mimo tuto mez) a střední hodnoty.

Velké možnosti, bezprostředně spojené s praxí, se pro použití statistiky otvírají při zavádění nedestruktivních metod zkoušení materiálu (resonanční metoda, zkoušení ultrazvukem, mechanické zkoušky tvrdosti apod.). V tomto úseku dojde uplatnění analýza rozptylu. Snad se tu podaří ukázat cestu i k řešení problému souvislosti mezi vlastnostmi zkoušeného vzorku a vlastnostmi materiálu v konstrukci.

Statistická teorie je ve většině případů rozsáhle vybudována za předpokladu normálního rozdělení základního souboru. Nemůžeme-li tento předpoklad považovat za splněný, máme k dispozici jen málo teoretických prací, které by mohly být základem našich rozborů. Jè třeba vypracovat teorii náhodného výběru pro různé typy rozdělení.

Je zřejmé, že při aplikaci statistických metod i v těch technických problémech, které jsou z hlediska statistické teorie zcela vyřešeny vzhledem k své jednoduchosti, dochází k mnoha obtížím; i v těchto snadných otázkách je třeba pokračovat jak v teoretickém výzkumu, tak v experimentálním ověřování.