Aplikace matematiky

Jiří Šimonek

Stacionární teplotní pole v nekonečném válci při součiniteli přestupu tepla periodicky proměnném podél obvodu

Aplikace matematiky, Vol. 6 (1961), No. 4, 300–310

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/102762

STACIONÁRNÍ TEPLOTNÍ POLE V NEKONEČNÉM VÁLCI PŘI SOUČINITELI PŘESTUPU TEPLA PERIODICKY PROMĚNNÉM PODÉL OBVODU

JIŘÍ ŠIMONEK

(Došlo dne 2. září 1959.)

Práce obsahuje řešení dvojdimensionálního vedení tepla pro několik vybraných případů vyskytujících se v jaderné energetice u palivových článků a elektrotechnice. Jsou odvozeny vztahy pro určení teplotního pole při vychlazování vytápěného holého drátu a drátu opatřeného ochranným obalem pro případ součinitele přestupu tepla proměnného podél obvodu válce podle zákona cosinu s obecným počtem period.

ÚVOD

Současný rozvoj techniky, zvláště pak jaderné techniky, vyžaduje vzhledem k vyšším nárokům na činnost a bezpečnost zařízení hlubší zvládnutí a teoretické zpracování jevů v nich probíhajících a tudíž i přesnějších výpočtových metod než v případě standartních strojních zařízení.

V problematice heterogenních jaderných reaktorů je jedním ze základních úkolů určení správného průběhu teplot v palivových elementech, aby nebylo překročeno dovolených hodnot teplot, určených druhem užitých materiálů.

Systém a pravidelnost uspořádání palivových elementů v proutkovém článku jaderného reaktoru stejně tak jako uspořádání trubek ve výměnících tepla přináší s sebou nezbytně nerovnoměrnost v obtékání jednotlivých elementů neb trubek chladicím mediem, nerovnoměrné rozložení průtočného množství media po průřezu a ovlivňování jednotlivých elementů navzájem, takže předpoklad konstantního součinitele přestupu tepla ve výpočtech nebývá ve většině skutečných případů splněn.

Pro kontrolu přesnosti výpočtů, prováděných za předpokladu konstantního součinitele přestupu tepla po obvodu, jeví se proto nezbytným znát vliv proměnného součinitele přestupu tepla na rozložení teplot v palivovém elementu neb trubce.

Ukážeme, že uvedené odchylky teplot od středních hodnot leží v mezích přesnosti výpočtu běžných technických případů, kde hlavní vliv na přesnost má střední hodnota součinitele přestupu tepla určená obvykle pomocí výsledků získaných experimentálně na základě teorie podobnosti.

DIFERENCIÁLNÍ ROVNICE VEDENÍ TEPLA

Pro stacionární případy vedení tepla v tuhých tělesech platí parciální diferenciální rovnice Laplaceova, která v pravoúhlém systému souřadnic má tvar

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0\,, \tag{1}$$

resp. v cylindrických souřadnicích

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial t}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0\,. \tag{2}$$

Pro případ tělesa se zdrojem tepla rozšíří se rovnice o člen q/λ a přejde tudíž na tvar

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = 0\,, \tag{3}$$

resp.

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial t}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{q}{\lambda} = 0\,, \tag{4}$$

kde značí q teplo vyvinované v jednotce objemu tělesa za jednotku času (kcal/m^{3}h).

Řešení uvedených diferenciálních rovnic musí vyhovovat daným okrajovým podmínkám. Řešení Laplaceovy diferenciální rovnice pro třetí typ okrajové podmínky pro případ chlazení rotačních těles při konstantním součiniteli přestupu tepla je triviální a všeobecně známé, takže není třeba je rozvádět. V dalších kapitolách jsou ukázána řešení uvedených diferenciálních rovnic pro třetí typ okrajové podmínky při uvažování proměnného součinitele přestupu tepla pro případ dvojdimensionálního průtoku tepla na příkladu

1. vychlazování holého topeného drátu,
2. vychlazování topeného drátu opatřeného ochranným obalem.

Nutno připomenout, že dvojdimensionální případ vedení tepla nastává, přesně vzato, pouze při vychlazování nekonečně dlouhého tělesa. V praxi však lze uvedené metody užít i na konečné útvary, je-li změna teploty ve směru osy relativně malá, takže složka vedení tepla ve směru této osy je zanedbatelná.

VYCHLAZOVÁNÍ HOLÉHO DRÁTU SE ZDROJEM TEPLA

Při podélném obtékání svazku drátů nastává působením sousedních drátů v příčném řezu periodická změna průtokových poměrů na obvodu drátu a tudíž i periodická změna součinitele přestupu tepla.

Při řešení tohoto případu vyjdeme z předpokladu cosinového rozdělení součinitele přestupu tepla po obvodě drátu

$$\alpha_R = \alpha_s + \frac{\Delta\alpha}{2} \cos n\varphi\,, \tag{5}$$

kde značí α_s střední hodnotu součinitele přestupu tepla (kcal/m^{2}h°C),

$\Delta\alpha$ rozdíl mezi maximální a minimální hodnotou součinitele přestupu tepla (kcal/m^{2}h°C),

n počet periodických změn součinitele přestupu tepla,

a okrajových podmínek

$$1) \qquad -\lambda\left(\frac{\partial t}{\partial \varrho}\right)_{\varrho=R} = \alpha_R(t_R - t_f)\,, \tag{6}$$

$$2) \qquad \left(\frac{\partial t}{\partial \varrho}\right)_{\varrho=0} = 0\,. \tag{7}$$

Diferenciální rovnice popisující zmíněný případ má v polárních souřadnicích tvar

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial t}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{q}{\lambda} = 0\,. \tag{8}$$

Pro předpoklad konstantního tepla q vyvinovaného v jednotce objemu vyhovuje diferenciální rovnici (8) řešení ve tvaru řady

$$\begin{aligned} t &= a_0 + a_n\varrho^n \cos n\varphi + a_{2n}\varrho^{2n} \cos 2n\varphi + \ldots + \\ &+ a_{-n}\varrho^{-n} \cos n\varphi + a_{-2n}\varrho^{-2n} \cos 2n\varphi + \ldots - \frac{q}{4\lambda}\varrho^2 = \\ &= \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} a_{mn}\varrho^{mn} \cos mn\varphi - \frac{q}{4\lambda}\varrho^2\,. \end{aligned} \tag{9}$$

S ohledem na okrajovou podmínku 2 definovanou rovnicí (7), požadující konečnou hodnotu teploty v ose drátu, vypadají z nekonečné řady (9) členy se zápornými mocniteli, tj.

$$a_{-n} = a_{-2n} = a_{-3n} \ldots \doteq 0\,.$$

Řešení bude provedeno pro obecný počet periodických změn součinitele přestupu tepla podél obvodu. V praktických případech lze se setkat pouze se 4 nebo 6 periodickými změnami součinitele přestupu tepla. Počet periodických změn součinitele přestupu tepla odpovídá počtu nejbližších (sousedních) topných drátů ve svazku.

Dosazením rovnice (9), jejích derivací a vztahu (5) do vztahu (6) obdržíme porovnáním součinitelů u cos $mn\varphi$ a řešením soustavy získaných rovnic výrazy pro určení součinitelů a_{mn} ve tvaru nekonečných řetězových zlomků[1])

[1]) Lze snadno dokázat, že nekonečné řetězové zlomky ve výrazech (14) jsou od jistého m konvergentní a že koeficienty a_{mn} jdou k nule tak rychle, že řada (9) je konvergentní (dokonce pro každé ϱ). Pro malá m se mohou stát tyto zlomky (a stejně zlomek v (10_1)) někdy nekonečnými; tento případ však nemůže nastat, je-li $\frac{\Delta\alpha}{4\lambda n} R$ malé, což je v praktických případech splněno.

$$(10) \qquad a_0 = t_f + \frac{qR^2}{4\lambda}\,\boldsymbol{D}\,,$$

$$(10_1) \qquad \boldsymbol{D} = 1 + \frac{2\lambda}{R\alpha_s}\,\cfrac{1}{1 - 2\,\cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 \frac{\lambda}{\alpha_s}\,R}{n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{2n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{3n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R \ldots}}}}\,,$$

$$(11) \qquad a_n R^n = -\,\cfrac{\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\,R}{n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,\cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{2n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{3n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \ldots}}}\,.\,\boldsymbol{B}\,,$$

$$(11_1) \qquad \boldsymbol{B} = 2\left(a_0 - \frac{q}{4\lambda}\,R^2 - t_f\right)$$

neb

$$(12) \qquad \boldsymbol{B} = \frac{q}{2\lambda}\,R^2(\boldsymbol{D} - 1)\,,$$

$$(13) \qquad a_{2n}R^{2n} = -\,\cfrac{\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\,R}{2n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{3n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{4n + \frac{\alpha_s}{\lambda}\,R - \ldots}}}\,\alpha_n R^n\,,$$

(14)

$$a_{mn}R^{mn} = -\cfrac{\dfrac{\Delta\alpha}{4\lambda}R}{mn + \dfrac{\alpha_s}{\lambda}R - \cfrac{\left(\dfrac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{(m+1)\,n + \dfrac{\alpha_s}{\lambda}R - \cfrac{\left(\dfrac{\Delta\alpha}{4\lambda}\right)^2 R^2}{(m+2)\,n + \dfrac{\alpha_s}{\lambda}R - \dots}}}\, a_{(m-1)n}R^{(m-1)n} .$$

Pro určení střední teploty povrchu dráty plyne výraz

(15) $$t_{Rs} = a_0 - \frac{q}{4\lambda}R^2 .$$

Pro přešlé teplo platí výraz

(16) $$W = 2\pi R\alpha_s\left(a_0 - \frac{q}{4\lambda}R^2 - t_f + \frac{\Delta\alpha}{4\alpha_s}R^n a_n\right),$$

kde závorka pravé strany má význam střední teploty zmenšené o teplotu okolního media, tj. středního teplotního rozdílu.

PŘÍKLAD

Pro posouzení vlivu proměnného součinitele přestupu tepla byl vzat případ vychlazování uranového drátu ∅ 5 mm ($R = 2{,}5\,.\,10^{-3}$ m) o tepelném výkonu $W = 7{,}85\,.\,10^3$ kcal/hm při $n = 6$. Bylo voleno

$$\begin{aligned} \alpha_s &= 5\,.\,10^3\ \text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}\,, \\ \Delta\alpha &= 2\,.\,10^3\ \text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}\,, \\ t_f &= 400^\circ\text{C}\,, \\ \lambda &= 22{,}0\ \text{kcal/mh}\,. \end{aligned}$$

Tomu odpovídá konstantní vyvinované teplo $q = 4\,.\,10^8$ kcal/m^{3}h. Při proměnném α vyplývá z výrazů 10 ÷ 14

$$\begin{aligned} a_0 &= 528{,}582^\circ\text{C}\,, \\ a_6R_6 &= -1{,}733^\circ\text{C}\,, \\ a_{12}R_{12} &= 0{,}008^\circ\text{C}\,, \\ a_{18}R_{18} &= -0{,}000^\circ\text{C}\,. \end{aligned}$$

Průběh povrchové teploty t_R v závislosti na φ je uveden v tab. 1. Teplota v ose drátu vychází $t_0 = a_0 = 528{,}582$°C.

Tab. 1.

φ°	0	10	20	30	40	50	60
t_R °C	498,448	499,303	501,036	501,914	501,036	499,303	498,448

Vedení tepla v drátu (obor $0 < \varrho \leqq r$) popisuje diferenciální rovnice

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial t}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{q}{\lambda_a} = 0\,. \tag{8}$$

Děj v obalu (obor $r \leqq \varrho \leqq R$) pak diferenciální rovnice

$$\frac{\partial^2 t}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial t}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} = 0\,. \tag{17}$$

Diferenciální rovnici (8) pro drát vyhovuje řešení ve tvaru

$$t_a = a_0 + a_n \varrho^n \cos n\varphi + a_{2n}\varrho^{2n} \cos 2n\varphi + \ldots - \frac{q}{4\lambda_a}\varrho^2 \tag{9}$$

a diferenciální rovnici (17) pro obal řešení ve tvaru

$$\begin{aligned} t_b = b_0 &+ b_n\varrho^n \cos n\varphi + b_{2n}\varrho^{2n} \cos 2n\varphi \ldots + b_{mn}\varrho^{mn} \cos mn\varphi \ldots + \\ &+ c_n\varrho^{-n} \cos n\varphi + c_{2n}\varrho^{-2n} \cos 2n\varphi \ldots + c_{mn}\varrho^{-mn} \cos mn\varphi + K \lg \varrho\,. \end{aligned} \tag{18}$$

Řešení musí dále vyhovovat okrajovým podmínkám

$$\text{1)} \qquad -\left(\frac{\partial t_b}{\partial \varrho}\right)_{\rho=R} = \frac{\alpha_R}{\lambda_b}\left(t_R - t_f\right), \tag{19}$$

kde α_R předpokládáme stejně jako v předchozích případech rozděleno symetricky v n úsecích po obvodě obalu

$$\alpha_R = \alpha_s + \frac{\Delta\alpha}{2}\cos n\varphi\,; \tag{5}$$

2) v místě styku drátu a obalu jsou shodné teploty i prošlé teplo

$$\left(\frac{\partial t_a}{\partial \varrho}\right)_{\rho=r} \lambda_a = \left(\frac{\partial t_b}{\partial \varrho}\right)_{\rho=r} \lambda_b\,, \tag{20}$$

$$\left(t_a\right)_{\rho=r} = \left(t_b\right)_{\rho=r}\,. \tag{21}$$

Z uvedených vztahů a podmínek vyplývají porovnáním součinitelů u $\cos mn\varphi$ výrazy pro určení konstant a_{mn}, b_{mn} a c_{mn}.[2])

$$b_0 = \frac{q}{2\lambda_b} r^2 \lg R + t_f - \frac{\dfrac{q}{2\alpha_s}\dfrac{r^2}{R}}{1 - 2\dfrac{\lambda_b}{\alpha_s}\boldsymbol{B}_n\left(\dfrac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R}\,, \tag{22}$$

[2]) O konvergenci platí totéž co u předchozího případu.

$$(22_1)\quad \boldsymbol{B}_n = \cfrac{1}{n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{2n}\lambda^0}{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{2n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{2n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0}{1+\left(\frac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{3n + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \ldots}}}\,,$$

$$(23)\qquad b_nR^n = -\frac{2\,\dfrac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}R}{1+\left(\dfrac{r}{R}\right)^{2n}\lambda^0}\,\boldsymbol{B}_n\left[b_0 - \frac{q}{2\lambda_b}r^2\lg R - t_f\right],$$

$$(24)\qquad b_{2n}R^{2n} = -\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}R\,\frac{1+\left(\dfrac{r}{R}\right)^{2n}\lambda^0}{1+\left(\dfrac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0}\,\boldsymbol{B}_{2n}b_nR^n,$$

$$(24_1)\quad \boldsymbol{B}_{2n} = \cfrac{1}{2n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0}{1+\left(\frac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{3n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{6n}\lambda^0}{1+\left(\frac{r}{R}\right)^{6n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{4n + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \ldots}}}\,,$$

$$(25)\qquad b_{3n}R^{3n} = -\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}R\,\frac{1+\left(\dfrac{r}{R}\right)^{4n}\lambda^0}{1+\left(\dfrac{r}{R}\right)^{6n}\lambda^0}\,\boldsymbol{B}_{3n}b_{2n}R^{2n},$$

$$(25_1)\quad \boldsymbol{B}_{3n} = \cfrac{1}{3n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{6n}\lambda^0}{1+\left(\frac{r}{R}\right)^{6n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{4n\,\cfrac{1-\left(\frac{r}{R}\right)^{8n}\lambda^0}{1+\left(\frac{r}{R}\right)^{8n}\lambda^0} + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \cfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{5n + \cfrac{\alpha_s}{\lambda_b}R - \ldots}}}\,,$$

$$b_{mn}R^{mn} = -\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b} R \frac{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2(m-1)n} \lambda^0}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2mn} \lambda^0} B_{mn} b_{(m-1)n} R^{(m-1)n}, \tag{26}$$

$$B_{mn} = \frac{1}{mn \frac{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{2mn} \lambda^0}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2mn} \lambda^0} + \frac{\alpha_s}{\lambda_b} R -} \times \tag{26$_1$}$$

$$\times \frac{1}{\dfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{(m+1)\, n \frac{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{2(m+1)n} \lambda^0}{1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2(m+1)n} \lambda^0} + \frac{\alpha_s}{\lambda_b} R - \dfrac{\left(\frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b}\right)^2 R^2}{(m+2)\, n + \frac{\alpha_s}{\lambda_b} R - \ldots}}},$$

$$a_0 = b_0 + \frac{q}{4\lambda_a} r^2 \left(1 - 2\frac{\lambda_a}{\lambda_b} \lg r\right), \tag{27}$$

$$a_n = 2b_n \lambda^+ , \tag{28}$$

$$a_{2n} = 2b_{2n} \lambda^+ , \tag{29}$$

$$a_{3n} = 2b_{3n} \lambda^+ , \tag{30}$$

$$a_{mn} = 2b_{mn} \lambda^+ , \tag{31}$$

kde

$$\lambda^+ = \frac{\frac{\lambda_b}{\lambda_a}}{\frac{\lambda_b}{\lambda_a} + 1}, \tag{32}$$

$$K = -\frac{q}{2\lambda_b} r^2 , \tag{33}$$

$$c_n = r^{2n} b_n \lambda^0 , \tag{34}$$

$$c_{2n} = r^{4n} b_{2n} \lambda^0 , \tag{35}$$

$$c_{3n} = r^{6n} b_{3n} \lambda^0 , \tag{36}$$

$$c_{mn} = r^{2mn} b_{mn} \lambda^0 , \tag{37}$$

(38) kde
$$\lambda^0 = \frac{\dfrac{\lambda_b}{\lambda_a} - 1}{\dfrac{\lambda_b}{\lambda_a} + 1}.$$

Prošlé teplo určíme z Fourierova zákona aplikovaného na povrch drátu a vnitřní povrch obalu

(39)
$$W = -\int_0^{2\pi} \lambda_a \left(\frac{\partial t_a}{\partial \varrho}\right)_{\rho=r} r \, d\varphi = \pi r^2 q,$$

(40)
$$W = -\int_0^{2\pi} \lambda_b \left(\frac{\partial t_b}{\partial \varrho}\right)_{\rho=r} r \, d\varphi = -2\pi\lambda_b K,$$

odkud vyplývá výraz pro

(41)
$$K = -\frac{W}{2\pi\lambda_b}.$$

Teplo prošlé vnějším povrchem obalu určuje výraz

(42)
$$W = \int_0^{2\pi} \alpha(t_R - t_f) R \, d\varphi =$$
$$= 2\pi R\alpha_s \left[b_0 + K \lg R - t_f + \frac{\Delta\alpha}{4\lambda_b} R^n b_n \left(1 + \left(\frac{r}{R}\right)^{2n} \lambda^0\right)\right],$$

kde výraz v závorce má význam středního teplotního rozdílu.

PŘÍKLAD

Pro posouzení vlivu proměnného součinitele přestupu tepla byl zvolen případ vychlazování uranového drátu ∅ 4 mm ($r = 2$ mm) s hořčíkovým povlakem tloušťky $s = 0,5$ mm ($R = 2,5$ mm) o tepelném výkonu $W = 7,85 \,.\, 10^3$ kcal/hm. Počet period byl zvolen $n = 6$. Dále bylo vzato:

$$\begin{aligned}
\alpha_s &= 5 \,.\, 10^3 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C},\\
\Delta\alpha &= 2 \,.\, 10^3 \text{ kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C},\\
t_f &= 400^\circ\text{C},\\
\lambda_a &= 22,0 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C},\\
\lambda_b &= 140 \text{ kcal/mh}^\circ\text{C},\\
r &= 2 \,.\, 10^{-3} \text{ m},\\
R &= 2,5 \,.\, 10^{-3} \text{ m},\\
W &= 7,85 \,.\, 10^{-3} \text{ kcal/hm}.
\end{aligned}$$

Pak je
$$\begin{aligned} a_0 &= 531{,}570°C\,, \\ a_6r^6 &= -0{,}141°C\,, \\ a_{12}r^{12} &= 0{,}000°C\,, \\ b_0 &= 447{,}674°C\,, \\ b_6R^6 &= -1{,}312°C\,, \\ b_{12}R^{12} &= 0{,}000°C\,, \\ c_6R^{-6} &= -0{,}014°C\,, \\ c_{12}R^{-12} &= 0{,}000°C\,. \end{aligned}$$

Průběh povrchové teploty t_R v závislosti na φ je uveden v tabulce 2. Průběh teploty povlaku na vnitřním poloměru r je vynesen v tab. 3. Teplota v ose drátu $t_0 = a_0 = 531{,}570°C$.

Tab. 2.

$\varphi°$	0	10	20	30	40	50	60
t_R °C	499,297	500,232	502,105	503,042	502,105	500,232	499,297

Tab. 3.

$\varphi°$	0	10	20	30	40	50	60
t_r °C	503,020	503,089	503,232	503,303	503,232	503,189	503,020

Literatura

[1] *Tichonov, Samarskij:* Rovnice matematické fysiky; překlad z ruštiny; NČSAV, Praha 1955.
[2] *Illiffe:* Thermal buckling of a rod heat source in a tubular coolant duct; Journal of Nuclear Energy, 1955, str. 1—14.

Резюме

СТАЦИОНАРНОЕ ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ В НЕОГРАНИЧЕННОМ ЦИЛИНДРЕ ПРИ КОЭФФИЦИЕНТЕ ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ, ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ПЕРИОДИЧЕСКИ ВДОЛЬ ПЕРИФЕРИИ

ИРЖИ ШИМОНЕК (Jiří Šimonek)

Настоящая работа посвящена вопросам, связанным с решением двухразмерной кондукции теплоты при стационарном охлаждении подогреваемой неизолированной проволоки и подогреваемой проволоки, снабженной защитным покрытием, в случае коэффициента теплопередачи, изменяющегося вдоль периферии по закону косинуса с любым числом период.

Решение выполнено при помощи бесконечных рядов. Коэффициенты отдельных членов рядов получаются в виде бесконечных цепных дробей. Ряды быстро сходятся, и остаются в них только члены, соответствующие кратным числа периодических изменений коэффициента теплопередачи.

Для оценки скорости сходимости рядов приведены практические примеры, а именно — случай охлаждения неизолированной урановой проволоки и урановой проволоки, снабженной защитным покрытием, для шести периодических изменений коэффициента теплопередачи.

С практической точки зрения из полученных результатов вытекает, что влияние периодического изменения коэффициента теплопередачи на температурное поле в цилиндре совсем незначительно.

Zusammenfassung

DAS STATIONÄRE TEMPERATURFELD IM UNENDLICHEN ZYLINDER BEI EINER LÄNGS DES UMFANGS PERIODISCH VERÄNDERLICHEN WÄRMEÜBERGANGSZAHL

Jiří Šimonek

Die Arbeit enthält eine Lösung der zweidimensionalen Wärmeleitung bei stationärer Auskühlung des geheizten blanken Drahts und des geheizten Drahts, der mit einer Schutzhülle versehen ist, für den Fall der längs des Umfangs nach dem Kosinussatz periodisch veränderlichen Wärmeübergangszahl mit allgemeiner Periodenzahl.

Die Lösung ist mit Hilfe der unendlichen Reihen durchgeführt. Die Koeffizienten der einzelnen Reihenglieder ergeben sich dabei in der Form der unendlichen Kettenbrüche. Die Reihen konvergieren schnell und es kommen in ihnen bloss den Vielfachen der Zahl periodischer Wärmeübergangszahlveränderungen entsprechende Glieder zur Geltung.

Zur Beurteilung der Konvergenzgeschwindigkeit der Reihen werden vom Verfasser praktische Beispiele und zwar ein Beispiel der Auskühlung eines blanken und eines mit Schutzhülle versehenen Urandrahts bei sechs periodischen Wärmeübergangszahlveränderungen berechnet.

Vom praktischen Gesichtspunkt aus gesehen zeigen die Ergebnisse, dass der Einfluss der periodischen Veränderungen der Wärmeübergangszahl auf das Temperaturfeld im Zylinder sehr gering ist.