Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 94 (1969), No. 3, 365--373

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/108609`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 94 (1969), Praha

RECENSE

Rédei L.: BEGRÜNDUNG DER EUKLIDISCHEN UND NICHTEUKLIDISCHEN GEOMETRIEN NACH F. KLEIN. B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig 1965 (© Akadémiai Kiadó, Budapest 1965) stran 364, obrázků 146.

Angl. překlad. FOUNDATION OF EUCLIDEAN AND NON-EUCLIDEAN GEOMETRIES ACCORDING TO F. KLEIN. Pergamon Press Oxford, London, Edinburgh, New York, Toronto, Sydney, Paris, Braunschweig 1968 (© Akadémiai Kiadó, Budapest 1968) stran X + 400, obrázků 146.

Monografie obsahuje jednotným způsobem neformalizovaně axiomaticky podané základy tří trojrozměrných geometrií: parabolické, hyperbolické a eliptické, včetně důkazu bezespornosti a důkazu jejich ekvivalence s analytickými modely podle definice Kleinovy. Přitom jsou důsledně budovány nad teorií množin (mělo by být přesně řečeno nad kterou teorií množin), na rozdíl od jiných pojetí (např. Hilbert, Hessenberg, Veblen a Young, aj.).

V kapitole I jsou formulovány axiomy. Prostorem $\mathfrak{R}$ se rozumí neprázdná množina, jejíž prvky jsou nazvány body, pro níž se předpokládá existence takových dvou systémů neprázdných podmnožin nazvaných přímky resp. roviny, že jsou splněny axiomy incidence $I_1 - I_8$ (Hilbertovy). Dále se předpokládá existence podmnožiny $\mathfrak{R}' \subseteq \mathfrak{R}$, nazvané základní oblast, na níž je pro body přímky definovaná trojčlenná relace „mezi" splňující axiomy relace „mezi" $II_1 - II_6$ (Hilbertovy) a axiom spojitosti III (Dedekindův). Konečně se předpokládá existence grupy vzájemně jednoznačných zobrazení prostoru $\mathfrak{R}$ na sebe, nazvaných pohyby, splňujících axiomy pohybu $IV_1 - IV_8$.

Kapitoly II—V obsahují výsledky odvozené z axiomů I a II. Pomocí pojmu nevlastního trsu přímek prostoru $\mathfrak{R}$ je zkonstruován projektivní uzávěr jakožto nadmnožina $\overline{\mathfrak{R}} \supseteq \mathfrak{R}$ splňující Veblenovy axiomy, takže je projektivním prostorem nad určitým algebraickým tělesem, přičemž prvky množinového rozdílu $\overline{\mathfrak{R}} \setminus \mathfrak{R}$ jsou nazvané nevlastní body pro rozlišení od bodů prostoru $\mathfrak{R}$ nazvaných vlastní body. Pro body přímky projektivního prostoru $\overline{\mathfrak{R}}$ je definovana nejdříve čtyřčlenná relace „oddělování" zobecněna později pro prvky všech projektivních útvarů prvého řádu (tj. svazků přímek resp. rovin).

Kapitola VI obsahuje výsledky odvozené z axiomů I, II, III. Postupným zkonstruováním reálných afinních a projektivních souřadnic na přímce, v rovině a v projektivním prostoru $\overline{\mathfrak{R}}$ je dokázáno, že $\overline{\mathfrak{R}}$ je projektivní prostor právě nad tělesem reálných čísel.

Poslední kapitola VII obsahuje výsledky odvozené z axiomů I, II, III, IV. Pomocí pojmu bodů v nekonečnu jakožto speciálních nevlastních bodů projektivního prostoru $\overline{\mathfrak{R}}$ jsou rozlišovány právě tři možné případy prostoru $\mathfrak{R}$: eliptický, když $\overline{\mathfrak{R}} = \mathfrak{R}$, nebo parabolický resp. hyperbolický, když $\overline{\mathfrak{R}} \neq \mathfrak{R}$ a každá přímka projektivního prostoru $\overline{\mathfrak{R}}$ obsahující aspoň jeden vlastní bod obsahuje právě jeden resp. aspoň dva různé nevlastní body. Je ukázáno, že pro každý z těchto tří případů je grupa pohybů prostoru $\mathfrak{R}$ indukována jednoznačně určenou grupou kolineací projektivního prostoru $\overline{\mathfrak{R}}$ splňující Kleinovu definici. Obráceně je dokázáno, že podle Kleina definovaný elipticky, parabolický a hyperbolický prostor $\mathfrak{R}$ splňuje axiomy I, II, III, IV včetně výše uvedené definice těchto tří prostorů.

Kniha je určena těm, kteří se zajímají o studium základů geometrie, a k jejímu studiu se předpokládají předběžné znalosti přibližně v rozsahu literatury uvedené na konci knihy. Výklad je pečlivý, stručný a přesný; vyskytují se jen běžné tiskové chyby, z nichž tři nejzávažnější zde opravujeme: str. 280, řádek 16 zdola místo *improper points* má být *proper points*; str. 366, řádek 15 shora má být $\|\mathfrak{S}_1 \cup \mathfrak{S}_2\| = \|\mathfrak{S}_1\| + \|\mathfrak{S}_2\|$; str. 378, řádek 3—2 zdola má být $\|\mathfrak{M}_1 \cup \mathfrak{M}_2\| = \|\mathfrak{M}_1\| + \|\mathfrak{M}_2\|$. Jedná se o vynikající dílo a mohu je vřele doporučit všem, kteří se chtějí podrobněji seznámit se základy geometrie.

Josef Kateřiňák, Žilina

W. Feit: CHARACTERS OF FINITE GROUPS. W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1967. Strán 186, cena \$ 9,50.

Táto kniha vznikla spracovaním autorových prednášok na Yaleskej univerzite. Nemá preto ráz monografie, ktorá by si kládla za cieľ zachytiť v celej šírke výsledky dosiahnuté doteraz v literatúre o teórii charakterov. Na druhej strane nezostáva len pri základných definíciách a vetách, ktoré sa uvádzajú vo všetkých knihách o teórii grúp. Aj pri pomerne malom objeme knihy podarilo sa autorovi (po didaktickej stránke veľmi premysleným spôsobom) podať nielen základné klasické výsledky o teórii charakterov, ale doviesť čitateľa až po problematiku študovanú v súčasnosti. Pripomeňme, že W. Feit je spoluautorom obsiahleho pojednania (W. Feit - J. G. Thompson: *Solvability of groups of odd order*, Pacif. Journ. Math. *13* (1963), 775—1029), v ktorom sa dokazuje, že každá konečná grupa nepárneho rádu je riešiteľná. Tým bola daná odpoveď na známy Burnsideov problém, ktorý bol všeobecne považovaný za jeden z najťažších otvorených problémov v teórii konečných grúp.

Kniha se skladá zo štyroch kapitol. Úvodná kapitola I obsahuje základné pojmy o reprezentácii grúp, definíciu charakteru, pojem indukovaného charakteru a odvodenie najdôležitejších vlastností charakterov. Kapitola II pojednáva o Schurových indexoch, o charakteroch s racionálnymi hodnotami, o okruhu charakterov a o rovniciach v grupách. V kapitole III sa vety o charakteroch aplikujú na štúdium štruktúry konečnej grupy G. Odvodzujú sa kritériá pre to, aby G bola riešiteľná, aby G nebola jednoduchou grupou, a aby systém všetkých podgrúp grupy G splňoval určitú podmienku komplementárnosti. Tu sú dokázané viaceré klasické výsledky Burnsidea a Frobeniusa, ako aj rad novších výsledkov (ide o vety R. Brauera, P. Halla, G. Suzukiho a J. G. Thompsona). Kapitola IV obsahuje ďalšie aplikácie, z ktorých značná časť pochádza od autora knihy. Medzi iným sa v tejto kapitole dokazuje nejednoduchosť pre niektoré triedy grúp nepárneho rádu.

Kniha je písaná lakonickým štýlom (definícia-veta-dôkaz), spestreným poznámkami typu „nasledujúci výsledok bol asi 40 rokov otvorenou otázkou". Autor formuluje tiež niekoľko doteraz nieriešených problémov. Vcelku možno knihu charakterizovať ako veľmi zdarilú učebnicu jednej z dôležitých častí teórie konečných grúp.

Ján Jakubík, Košice

Felix Klein: ELEMENTARMATHEMATIK VOM HÖHEREN STANDPUNKTE AUS. Springer-Verlag 1968; I. díl má 309 stran a stojí DM 24,—, II. díl 302 strany, cena DM 24,—, III. díl 238 stran, cena DM 19,80.

Dobře známý trojdílný soubor Kleinových přednášek o elementární matematice tu vychází v novém vydání, jež je přetiskem čtvrtého vydání 14. svazku a třetích vydání 15. a 16. svazku edice „Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen". Čtenáři se tak znovu dostává do rukou dílo vzniklé na počátku našeho století, před více než šedesáti lety. Jeho autor, vynikající německý matematik Felix Klein (1849—1925) patří k těm, kteří rozhodujícím způsobem pomáhali skloubení jednotlivých obsáhlých matematických disciplín devatenáctého století v jeden organický celek matematiky. I tento soubor jeho přednášek byl motivován úsilím napomoci k porozumění celistvosti matematiky, především pomoci středoškolským učitelům matematiky překlenout rozpor mezi matematiou, kterou vyučovali sami, a tou, kterou studovali na vysoké škole. To je téma stále aktuální: ukázat současnou tvářnost matematiky a bohatstvím jejích výsledků a metod podnětně ovlivnit její vyučování.

Aspoň stručně připomeňme obsah jednotlivých svazků. První díl je rozdělen na tři části: aritmetiku, algebru a analysu. V 1. části se autor zabývá zavedením pojmu přirozeného čísla ve škole a ukazuje logické základy počítání s celými čísly, zavedení racionálních, iracionálních čísel a komplexních čísel. Zabývá se tu i některými otázkami z teorie čísel, řetězovými zlomky, rovnicí pro dělení kruhu. Nevyhýbá se ani obtížnějším problémům — např. konstrukcím pravítkem a kružítkem a dokazuje nemožnost takto zkonstruovat pravidelný sedmiúhelník. V části věnované algebře pojednává o algebraických rovnicích nad tělesem reálných resp. komplexních čísel. Pro způsob výkladu je tu charakteristické užití názorných geometrických metod. Třetí část — analysa — je věnována nejprve logaritmické a exponenciální funkci (i s historickým vývojem jejich teorie) a goniometrickým funkcím s jejich užitím v trigonometrii (i sférické) a v rozvojích periodických funkcí. Pak se autor obrací k elementům diferenciálního počtu a jeho historii. V dodatku 3. části je podán důkaz transcendence čísel e a π a úvod do teorie množin (mohutnosti, ordinální čísla).

Druhý díl souboru je věnován geometrii a jeho cílem je podat stručný přehled po tehdejší geometrii v rozsahu, který — jak píše autor — by měl znát středoškolský učitel matematiky. Po úvodní kapitole o základních geometrických útvarech a jejich analytickém vyjádření se autor v 2. a 3. kapitole obrací k výkladu o geometrických transformacích, které tvoří těžiště tohoto dílu. Druhá kapitola podává výklad o afinních, projektivních a některých dalších algebraických bodových transformacích. První polovina 3. kapitoly je věnována systematice geometrie ve smyslu Kleinovy klasifikace podle transformačních grup, druhá polovina je určena základům geometrie a obsahuje i kritický pohled na Eukleidovy Elementy. Závěrečná kapitola se zabývá tehdejším stavem vyučování geometrii v Anglii, Francii, Itálii a v Německu.

Třetí díl s podtitulem „Präzisions- und Approximationsmathematik" svým vznikem předchází oběma předchozím dílům. Byl určen širšímu okruhu čtenářů a jeho obsahem jsou aplikace diferenciálního a integrálního počtu v geometrii. Na tomto materiálu autor vtipně sleduje rozdíly a vzájemné vztahy „ryzí" a „aplikované" matematiky. První část je určena funkcím reálné proměnné a jejich grafům. Autor ukazuje např. rozdíly mezi grafem spojité funkce a empirickou křivkou, podává konstrukci Weierstrassovy spojité nediferencovatelné funkce, zabývá se aproximací funkcí pomocí polynomů, trigonometrických polynomů a řad, a interpolací. Druhá část tohoto dílu je věnována geometrii rovinných křivek. Autor se tu především zabývá pojmem rovinné křivky a ukazuje na příkladu Peanovy křivky, jak třeba tento pojem zúžit, abychom dostali křivky dostatečně „rozumné"; pak přechází k aplikacím geometrie (např. v geodézii). Krátká třetí část je určena názorným pomůckám při vyučování geometrii.

Kleinovy přednášky jsou sepsány velmi zajímavě a přitom náročně, s velkou přesností; ve své době sehrály významnou roli v popularisaci matematických výsledků i v modernisaci vyučování matematice. I dnes mohou být svým stylem ukázkou přednášek, jak přesně a podnětně ukázat stavbu matematiky své doby.

Václav Vilhelm, Praha

M. M. Lawrientiew: SOME IMPROPERLY POSED PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS, Springer-Verlag 1967, ve sbírce Springer Tracts in Natural Philosophy Volume 11, str. 72.

Problémy matematické fysiky vedou často na rovnice tvaru $A\varphi = f$, kde A je operátor z prostoru Φ do prostoru F, přičemž f je známý prvek $\in F$.

Od Hadamarda pochází pojem korektnosti úlohy tohoto tvaru. Později se ukázalo, že řada úloh, které se objevily v nových oborech, není korektní podle Hadamarda (příkladem je Cauchyova úloha pro Laplaceovu rovnici). Aby se úloha stala korektní, je možno buď pozměnit topologie v prostorech Φ, F nebo vzíti prvek f (který má význam měřené veličiny) jako náhodnou proměnnou (správná hodnota + chyba měření). To je obsahem první kapitoly.

V druhé kapitole se zabývá autor úlohami o prodloužení analytických funkcí, když jsou známy jejich hodnoty na části hranice oblasti (souvisí s předcházejícím, neboť nalezení analytické funkce jedné komplexní proměnné je právě Cauchyova úloha pro Laplaceovu rovnici).

V třetí kapitole jsou řešeny úlohy týkající se nalezení operátoru A (např. ze známého potenciálu určit tvar tělesa). Pro úlohy z druhé a třetí kapitoly je dokazována jednoznačnost nebo stabilita řešení.

Václav Alda, Praha

Johann von Neumann: MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN DER QUANTENMECHANIK, Springer-Verlag 1968, nezměněný dotisk prvního vydání z r. 1932, které vyšlo jako 38. svazek sbírky Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, str. 262.

Vzhledem k vývoji a rozvoji, který prodělala kvantová mechanika, je druhé vydání (v nezměněné formě) po 36 letech pozoruhodným svědectvím o originalitě a hodnotě knihy; o tom svědčí ostatně tři překlady.

Kniha se liší od ostatních učebnic tím, že je v ní položen důraz na logickou výstavbu teorie, ke které autor sám podstatně přispěl.

O problémy, kterými se kniha zabývá (axiomatika, teorie měření, statistika, skryté proměnné) byl vzbuzen v posledních letech opět zájem. Výsledky, které byly docíleny, pak potvrzují a prohlubují von Neumannovy idee, takže druhé vydání není jen pomník autorovi, ale zdroj živého poznání i po 36 letech.

Václav Alda, Praha

AEQUATIONES MATHEMATICAE, Volume 2, Number 1. University of Waterloo, Ontario, Canada; Birkhäuser Verlag, Basel, Switzerland; 1968, 136 str.

První číslo časopisu v novém ročníku 1968 je věnováno ALEXANDRU M. OSTROVSKÉMU k sedmdesátému pátému výročí jeho narození. Po krátkém zhodnocení celého díla Alexandra M. Ostrovského a výčtu jeho vědeckých prací a ostatních publikací následuje devět článků, věnovaných autory k tomuto výročí: *S. Wołodźko* — Solution générale de l'équation fonctionelle $f[x + y \,.\, f(x)] = f(x) \,.\, f(y)$; *W. Smajdor* — Analytic Solutions of the Equation $\varphi(z) = h(z, \varphi[f(z)])$ with Right Side Contracting; *P. G. Ciarlet* — An $O(h^2)$ Method for a Non-Smooth Boundary Value Problem; *H. Schwerdtfeger* — Involutory Functions and Even Functions; *B. Schweizer* and *A. Sklar* — A Grammar of Functions, I; *E. F. Bonsall, B. E. Cain* and *H. Schneider* — The Numerical Range of a Continuous Mapping of a Normed Space; *D. Ž. Djokovič* — Eigenvectors Obtained from the Adjoint Matrix; *R. Mullin* — On Rota's Problem Concerning Partitions; *E. Hille* — Some Properties of the Jordan Operator. Časopis uzavírá několik problémů k řešení a krátká sdělení.

Oldřich Horáček, Praha

Beniamino Segre: ISTITUZIONI DI GEOMETRIA SUPERIORE. (Autorovy přednášky redigoval Pier Vittorio Ceccherini, Roma 1965)

Celé dílo je rozděleno do tří svazků a dodatku, a to tak, že první svazek (409 stran) nadepsaný *Strutture algebriche* v částech 1—16 zavádí algebraické pojmy, jichž se potom dále používá, druhý svazek (293 stran) nadepsaný *Spazi proiettivi* v částech 17—19 pojednává o geometrii v lineárních prostorech a dále pak v prostorech grafických a fibrovaných a třetí svazek (357 stran) nadepsaný *Complessi, reti, disegni* se v části 20 zabývá uvedenými pojmy. Konečně dodatek (90 stran) přináší stručný přehled poznatků i dosud otevřených problémů převážně z geometrie oblouků a vrchlíků nad Galoisovými tělesy. (Tento dodatek redigovali Giovanni Lariccia, Giulia Maria Cattaneo a Giorgio Vergara Cafarelli.)

V úvodu (na 24 stranách) se pojednává o postavení geometrie v dějinném vývoji matematiky od předhistorických dob až do přítomnosti. Autor v něm rozebírá — namnoze s originálními postřehy — vzájemné ovlivňování a podmíněnost rozvoje geometrie s ostatními odvětvími matematiky, ale nevyhýbá se ani jejím vztahům k přírodním vědám, zejména k fyzice, a k filosofii i ke kulturnímu vývoji lidstva v nejširším smyslu.

První svazek se ve svých šestnácti částech (1. Classi modulo p. 2. Gruppi. 3. Anelli. 4. Corpi e campi. 5. Sottoinsiemi, equivalenza, rappresentazioni, omomorfismi. 6. Numeri cardinali. 7. Cenno sui reticoli. 8. Sottogruppi ed omomorfismi tra gruppi. 9. Sottoanelli ed ideali. 10. Reticolo delle sottostrutture. 11. Caratteristica di anelli e di corpi. 12. Zeri e decomponibilità dei polinomi. 13. Estensioni ed aggiunzioni. 14. Corpi finiti e campi di Galois. 15. Spazi vettoriali sopra un campo. 16. Complementi della teoria dei gruppi.), které připomínají namnoze úvodní první část autorových knih Lezioni di geometria moderna a Lectures on modern geometry, zabývá algebraickými základy geometrie. Liší se od nich jen tím, že zavádí pojem svazu (reticolo) a pak se o něj důsledně opírá a že podrobněji zpracovává teorii vektorových prostorů a teorii grup, zejména grup permutací.

Ani druhý svazek se svými dalšími třemi částmi (17. Spazi lineari sopra un corpo qualunque. 18. Spazi lineari sopra un corpo commutativo. 19. Spazi grafici e fibrazioni.) neodchyluje příliš od obou uvedených autorových děl, až na to, že jejich látku zpracovává o něco podrobněji, zvláště pokud jde o oblouky (archi) a vrchlíky (calotte) v prostorech nad konečnými Galoisovými tělesy, a konečně že zavádí pojem fibrací a fibrovaných prostorů, především grafických prostorů ireducibilních, z nichž zvláštní pozornost věnuje opět prostorům nad tělesy Galoisovými.

Teprve třetí svazek obsahující jedinou poslední část (20. Teoria generale dei sistemi di blocchi di un sistema finito.) přináší zcela novou látku. Je to v podstatě teorie komplexů rozdělená do osmi úseků (sezioni: 1. Generalità sui complessi. 2. Operazioni tra complessi. 3. Piani cartesiani d'ordine n e le reti. 4. Le 1-reti in senso stretto, i 3-tessuti ed i quadrati latini. 5. Le 2-reti in senso stretto ed i piani affini. 6. Le 3-reti in senso stretto. 7. Le t-reti in senso stretto. 8. Complessi a due indici.).

Komplex K nad dvěma — zpravidla konečnými — množinami P a R je definován jako uspořádaná trojice množin (P, R, I), kde I je nějaká podmnožina kartézského součinu $P \times R \supseteq I$, která indukuje určitou korespondenci mezi množinami P a R a nazývá se relací incidence. Názornou představu dostaneme, považujeme-li P za množinu bodů, R za množinu přímek (nebo jiných čar) a jejich korespondenci indukovanou množinou I prostě za incidenci. Speciálním případem takto definovaného komplexu je neorientovaný graf. Záměna množin P a R vede ke komplexu duálnímu. Nahrazení množiny I jejím komplementem v kartézském součinu $P \times R$ vede ke komplexu komplementárnímu. Kromě těchto operací jsou zavedeny ještě další operace unární a dále binární operace dvou komplexů (direktní a kanonický součet, sjednocení, průnik a kartézský součin dvou komplexů).

Množinu $P \times R$ možno též považovat za množinu bodů v rovině, na jejíchž osách soustavy souřadnic jsou množiny bodů, a to P třeba na ose x a pak množina R na ose y. Skutečně se tato množina někdy rovinou nazývá. Všechny jednotlivé body roviny $P \times R$ lze pak znázornit obdélníkovou maticí, která přejde v matici čtvercovou (třeba n-řadou) při ekvivalenci množin P a R. Jednotlivé řady (řádky nebo sloupce) čtvercové matice odpovídají tzv. generátorům roviny. Dalším důležitým útvarem ve čtvercové matici je blok (blocco), který je definován jako podmnožina n bodů, a to takových, že v každém generátoru (vodorovném i svislém) leží právě jeden jeho bod. Blok tedy může být dán i chápán jako funkce zobrazující n různých souřadnic bodů jedné z obou os (např. x) na n různých souřadnic bodů druhé z os (tedy potom y), tj. jako prostá funkce $y = f(x)$. Týž blok vyjadřuje ovšem i funkce inversní $x = f^{-1}(y)$. Splynutím obou os přejde blok v permutaci n prvků, takže přiřazení bloků a permutací je vzájemně jednoznačné. Počet bloků je tedy $n!$

a tvoří tzv. totální síť n-tého stupně roviny, jež celá je nyní nazvána P (rete totale di grado n del piano P). Jednotlivé podmnožiny této totální sítě bloků tvoří sítě bloků n-tého stupně (reti di grado n) roviny P a každou síť možno pak považovat za komplex $K = (P, \{f\}, I)$.

Dva body ležící na témže generátoru jsou závislé, každé jiné dva body nezávislé. Jsou tedy všechny body libovolného bloku nezávislé. Síť K se obyčejně označuje symbolem $K_{t,n,k}$ a nazývá se t-síť stupně n s indexem k, když každou skupinou t nezávislých bodů v rovině P prochází právě k bloků dané sítě. Pro index $k = 1$ se síť $K_{t,n,1}$ nazývá sítí v užším smyslu (in senso stretto) a značí se obyčejně prostě $K_{t,n}$. Studiu jednosítí, dvojsítí, trojsítí i obecně t-sítí (zejména v užším smyslu) je pak věnována podstatná část celého třetího svazku, a to především v souvislosti s tzv. symetriemi. Symetrie σ_f podle bloku f je příbuznost, jež každému bodu $(x; y)$ v rovině přiřazuje bod $(f^{-1}(y); f(x))$. Dva bloky f_1, f_2 jsou ortogonální, když symetrie podle jednoho z nich ponechává druhý beze změny, což nastává, když platí $f_1 f_2^{-1} = f_2 f_1^{-1}$.

Jednosítě $K_{1,n}$ v užším smyslu se probírají v souvislosti s trojtkáněmi (3-tessuti) a s latinskými a řeckolatinskými čtverci. Jako jejich zvláštní případ je uveden Eulerův problém 36 důstojníků. Dvojsítě $K_{2,n}$ v užším smyslu se pak studují v souvislosti s afinními rovinami konečného řádu n. Jako jeden z příkladů je sestrojena afinní rovina, ve které neplatí Desarguesova věta o trojúhelnících; ta však platí ve vhodné její podrovině. Trojsítě $K_{3,n}$ v užším smyslu jsou studovány zejména v souvislosti s tzv. vnořitelností (immergibilità), což je isomorfismus se sítí $K_{3,n}$ kartézské roviny dané přímkové kvadratické plochy Q v trojrozměrném projektivním prostoru. Na základě symetrií se zavádějí podmínky C, D a E a zkoumají se druhy trojsítí, které těmto podmínkám vyhovují. U t-sítí se práce zabývá hlavně problémy existence jednotlivých sítí při daném jejich stupni n. Pojem sítě se pak zobecňuje na sítě se singulárními bloky obsahujícími celé generátory.

Poslední úsek se zabývá komplexy se dvěma indexy $K = (P, R, I)$, což jsou speciální komplexy v tom smyslu, že libovolnými t různými body množiny P prochází vždy právě m čar množiny R a jakýchkoli s různých čar množiny R se protíná vždy právě v n bodech množiny P. Takový komplex K se dvěma indexy se zpravidla označuje $K : (t, s) — (\pi, \varrho, n, m)$ (kde π je početnost množiny P, ϱ množiny R) a jeho zvláštním případem, když $s = 1$, je tzv. t-výkres (t-disegno) $K : (t, 1) — (\pi, \varrho, n, m)$, který se obyčejně označuje prostě $K : t — (\pi, \varrho, n, m)$. Jednovýkresy $K : 1 — (\pi, \varrho, n, m)$ jsou konfigurace (π_n, ϱ_m) a ty souvisí s problémem Kirkmanovým známým ve speciálnější formulaci jako problém školačky (a school girl's problem). Na závěr se věnuje pozornost dvojvýkresům, zvláště symetrickým, a tzv. Steinerovým t-systémům, což jsou výkresy typu $K : t — (\pi, \varrho, n, 1)$.

Dílo končí obsáhlým seznamem literatury a podrobným osobním i věcným rejstříkem.

Je napsáno velice jasně a srozumitelně a jeho čtení nevyžaduje téměř žádné předběžné znalosti vysokoškolské matematiky s výjimkou základů lineární algebry. I při svém značném rozsahu obsahuje jen málo chyb a to jsou většinou jen nepatrná nedopatření, která si čtenář snadno opraví sám. Jeho prostudování přinese velký užitek každému, kdo se chce obeznámit s předmětem studia i metodami moderní geometrie, zejména v konečných oborech.

Karel Šindelář, Žilina

ÜBUNGEN FÜR JUNGE MATHEMATIKER, 1. díl — *Eberhard Lehmann:* ZAHLENTHEORIE. Lipsko: B. G. Teubner 1968. 159 str.

Podle předmluvy mají Übungen pomoci odstranit nedostatek vhodné literatury pro účastníky matematické olympiády a pro členy středoškolských matematických zájmových kroužků. Jde tedy o stejný cíl, jako mají svazečky edice Škola mladých matematiků, kterou u nás vydává Ústřední výbor celostátní matematické olympiády v nakladatelství Mladá fronta.

1. díl Übungen je věnován číselné teorii. Knížka má formu sbírky úloh. Úloh obsahuje 170, přičemž 122 je řešených. Řešení ostatních si lze zkontrolovat podle výsledků, které jsou uvedeny na konci knihy. Tyto výsledky jsou většinou tak podrobné, že jde vlastně o celá řešení. V knížce jsou

uvedeny potřebné definice a v odstavcích označených jako poznámky a důsledky se upozorňuje na význam výsledků některých úloh, popř. se tyto výsledky formulují ve věty. Nejde tedy o pouhou sbírku úloh, nýbrž o učebnici, která ovšem nepoužívá způsobu běžného v dnešních matematických učebnicích, kde se nejdříve vysloví věta a pak se provede její důkaz. Zde se nejdříve čtenáři předloží úloha a potom se její výsledek, má-li teoretický význam, formuluje jako věta. Ovšem i při tomto postupu je třeba se nedopouštět logických skoků. Autor se jich dopouští ve 3. kapitole, kde se při řešení úloh 34, 35 a 36 mlčky předpokládá znalost věty, že každé složené číslo má za dělitele aspoň jedno prvočíslo. Dále se při řešení úlohy 36 mlčky předpokládá, že čtenář zná tzv. prvočíselnou vlastnost (Dělí-li prvočíslo p součin $a \cdot b$, pak p dělí a nebo b.).

V úvodní kapitole jsou zopakovány pojmy prvočíslo, nejmenší společný násobek a největší společný dělitel. V úlohách je věnována pozornost užití matematické indukce a elementárnímu řešení neurčitých rovnic. 2. kapitola se jmenuje *Číselné obory, Dirichletův princip.* Je zde definován nekomutativní okruh a těleso. Těžiště kapitoly je však v úlohách, v nichž se užívá Dirichletova principu. Obsah 3. kapitoly je zcela zřejmý z názvu *Rozklad přirozených čísel v součin prvočísel, Eukleidův algoritmus.*

První tři kapitoly lze chápat jako přípravu k probrání hlavní kapitoly knížky a to čtvrté, která se jmenuje *Počítání s kongruencemi.* V oboru celých čísel se zavádí jako rovnost kongruence mod m. V tomto oboru se potom studuje sčítání, odčítání, násobení a dělení, určují se také mocniny. V případě prvočíselného modulu se zabývají úlohy hledáním čísel převrácených, druhých a třetích odmocnin, řeší se kvadratické kongruence a kubické kongruence typu $x^3 \equiv a \pmod{p}$. Při studiu násobení, mocnin a odmocnin se užívá orientovaných grafů. V úlohách se ukazuje použití kongruence — kontroluje se správnost výpočtů devítkovou a jedenáctkovou zkouškou, odvozují se znaky dělitelnosti pro čísla napsaná v desítkové soustavě, dokazuje se malá Fermatova věta a věta Wilsonova.

Kapitola 5. se nazývá *Logaritmy modulo* p. V literatuře se pro tento logaritmus užívá také název index. V dodatku na konci knihy jsou uvedeny příslušné tabulky pro prvočísla p menší než 100. Tato teorie je potom použita při řešení lineárních neurčitých rovnic a kongruencí typu $ax \equiv b \pmod{m}$, kde m je prvočíslo nebo číslo složené, v jehož rozkladu na prvočinitele se každé prvočíslo vyskytuje nejvýše jednou.

Celkově lze o knížce říci, že se autorovi podařil splnit cíl, který Übungen mají. Další díly Übungen mají být věnovány elementární geometrii a nerovnostem.

Jiří Mída, Praha

Hans Grauert, Ingo Lieb: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG I. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1967. X + 200 stran, 25 obrázků. Cena DM 12,80.

Kniha je první částí třídílné učebnice diferenciálního a integrálního počtu a nese podtitul „Funkce jedné reálné proměnné". Pro orientaci uveďme nejprve obsah podle kapitol: I — Reálná čísla. II — Množiny a posloupnosti. III — Nekonečné řady. IV — Funkce. V — Derivování. VI — Speciální funkce a Taylorova věta. VII — Integrace.

Náplň je tedy celkem obvyklá. Čtenáře, zvyklého na objemnější učebnice diferenciálního a integrálního počtu, však možná poněkud překvapí skutečnost, že toto vše je obsaženo na 200 stránkách knížky kapesního formátu, zvláště když autoři v předmluvě zdůrazňují, že důkazy jsou prováděny podrobně.

Knížka je určena především studentům matematiky a fyziky a nepředpokládá žádné předběžné znalosti z tzv. vyšší matematiky; vyžaduje ovšem při úsporném způsobu výkladu čtenáře pozorného a vnímavého. Podle zkušeností autorů lze látku knihy přednést během jednoho semestru ve 4—5tihodinové přednášce.

Výklad se v některých detailech odlišuje od tradičního. Výrazněji se to projevuje v aplikaci polospojitých funkcí, jejichž definice předchází definici spojitosti a kterých je široce využíváno při definici Lebesgueova integrálu. Autoři byli vedeni snahou vyložit a formulovat klasickou látku tak, aby se různé definice a věty daly přenést bez podstatnější změny přímo na obecnější případy. To je vidět například na tom, jak je zaváděn pojem derivace: Autoři ji zavádějí poněkud jinak než je obvyklé, bez využívání nového limitního přechodu, a to jim umožňuje přenést definici i na případ diferenciálů funkcí více proměnných nebo na funkce na topologických vektorových prostorech. Podobně je tomu i v kapitole o integraci.

Méně pozornosti než obvykle je věnováno např. otázkám extrémů a vůbec průběhu funkcí. Zato je v šesté kapitole Taylorova věta spojena s obsáhlejším odstavcem věnovaném interpolaci; interpolačních formulí je využito na konci knihy v odstavci o přibližném výpočtu integrálů. Dosti podrobně jsou zkoumány též elementární funkce, které autoři definují pomocí nekonečných řad. Lebesgueův integrál pak zavádějí autoři pomocí stupňovitých funkcí, tedy bez použití pojmu míry. Jinak obsahuje šestá kapitola všechen obvyklý materiál — integraci per partes, substituční větu, integraci racionálních funkcí apod.

Jde tedy o pokus o moderní učebnici, psanou od nejelementárnějších partií se zřetelem na další disciplíny matematické analýzy (až po funkcionální analýzu), přihlížející již při výkladu úvodních partií matematické analýzy k potřebám a metodám těch disciplín, s nimiž se studenti seznámí později. Srovnání zkušeností autorů při výkladu základů matematické analýzy s našimi zkušenostmi by bylo jistě zajímavé.

Alois Kufner, Praha

Hans Grauert, Wolfgang Fischer: DIFFERENTIAL- UND INTEGRALRECHNUNG II. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1968. XII + 216 stran, 25 obrázků. Cena DM 12,80.

Druhá část třídílné učebnice diferenciálního a integrálního počtu, jejíž první díl je posuzován v předcházející recensi, je věnována jednak diferenciálnímu počtu funkcí více proměnných, jednak obyčejným diferenciálním rovnicím. Je určena především studentům druhého až třetího semestru a vyžaduje (až na několik vyjímek) jen znalosti obsažené v prvním dílu.

O způsobu výkladu platí to, co bylo řečeno o dílu prvním: autoři se pokoušejí o přesné a systematické vybudování teorie a u definic i používaných metod mají na mysli jejich přenesení na co nejobecnější případy, aniž by přitom zbytečně zvětšovali rozsah knihy.

První čtyři kapitoly jsou věnovány funkcím více reálných proměnných. V prvé kapitole je nejprve zaveden n-rozměrný euklidovský prostor R^n a pak jsou studovány křivky v R^n (jako zobrazení intervalu do R^n), pojem oblouku, některé speciální křivky a pojem tečny a křivosti. Kapitola druhá, nazvaná „Topologie prostoru R^n", obsahuje též definici funkce a zobrazení z R^n do R^m a jeden odstavec je věnován posloupnostem funkcí. Třetí kapitola je věnována otázkám diferencovatelnosti, Taylorově formuli a lokálním extrémům funkcí více proměnných. Definice tečných vektorů a Pfaffových forem, zkoumání regulárních zobrazení, implicitní funkce a vázané extrémy tvoří obsah čtvrté kapitoly; zde je užito některých pojmů a tvrzení z lineární algebry, uvedených na začátku kapitoly bez důkazu.

Druhá polovina knihy se zabývá obyčejnými diferenciálními rovnicemi. Autorům pochopitelně ani nemůže jít o úplnost; chtějí jednak podrobněji zkoumat některé diferenciální rovnice, důležité pro fyziku, jednak uvést hlavní věty o existenci, jednoznačnosti a stabilitě řešení. Úvodní charakter má kapitola pátá. Je zde formulován problém, zkoumány některé speciálnější rovnice (Bernoulliova, Riccatiova) a poněkud podrobněji jsou studovány kmity struny. Šestá kapitola se zabývá existenčními větami pro rovnice prvního řádu a závislostí řešení na počáteční podmínce. V kapitole sedmé je zkoumána jednak souvislost mezi diferenciálními rovnicemi a Pfaffovými formami (jichž je využito ke zkoumání geometrických vlastností soustavy integrálních křivek v okolí isolovaného singulárního bodu), jednak jsou uvedeny některé metody přibližného řešení diferenciálních rovnic (Picardovy iterace, užití mocninných řad). Poslední kapitola je věnována především systémům diferenciálních rovnic a rovnicím vyššího řádu; také zde je bez důkazu užito několika výsledků z lineární algebry. Nakonec jsou podrobně zkoumány tři speciální diferenciální rovnice druhého řádu: Besselova rovnice, Legendreova rovnice a rovnice Schrödingerova (pro kulově symetrický případ).

Podobně jako u prvního dílu i u tohoto dílu učebnice měli autoři na mysli především návaznost vykládané látky na další partie matematiky, zvláště v první polovině knihy. Druhá polovina pak obsahuje více či méně subjektivní výběr problémů a metod, kterým autoři chtějí vyhovět jak potřebám fyziků, tak požadavkům matematiků.

Alois Kufner, Praha

DÁLE VYŠLO:

Alois Apfelbeck: KONGRUENCE, Mladá Fronta, Praha 1968, 136 stran, cena 6 Kčs.

Je to 21. svazek edice Škola mladých matematiků, o které jsme v tomto časopise již psali. I tato knížka je určena zejména řešitelům matematické olympiády.

Jan Vyšín - Vlastimil Macháček: ŠESTNÁCTÝ ROČNÍK MATEMATICKÉ OLYMPIÁDY, Státní pedagogické nakladatelství, Praha 1968, 149 stran, 44 obr., cena 6 Kčs.

Knížka podává zprávu o XVI. ročníku naší celostátní soutěže, který se konal ve školním roce 1966—1967, a také o IX. mezinárodní matematické olympiádě uspořádané v červenci 1967 v Jugoslávii.

Redakce