

# Applications of Mathematics

---

## Recenze

*Applications of Mathematics*, Vol. 37 (1992), No. 4, 313–320

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/104512>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1992

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

## RECENZE

*Luc Devroye: A COURSE IN DENSITY ESTIMATION.* V edici Progress in probability and statistics, vol 14, vydal Birkhäuser, Boston-Basel-Stuttgart 1987. Stran XIX+183.

Kniha je věnována odhadování pravděpodobnostních hustot v  $d$ -rozměrném prostoru a to hlavně neparametrickému, zejména jádrovým odhadům, přičemž chyba odhadů se posuzuje pomocí  $L_1$ -metriky. Autor v předmluvě říká, že místo běžně užívaného termínu „neparametrické“ odhady by byl výstižnější termín „univerzální“ odhady vzhledem k jejich obecné, univerzální použitelnosti; na různých místech v knize tyto odhady porovnává s tzv. „tailor-designed“ odhady, tj. se speciálními odhady zaměřenými jen na určitou relativně úzkou třídu hustot.

V úvodních kapitolách knihy se pojednává obecněji o různých vzdálenostech mezi hustotami a o různých metodách odhadování hustot. Dvě kapitoly se zabývají podrobným studiem jádrových odhadů, a to jejich konsistencí a řádem konvergence pro některé typy jader. Dalším tématem jsou minimaxové meze pro střední  $L_1$ -chybu obecných odhadů, jejich závislost na třídách odhadovaných hustot a z nich vyplývající určité užitečné nerovnosti; na to pak navazuje vyšetřování minimaxové optimálních odhadů, založených na odhadech pomocí minimální vzdálenosti. Z modernějších témat je zde diskutována robustnost odhadů a jejich relativní stabilita, čímž je míněna konvergence  $\int |f_n - f|/E \int |f_n - f| \rightarrow 1$  při  $n \rightarrow \infty$ . Pro ilustraci a pro získání konkrétní představy je jedna kapitola věnována speciálnímu případu odhadování nerostoucích hustot na intervalu  $[0, 1]$ . Ke každé kapitole jsou připojena cvičení.

Kniha nemá být výzkumnou monografií, vznikla z letního kursu pro studenty; jak říká autor, odráží se v ní „teplá letní uvolněná atmosféra“ (přátelštějším, ne tak suchým stylem výkladu, množstvím obrázků, leckdy nahrazením hlubokých výsledků výsledky mělčími s jednoduššími didakticky názornějšími důkazy, rychlým pohybem od jednoho problému k dalšímu se snahou maximalizovat počet idejí a metod, s nimiž jsou studenti seznámeni, apod.). Přitom však nikterak nejde snad o dílo populární; kniha je určena odborníkům zaměřeným na teorii pravděpodobnosti a matematickou statistiku, vykládají se zde výsledky matematicky i dost složité a náročné, a to plně na výši aktuálních výzkumů. Celkově řečeno, je to dílo vynikající svou šíří, odborností i moderností svého záběru.

Knihu bych chtěl vřele doporučit těm, kteří se chtějí seznámit se současnou teorií odhadů hustot, s příslušnými idejemi, výsledky a metodami. K dalšímu podrobnějšímu studiu autor doporučuje výzkumnou monografií L. Devroye, L. Györfi: Nonparametric density estimation: The  $L_1$  view, Wiley 1985 — tyto dvě knihy se v jistém smyslu doplňují.

*Zbyněk Šidák*

*I. Borg, J. Lingoes: MULTIDIMENSIONAL SIMILARITY STRUCTURE ANALYSIS.* Vydal Springer-Verlag, 1987. Stran 390, obr. 170.

Kniha patří mezi díla o metodách analýzy dat. Protože však termín použitý v názvu byl v podstatě nově vytvořen a není běžně používán, bude nutno osvětlit obsah knihy podrobněji a názorněji. Při tom se zdá být vhodnější začít z trochu jiného konce. Máme-li nějakou proměnnou veličinu (vyjádřenou nikoliv nutně numericky, ale třeba jen jakýmsi ordinálními vztahy), bývá leckdy užitečné pokusit se najít pro tuto veličinu určitou škálu, vyjádřit ji numericky v nějaké vhodné škále; to lze nazvat (jednorozměrné) škálování. Máme-li takových veličin více, a známe-li třeba jen jejich jakési ordinální a strukturální vztahy, můžeme se opět snažit vyjádřit je numericky ve vhodných škálách ve více rozměrech, tj.

reprezentovat jejich hodnoty body ve vhodném mnohorozměrném prostoru. Toto se nazývá mnohorozměrné škálování (což je již běžný termín pro určité metody analýzy dat).

Autorům knihy se zdál termín „mnohorozměrné škálování“ velmi šťastný, nevhodný pro naznačení, o co vlastně jde, a proto používají nový termín „analýza mnohorozměrných podobnostních struktur“; tento termín považují za vhodnější a obecnější, takže v jejich pojetí zahrnuje jak obvyklé mnohorozměrné škálování, tak i různá jeho zobecnění, modifikace, úlohy podobného typu, atd.

Podle slov autorů z úvodu „analýza mnohorozměrných podobnostních struktur zahrnuje třídu modelů, jimiž se reprezentují podobnostní koeficienty mezi objekty v množině pomocí vzdáleností v mnohorozměrném prostoru“. Pokusme se nyní objasnit názorněji obsah této „definice“ a tím i obsah knihy.

Knihy začíná velmi jednoduchým příkladem: Na zeměpisné mapě (tj. ve dvourozměrném prostoru) známe vzájemné vzdálenosti skupiny měst (bodů). Úkolem je z pouhých těchto vzdáleností rekonstruovat celou původní konfiguraci měst (bodů). To je samozřejmě zcela snadné (až na posunutí, rotaci a zrcadlení). Příklad je však instruktivní proto, že lze říci, že v podstatě celý obsah knihy se odvíjí z jeho různých modifikací, zobecnění, atd. Uveďme některé takové případy, kterými se kniha zabývá: Místo číselně daných vzdáleností můžeme třeba znát jen ordinální uspořádání vzdáleností. Místo ve dvourozměrném prostoru můžeme jako základ mít body v mnohorozměrném prostoru a pokusit se je reprezentovat v prostoru nižší dimenze (nejčastěji v praxi bývá reprezentace v rovině). Místo vzdáleností bodů můžeme mít dány hodnoty nějakých podobnostních koeficientů mezi body (objekty) a požadavkem je pak, aby body (objekty) navzájem si podobné měly ve výsledné reprezentaci malou vzdálenost a naopak body značně si nepodobné měly velkou vzdálenost; typickým případem zde je, když se podobnost objektů měří pomocí statistického korelačního koeficientu mnohorozměrného znaku na těchto objektech. Také je vyšetřován případ, kdy údaje pro některé dvojice bodů chybějí. Problémem trochu jiného typu je následující: Máme již nějakou reprezentaci bodů ve smyslu právě zmíněném a chceme ohodnotit, do jaké míry dobře (či špatně) tato reprezentace vyhovuje určitým dodatečným předem daným podmínkám, případně, existuje-li více takových reprezentací, chceme z nich vybrat tu, která těmto podmínkám vyhovuje nejlépe. Atd. atd., o dalších otázkách z tohoto okruhu řešených v knize se již zmiňovat nebudeme.

V předchozích řádcích samozřejmě vždy šlo o nalezení *co možno nejlepší* reprezentace. Pro posouzení kvality reprezentace je možno zavést různé funkcionály, z nichž nejběžnější jsou tzv. „stress“ a „alienation“. Z matematického hlediska pak jde o nalezení reprezentace, která minimalizuje (nebo skoro minimalizuje) některý z těchto funkcionálů. V knize jsou u všech typů úloh uvedeny buď přímo procedury pro jejich minimalizaci nebo odkazy na určité počítačové programy provádějící tyto procedury.

Čtení knihy vyžaduje jen zcela minimální znalosti matematiky, nejvýše na úrovni střední školy. I jen trochu pokročilejší témata (jako např. vektorová a maticová algebra, derivace, hledání minima gradientní metodou apod.) jsou vyložena ve speciálně zařazených paragrafech. Kniha obsahuje veliké množství příkladů, pomocí nichž se vše vykládá a ilustruje. Skoro všechny příklady jsou z psychologie a sociologie; to je zřejmě důsledkem odborného zaměření autorů. Chtěl bych však zdůraznit, že metody analýzy dat v této knize vykládané neomezují své aplikace jen na tyto vědní obory, jejich aplikace jsou daleko širší v mnoha jiných vědních oborech.

I když tedy nejde o knihu s kdovíjak vysokými matematickými „učenostmi“, můj dojem z ní je velice dobrý. Lze říci, že je to výborné a velmi obsažné kompendium metod pro řešení úloh, o kterých jsem se zmínil nahoře. Pojednává snad o všech možných typech úloh z tohoto okruhu, které v praxi přicházejí. (Na druhé straně by však bylo možno vytknout, že se omezuje opravdu jen na tento okruh úloh; o jiných přístupech k analýze podobnostních

struktur, jako je např. shluková analýza nebo faktorová analýza, se v knize nenajdou ani stručné zmínky.) Snad je vhodné ještě poznamenat, že převážná část knihy je věnována reprezentacím mnohorozměrných bodů *v rovině*, což je v praxi nejběžnější úloha, protože tím se objekty komplikované povahy stávají přístupné názorně, vizuální explorativní analýze. Knihu mohou doporučit odborníkům z analýzy dat jakož i pracovníkům z jiných oborů, kteří analýzu dat pro své výzkumné účely potřebují.

Zbyněk Šidák

*Geoffrey J. McLachlan, Kaye E. Basford: MIXTURE MODELS. INFERENCE AND APPLICATIONS TO CLUSTERING.* V edici *Statistics: textbooks and monographs*, vol. 84, vydal Marcel Dekker, Inc., New York-Basel, 1988. Stran XI+253, obr. 11.

V knize se pojednává o směsích statistických rozložení, pomocí nichž bývají modelována heterogenní data. Jsou vykládána zejména následující témata: identifikování směsí na základě principu maximální věrohodnosti; odhadování parametrů komponentních rozložení i proporcí těchto rozložení ve směsi; speciálně podrobný výklad o směsích s normálními komponentami; aplikace věrohodnostního přístupu ke směsím na problémy diskriminační a shlukové analýzy (předpokládá se známý pevný počet shluků a prvky se klasifikují na základě jejich aposteriorních pravděpodobností příslušnosti k jednotlivým shlukům); shlukování podobných ošetření v modelech analýzy rozptylu, apod. Pozornost je též věnována např. detekci atypických pozorování, posuzování dobré shody modelu, a některým modernějším metodám, jako je robustní odhadování, jackknife a bootstrap. Teorie je ilustrována na řadě příkladů a v Appendixu se prezentují dále fortranové programy pro směsi s normálními komponentami.

Knížka obsahuje mnoho poznatků a citací i z velmi nedávné doby a bude jistě užitečná jak pro teoretické statistiky zajímající se o tuto problematiku, tak i pro pracovníky v aplikacích, kteří podobné modely potřebují pro výzkumnou práci.

Zbyněk Šidák

*I. Bán: BIOMATHEMATICS AND ITS APPLICATIONS IN PLANT CULTIVATION.* Z maďarského originálu do angličtiny přeložili G. M. Habermann, J. Verő, Á. Wallner. Vydala nakladatelství Akadémiai Kiadó, Budapest & Elsevier Science Publishers, The Netherlands, 1988. Stran 204, obr. 62.

První část knihy, nazvaná 1. Some problems of biomathematical theory, se snaží prezentovat matematické základy teorie a skládá se z kapitol: 1.1. Basic biomathematics. 1.2. Mathematical approximation of probabilistic processes in biology on the basis of a set of observed data. 1.3. Biological defect of the regression analysis based on the least squares principle. 1.4. Role of cognizability limit in detecting the changes of biological state. 1.5. Comparison of sets characterizing biological states on the basis of magnitude-relation. 1.6. A multivariable examination method with relative coordinates. 1.7. Evaluation of the effect of a treatment using modulation with respect to control.

Již tyto názvy kapitol se zdají být trochu podezřelé, poněvadž se dost liší od obvyklého obsahu obdobných knih. Nu, třeba má autor vlastní originální pojetí.

Vskutku, po přečtení knihy musím konstatovat, že jde o dílo skutečně mimořádné, a to mimořádné svou *nepředstavitelně nízkou úrovní*, tím, že je doslova napěchováno *nejhoršími nesmysly* z hlediska matematiky. Téměř na každé stránce autor prokazuje, že není matematik, ale dokonce že matematice absolutně nerozumí. (Podle titulní stránky autor je — nebo byl v r. 1988 — vedoucím počítačového a vývojového oddělení na ministerstvu zemědělství a výživy.)

Problémy začínají už s tím, že se kniha hemží nedefinovanými označeními, nevysvětlenými pojmy a postupy, nekonzistencí označení a výkladů, přeskakováním od jednoho označení k jinému, chybnými vzorečky atd. Ze spousty kuriózních nesmyslů mohu kvůli zestručnění vybrat jen některé (ale zato je uvedu explicitně — pro matematiky veselejší povahy to bude sloužit jako humoristický koutek, zasmušilejší povahy to asi rozčlílí): Na str. 15 je zcela nesmyslný výklad úplné indukce: „It is assumed that the characteristic ... is known for  $n$  cases, where  $n = 1, 2, 3, \dots, i, i + 1$ . A total induction begins from the further *assumption* that the same characteristic obtains in cases  $n = m$  and  $n = m + 1$ .“ Aby nebylo mýlky, o čtyři řádky dále autor znovu píše „emphasizing that the characteristic ... is *hypothesized* to obtain in cases  $n = m$  and  $n = m + 1$  ...“ Úplná indukce prý pak spočívá v tom, že se charakteristika rozšíří na *konečný* počet případů  $v$ . Na str. 16 a porůznu dále autor ukazuje, že vůbec nezná význam značky  $\forall i$  a neumí ji používat. Výklad je zde téměř mysticky zamlžený a bohužel jeho smysl nechápu. Nejdříve se označí symbolem  $b_i^m$  hodnoty stavových charakteristik, kde  $i$  je jedna z množiny stavových charakteristik s danou hodnotou ( $i = 1, 2, \dots$ ) a  $m$  je pořadové číslo pozorování. (Přitom  $b_i^m$  odpovídá kontrolním pozorováním, tečkované  $b_i^m$  pozorováním při ošetření, ale o pět řádků dále je to s tou tečkou naopak.) Písmenem  $B$  se označí biologický stav, a pak prý zřejmě  $B = \bigcup_{\forall i} b_i^m$ , kde  $b_i = \bigcup_{\forall m} b_i^m$ , atd. Snad někde místo sjednocení měl být napsán vektor, nevím. O kousek dále na str. 17 je opět pozoruhodné vyjádření „elements  $(b_1^m, b_2^m, \dots, b_i^m)$  being  $i$ -tuples of numbers with  $\forall m$ .“ Podobně na str. 32 je symbol sjednocení  $\bigcup$ , pod nímž je napsáno  $\forall i$ , na str. 71 je záhadný výrok „in the case of assigned data pairs  $(a_i, b_i) a_i > b_i$  is  $\forall i$ “. Na str. 18 se kuriózním způsobem „odvozuje“ trojúhelníková nerovnost pro vzdálenosti bodů v  $i$ -rozměrném prostoru na základě *jednorozměrného* případu a *úplné indukce*: Předpokládá se, že  $a^2 \leq b^2 + c^2$ ,  $p^2 \leq q^2 + r^2$ . Z toho prý *úplnou indukci* vyplynou další nerovnosti ...  $z^2 \leq x^2 + y^2$ , takže  $(a^2 + p^2 + \dots + z^2)^{\frac{1}{2}} \leq (b^2 + c^2 + q^2 + r^2 + \dots + x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}}$ . Nuže dobrá; ale z toho prý vyplývá nyní  $[(b_1^1 - b_1^3)^2 + \dots + (b_i^1 - b_i^3)^2]^{\frac{1}{2}} \leq [(b_1^1 - b_1^2)^2 + \dots + (b_i^1 - b_i^2)^2]^{\frac{1}{2}} + [(b_1^2 - b_1^3)^2 + \dots + (b_i^2 - b_i^3)^2]^{\frac{1}{2}}$ , přičemž nikde není řečeno, co jsou  $a, b, c, p, \dots$ , a jaký by měl být jejich vztah k  $b_k^m$ . Na str. 20 autor zavede (sice názorně, ale řekněme v podstatě správně) pojem funkce; o sedm řádků dále však místo „funkce“ začne říkat „projekce“ a v dalším textu se už většinou používá termín „projekce“. Autor patrně neví, že projekce je něco jiného než funkce nebo zobrazení. Na str. 26 se zavádí pojem integrálu nepřilíš přesným způsobem; ale to by se snad dalo autorovi odpustit v porovnání s tím, že ihned dále na str. 27 čteme tuto nehoráznost: „Necessary and sufficient condition for the existence of the Riemann-Stieltjes integral is: if  $f(x)$  is continuous in the interval  $[a, b]$  and  $q(x)$  is of limited range (nevysvětleno, nevím, co se tím myslí) in the interval  $[a, b]$ , then  $\int_a^b f(x) dq(x)$  exists.“

Str. 32–33 obsahuje svérázný výklad Kolmogorovovy axiomatiky teorie pravděpodobnosti. Začíná se: „A random biological experiment may have several results; *one* of the possible outcomes is called an elementary event ... A possible biological state  $B_t$   $t \in (O, K)$  ...“, přičemž ani jeden ze symbolů  $B_t, t, O, K$  není vysvětlen. Prostor jevů je pak prý  $\Omega = F = \bigcup_t B_t$ , kde  $t \in (O, K)$ , atd. Nevím, proč se používá současně  $\Omega$  i  $F$ . Následují správné definice součtu jevů  $B_1 + B_2$  a součinu jevů  $B_1 B_2$ , ale tyto termíny a označení se odlišují od termínů „sjednocení“ a „průnik“ a od symbolů  $\bigcup$  a  $\bigcap$ , které si autor zavedl na str. 14 pro množiny. Patrně autor neví, že Kolmogorovova axiomatika náhodných jevů je založena na teorii množin a operacích s nimi; není zde o tom sebemenší zmínka, naopak se podle odlišného značení zdá, že to nemá nic společného. Pojem náhodné veličiny je opět vysvětlen kuriózně: „Consider the random variable as a function *interpreted* (?) in the space of the elementary

events ... *If the elementary event  $\omega$  occurs* then, as a function of  $\omega$ , all possible observed values connected with the experiment may occur, i.e.  $x, y, \dots, z$ .“ Co to je  $x, y, \dots, z$ , to se neví, a dále se opět říká, že náhodná veličina je *projekce* (viz poznámka ke str. 20). Náhodné veličiny se označí písmeny  $X, Y, \dots, Z$ , ale o půl stránky dále se vyskytují symboly  $P(\xi = 0)$ , atd., kde už čtenář sám si má domyslet, že náhodná veličina se náhle značí písmenem  $\xi$ . Hustota spojitě náhodné veličiny (ale *bez dalších předpokladů!*) se zavádí na str. 34 takto: „The derivative of the distribution function  $f(x) = 0$  (!, ta nula je snad chyba tisku!) *does exist* (skutečně je tam tento výrok!) which expresses the probability that the continuous random variable lies within an interval  $(a, b)$ ; this is the density function ...  $P(a \leq \xi < b) = \int_a^b f(x) dx$ “. Podparagraf 1.2.2.4 Empirical distribution and density functions na str. 37–38 obsahuje směs všeho možného: Nejdříve se zavede distribuční funkce náhodného *vektoru*  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)$  a vyjmenují se její vlastnosti, přičemž vlastnost č. 3 je uvedena chybně (snad díky tiskové chybě?) a vlastnost č. 5 je nejasně formulována. Aniž by se s tím dále cokoli dělalo, přejde se ke „skoro“ správné definici hustoty *jednorozměrné* náhodné veličiny (ačkoliv jakási „definice“ hustoty byla již na str. 34, viz mou poznámku), ale stejně není vysvětleno, co to je „absolutně spojitá“ distribuční funkce. Ihned následuje povídání o náhodném výběru  $\xi_1, \dots, \xi_n$  z *jednorozměrné* distribuční funkce; neznalý čtenář asi nepochopí rozdíl mezi náhodným vektorem a náhodným výběrem, když přece jsou označeny stejně! Následuje silný zákon velkých čísel, Glivenkova věta a vrcholem (jak vědeckým v tomto podparagrafu tak i vrcholem nesmyslů!) je Smirnovův test rovnosti dvou distribučních funkcí, kde se předkládá vzorec

$$\lim P\left(\left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \sup_{-\infty < x < \infty} \right) F_n(x) - G_n(x) \leq Z = \begin{cases} 1 - e^{-2z^2} & \text{if } z > 0 \\ 0, & \text{if } z \leq 0. \end{cases}$$

(Skutečně, až do každého jednotlivého symbolu takto!!) Přitom je řečeno pouze, že  $F_n, G_n$  jsou empirické distribuční funkce, ale nejsou definovány, neví se, co je to  $\lim a Z$ . Na str. 44 na začátku výkladu o stochastické aproximaci je: „Odpovídající pozorovaná hodnota je  $y(x_1)$ , což je aproximace teoretické  $Y(x_1)$ , takže  $M(x) = E\{Y \subset X_1\}$ , kde  $E$  a  $M$  mají neznámý tvar“. Těto změní symbolů opravdu nerozumím! Na str. 51 se vykládá o hledání kořenů polynomů, přičemž se tvrdí, že Newtonova metoda prý (více méně obecně) dává přesnější výsledky než regula falsi. Na str. 54 se předkládá obecný vzorec pro délku oblouku  $dr = (dx^2 + dy^2)^{\frac{1}{2}}$ ; čtenář si snad domyslí význam písmen  $r, x, y$ , ale není zde sebemenší zmínka o tom, co je to  $d$ . Paragraf 1.4.2 na str. 64 začíná prohlášením o tom, že nejužitebnější praktické statistické metody jsou tzv. *t-test* a *F-test*; dále se čtenář dozví o výpočtu směrodatné odchylky, ale nikde v celé knize se nenajde obecný popis a vzoreček pro provádění *t-testu* a *F-testu*. Výjimečně se v knize vyskytují též matematické věty s důkazy; jejich úroveň je možno ilustrovat paragrafem 1.7.2 o zkoumání vlivu ošetření na str. 83–92: Předně se zde používá nedefinovaný symbol  $\Delta$ , o kterém se jen slovně řekne, že je to změna (zřejmě však jeho definice je trochu jiná než obvyklá diference  $\Delta$  v matematice, a mám podezření, že se zde  $\Delta$  používá ve dvou různých významech). Jestli se mi podařilo porozumět správně Větě 1 na str. 83–84 (hlavně pomocí opravdu instruktivního obrázku), pak v překladu do obvyklého matematického jazyka jejím obsahem je toto „hlubokomyslné“ tvrzení: Jsou-li  $f, g$  dvě funkce na kladné poloose,  $f(0) = g(0)$ ,  $f$  je klesající nebo konstantní a  $g$  rostoucí nebo konstantní, pak pro  $x > 0$  je  $g(x) - f(x) = [f(0) - f(x)] + [g(x) - g(0)] \geq 0$ . Důkazu této věty jsou věnovány dvě stránky, poněvadž se podrobně rozlišují čtyři případy podle toho, zdali  $f, g$  jsou ryze monotónní nebo konstantní. Další tři věty mají analogický charakter. Atd. atd., ve výčtu obrovského množství podobných kuriozit by bylo možno ještě dlouho pokračovat.

Druhá část knihy, nazvaná 2. Examples of the mathematical solution of problems in plant protection, obsahuje řadu detailně vypracovaných výpočtů pro řešení určitých biologických problémů a má kapitoly: 2.1. Determination of optimum sampling rate. 2.2. Study of the effectivity of plant protection. 2.3. Investigation of the ecological requirements of damaging or infectious living organisms. 2.4. Study of the effect of chemicals. 2.5. Study of the distribution of dimensions by approximate practical distribution functions.

Téměř všechny příklady v této části jsou založeny na výpočtu regresních funkcí a korelačních koeficientů. Jednotlivé kroky výpočtů jsou vytištěny do sebemenších detailů: pro každý příklad se vždy tiskne jednotlivě pořadové číslo pozorování, hodnota pozorování, odchylky od průměru, čtverec této odchylky, v případě dvou znaků součin odchylek, pak se to sečte, atd. Pamětníci si vzpomenu na dávnou dobu ručních a elektrických kalkulaček, kdy se tyto údaje jednotlivě počítaly a zapisovaly na rozsáhlé „plachty“ papíru; nuže, tyto staromódní „plachty“ jsou v knize reprodukovány in extenso na mnoha stranách. „Fascinující“ jsou např. str. 155–172, kde na 18 stranách se obšírně vypočítávají v podstatě procenta; např. skoro na celých dvou stranách 164–165 se podle mírně obměňovaných, analogických vzorců desetkrát explicitně reprodukuje „komplikovaný“ výpočet  $[(10 - 1.1.10)/10]100 = 0\%$ . Celkově řečeno, v nynější době balíků statistických programů je obsah této druhé části knihy zoufale zastaralý.

Řekl jsem, že autor zřejmě vůbec nerozumí matematice. Bohužel se obávám, že nerozumí ani principům modelování biologických jevů pomocí matematiky. Několik dokladů: Na str. 14 tvrdí, že *logické kroky*, které provádíme v matematickém modelu, musí být ověřeny z hlediska biologické reality; s tím nemohu souhlasit, podle mého názoru biologická realita vstupuje do hry na začátku, při tvorbě modelu, a na konci, při interpretaci výsledků, ale průběžné deduce a výpočty jsou jen záležitostí matematiky. Na str. 16 jsou zcela zvláštní vysvětlení, že prý „a treatment is the *sum* of effects exerted by active agents . . .“ a že prý „a biological process is a *set* of biological states“. Na str. 35, úvod podparagrafu 1.2.2.1 o normálním rozložení ukazuje, že autor si v zásadním nepochopení věcí plete normální, tj. „obvyklé, běžné, časté“ jevy, s přítomností normálního statistického rozložení a „abnormální, nepravděelné, řídké“ jevy s jeho nepřítomností.

Většina nesmyslů v knize spadá zřejmě na vrub autora. Kniha však byla přeložena z maďarského originálu, vydaného v r. 1977 Zemědělským nakladatelstvím v Budapešti, a řada nesmyslů spadá rovněž na vrub překladatelů. Překladatelé byli zřejmě Maďaři, nevím zdali biologové, zemědělci nebo angličtináři. (Řada matematiků ví, jak jazykoví odborníci — nematematici dovedou občas velice zdeformovat odborné texty.) Na ukázkou: matematické „okolí“ bodu se překládá „environment“; „ohraničenost“ či „omezenost“ se překládá „limitedness“; „skoro všude“ se překládá „nearly everywhere“; „silný zákon velkých čísel“ se překládá „strong law of big number“ (jednotné číslo: „number“!); není mi jasné, co to je „modulation“ v názvu kapitoly 1.7, ale nejspíše jde o chybný překlad; když se hledá minimum v metodě nejmenších čtverců derivováním funkce rovné součtu čtverců odchylek, popisuje se to slovy „minimum condition is to be partially derived after  $a_1, \dots, a_k$ “. (Občas ovšem nelze rozlišit, zdali na určitém nesmyslu má vinu autor nebo překladatelé nebo tisková chyba.)

Vřele souhlasím s autorovým vyjádřením na začátku knihy, že s potěšením vidí, že na Přírodovědecké fakultě University Loránd Eötvöse v Budapešti je nyní zařazena též biomatematika jako volitelný předmět. Pokud se však studenti (případně jiní biologové, zemědělci, apod.) mají nebo chtějí biomatematiku učit z této knihy, pak je hluboce lituji; z této knihy se totiž bohužel nic naučit nelze.

Je velice politováníhodné, že takovýto paskvil na vědecké dílo, plný nesmyslů, vůbec vyšel. Snad bych ještě pochopil, že mohl vyjít maďarský originál v Zemědělském nakladatelství v Budapešti, kde zřejmě rukopis nebyl předložen žádnému matematickému statistikovi.

Nepochopím však, že navíc vyšel anglický překlad v celkem renomovaném nakladatelství Akadémiai Kiadó, a aby ostuda byla ještě větší, mezinárodní, v koprodukcí s renomovaným nizozemským nakladatelstvím vědecké literatury Elsevier. Jediné vysvětlení je, že o anglickém vydání rozhodovali a odpovídali za něj pouze biologové nebo zemědělci (nebo snad dokonce jen nějakí úředníci?), kteří nemají ponětí o matematice, a rukopis nikdy neviděl žádný odborník v matematické statistice. (Svým maďarským kolegům — matematickým statistikům se omlouvám; znám jejich vynikající práce a jejich kvality a jsem přesvědčen, že v odsouzení této knihy by se mnou souhlasili a žádný z nich by něco takového určitě nepustil do tisku.)

*Zbyněk Šidák*

*Gábor J. Székely: PARADOXA. KLASSISCHE UND NEUE ÜBERRASCHUNGEN AUS WAHRSCHEINLICHKEITSRECHNUNG UND MATHEMATISCHER STATISTIK. Akadémiai Kiadó, Budapest 1990. Stran 240, cena neuvedena.*

Knížka G. J. Székelyho o paradoxech vyšla nejprve maďarsky. Později byla výrazně přepracována a v r. 1986 byl vydán její anglický překlad. Recenze tohoto anglického vydání byla uveřejněna v Aplikacích matematiky 32(1987), č. 4, str. 335. Recenzovaná německá verze věrně odpovídá své anglické předloze.

Popud k napsání knížky o paradoxech vzešel od A. Rényiho. Tuto myšlenku podpořil i A. N. Kolmogorov. Autor sám pak hodně těžil ze svých pobytů v Nizozemí a v USA.

Každý popisovaný paradox je rozčleněn do pěti pasáží. Nejdřív je pojednáno o jeho historii, pak následuje formulace, vysvětlení paradoxu, poznámka a literatura. Je třeba konstatovat, že některé úlohy se dají pokládat spíše za velmi zajímavé než za paradoxní. Zejména v takových případech je odkaz na literaturu velmi vítaný. Některé zajímavé či paradoxní výsledky dokážeme dnes odvodit na jednom či dvou řádcích zcela elementárními metodami. V knížce se přitom dozvídáme, že se jakékoliv správné řešení marně hledalo několik set let a neuspěli ani mnozí matematici slavných jmen. Podle mého názoru tyto obtíže pramenily zejména z toho, že bylo dost těžké vybudovat matematický model takové situace, v níž podstatnou roli má náhoda. A to je nepochybně i jedna z hlavních příčin, proč je teorie pravděpodobnosti na paradoxy tak bohatá.

Anglické vydání Székelyho knížky si velmi rychle získalo velkou oblibu. Uváděné úlohy lze použít pro osvěžení výkladu v přednáškách o matematické statistice a teorii pravděpodobnosti. Jsou také dobrým podkladem a inspirací pro přípravu popularizačních přednášek a článků. Hlavně si však každý přečte knížku sám pro své potěšení. A německé vydání zcela jistě rozšíří dosavadní okruh čtenářů.

*Jiří Anděl*



## DO REDAKCE DÁLE DOŠLY NÁSLEDUJÍCÍ KNIHY:

Algebraische Transformationsgruppen und Invariantentheorie. (Edice DMV Seminar, sv. 13.) Editori H. Kraft, P. Slodowy, T. A. Springer. Vydalo Birkhäuser Verlag 1989. Stran 211.

*P. Bougerol, J. Lacroix*: Products of random matrices with applications to Schrödinger operators. (Edice Progress in probability and statistics, sv. 8.) Vydalo Birkhäuser Verlag 1985. Stran 283.

*L. le Bruyn, M. Van den Bergh, F. Van Oystaeyen*: Graded orders. Vydalo Birkhäuser Verlag 1988. Stran 208.

*A. Bultheel*: Laurent series and their Padé approximations. (Edice Operator theory: advances and applications, sv. 27.) Vydalo Birkhäuser Verlag 1987. Stran 274.

*H. Busemann, B. B. Phadke*: Spaces with distinguished geodesics. (Edice Pure and applied mathematics, sv. 108.) Vydal M. Dekker, Inc., 1987. Stran 159.

The dynamics of physiologically structured populations. (Edice Lecture notes in bi-mathematics, sv. 68.) Editori J. A. J. Metz, O. Diekmann. Vydalo Springer Verlag 1986. Stran 511.

*H. A. Eiselt, G. Pederzoli, C.-L. Sandblom*: Continuous optimization models. (Edice Operations research.) Vydal W. de Gruyter 1987. Stran 730.

*M. Göckeler, T. Schücker*: Differential geometry, gauge theories, and gravity. (Edice Cambridge monographs on mathematical physics.) Vydal Cambridge University Press 1987. Stran 230.

Module des fibrés stables sur les courbes algébriques. (Edice Progress in mathematics, sv. 54.) Note de l'École normale supérieure, printemps 1983, editori J.-L. Verdier, J. Le Potier. Vydalo Birkhäuser Verlag 1985. Stran 129.

*K. Murota*: Systems analysis by graphs and matroids. Structural solvability and controllability. (Edice Algorithms and combinatorics, sv. 3.) Vydalo Springer Verlag 1987. Stran 281.

*A. Pázman*: Foundations of optimum experimental design. (Edice Mathematics and its applications—East European Series.) Přeloženo ze slovenského originálu Základy optimalizácie experimentu. Vydalo nakladatelství Veda Bratislava v koedici s D. Reidel Publishing Co., Dordrecht, 1986. Stran 228.

Risk analysis in the private sector. (Edice Advances in risk analysis, sv. 3.) Editori C. Whipple, V. T. Covello. Vydal Plenum Press 1985. Stran 506.