Jan Polášek

Zur Berechnung von Koeffizienten Induzierter Geschwindigkeiten für Schaufelgitter mit Stark Gewölbten Profilen

Aplikace matematiky, Vol. 6 (1961), No. 1, 73–74

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102740

PŘEDBĚŽNÁ SDĚLENÍ

ZUR BERECHNUNG VON KOEFFIZIENTEN INDUZIERTER GESCHWINDIGKEITEN FÜR SCHAUFELGITTER MIT STARK GEWÖLBTEN PROFILEN

JAN POLÁŠEK

(Eingegangen am 13. September 1960.)

Eine der grössten Schwierigkeiten bei der Berechnung der Strömung in den Schaufelgittern mittels verschiedener Singularitätenmethoden [1]–[6] liegt in der Berechnung von induzierten Geschwindigkeiten. Diese Berechnung wurde bis heute numerisch durchgeführt, was einerseits sehr zeitraubend und anderseits auch eine Quelle unkontrollierbarer numerischer Fehler war. Mit demselben Mangel ist auch unsere Methode [7] für die Berechnung der Strömung in den Schaufelgittern aus dünnen, stark gewölbten Profilen verbunden und deshalb haben wir uns mit diesem Problem näher beschäftigt.

Es stellte sich heraus, man könne eine analytische Methode für die Berechnung von Koeffizienten μ_{nj} und ν_{nj} der induzierten Geschwindigkeiten aufstellen, die uns gleichfalls eine Anleitung gibt, auf welche Weise die Zahlentafeln dieser Koeffizienten zusammengestellt werden sollen, damit man darin einfach und zugleich mit ausreichender Genauigkeit interpolieren kann. Die Koeffizienten μ_{nj} und ν_{nj} sind mit den Ausdrücken (4,16) und (4,17) in der Arbeit [7] gegeben und werden von uns Übersichtlichkeitshalber nochmals wiederholt.

(1)[1]
$$\mu_{00} - i\nu_{00} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} \frac{\frac{1}{\omega}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)(1 + \cos\chi)\,\mathrm{d}\chi\,\mathrm{d}\vartheta}{\frac{1}{\omega^2}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)^2 - k^2\left(\frac{t}{l'}\right)^2 e^{-2i\lambda}},$$

$$\mu_{0j} - i\nu_{0j} = \frac{1}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} \frac{\frac{1}{\omega}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)\sin j\chi \sin\chi\,\mathrm{d}\lambda\,\mathrm{d}\vartheta}{\frac{1}{\omega^2}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)^2 - k^2\left(\frac{t}{l'}\right)^2 e^{-2i\lambda}},$$

[1]) Die Bezeichnungen sind dieselben wie in [7], nur für die Länge der die Schaufelprofile approximierenden Kreisbögen wird die Bezeichnung $l' = \omega R$ eingeführt.

$$\mu_{n0} - i\nu_{n0} =$$

$$= \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \cos n\vartheta \, . \, e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} \frac{\frac{1}{\omega}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)(1 + \cos\chi)\, d\lambda\, d\vartheta}{\frac{1}{\omega^2}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)^2 - k^2\left(\frac{t}{l'}\right)^2 e^{-2i\lambda}},$$

$$\mu_{nj} - i\nu_{nj} =$$

$$= \frac{2}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\pi} \int_0^{\pi} \cos n\vartheta \, . \, e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} \frac{\frac{1}{\omega}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)\sin j\chi \sin\chi \, d\chi\, d\vartheta}{\frac{1}{\omega^2}\left(e^{i(\omega/2)\cos\vartheta} - e^{i(\omega/2)\cos\chi}\right)^2 - k^2\left(\frac{t}{l'}\right)^2 e^{-2i\lambda}}.$$

Die Integrale in den Ausdrücken (1) können nach den Potenzen ω entwickelt werden. Diese Entwicklungen konvergieren bis zum $\omega = 2\pi$. In praktischen Fällen, in denen $\omega < \pi$, reicht es völlig aus, sich nur auf erstes oder zwei erste Glieder zu beschränken. Für grosse Teilungsverhältnisse kann man die Integranden in den Ausdrücken (1) in die Potenzreihen nach den Potenzen l'/t entwickeln und danach die Summe nach k und die Integration nach χ und ϑ durchführen. Auf diese Weise erwirbt man Reihen, welche konvergieren soweit $t/l' > 1$. Für kleinere Teilungsverhältnisse kann man sich damit aushelfen, dass man den Einfluss eines oder mehrerer benachbarter Schaufelpaare direkt berechnet und erst für die restlichen Schaufelpaare die erwähnten Entwicklungen verwendet. Es stellt sich heraus, dass man diese Werte mit Hilfe vollständiger elliptischer Integrale mit komplexen Moduln ausdrükken kann. Da man die Tafeln elliptischer Integrale mit komplexen Moduln laufend nicht zur Verfügung hat, haben wir die erforderlichen Werte selbst berechnen müssen, was mit Hilfe bekannter Entwicklungen von ϑ-Funktionen geschah und keine besonderen Schwierigkeiten bereitete. Auf diese Weise kann man die Koeffizientenwerte μ_{nj} und ν_{nj} mit beliebiger Genauigkeit berechnen.

Literatur

[1] *Scholz N.:* Strömungsuntersuchungen an Schaufelgittern, Teil II. Ein Berechnungsverfahren zum Entwurf von Schaufelgittern, VDI-Forschungsheft 442, 1954.

[2] *Schlichting H.:* Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter, VDI-Forschungsheft 447, 1955.

[3] *Isay W. H.:* Zur Berechnung der Strömung durch axiale Schaufelgitter, ZAMM, Bd. 37 (1957), No. 9/10, S. 321—335.

[4] *Schilhansl M. J.:* A Simple Approach to an Approximate Two-Dimensional Cascade Theory, Journal of Applied Mech., Bd. 25, 1958, S. 607—612.

[5] *Mellor G. L.:* An Analysis of Axial Compressor Cascade Aerodynamics, Journal of Basic Eng., Bd. 81, 1959, No. 3, S. 362—378.

[6] *Czibere T.:* Berechnungsverfahren zum Entwurfe gerader Flügelgitter mit stark gewölbten Profilschaufeln, Acta Technica XXVIII, Budapest 1960, S. 43—71, und 241—280.

[7] *Polášek J.:* Výpočet obtékání lopatkových mříží s tenkými silně prohnutými profily, Aplikace matematiky, Bd. 3 (1958), No. 5, S. 325—347.