

Časopis pro pěstování matematiky

Vladimír Kořínek

Reformní hnutí ve vyučování matematice ve světě a účast Československé akademie věd na reformě tohoto vyučování u nás

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 90 (1965), No. 4, 490--496

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/108647>

Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1965

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

Jestliže $\int_{x_1}^{\infty} |d \log (f^2 H^{-1} H')| < \infty$, $\int_{x_1}^{\infty} \log H |f'' f + q f^2| dx < \infty$, pak rovnice (Q) má hlavní bási $y_1 = f \log H [1 + o(1)]$, $y_2 = f [1 + o(1)]$. Příklad $n = a = \frac{1}{2}$, $\alpha = -n(n-1)$ plyne z 2.3.

2.3. $\int_{x_1}^{\infty} \log H |d \log (f^2 H^{2a} H')| < \infty$, $\int_{x_1}^{\infty} H^{2a+1} \log H |f'' f + q f^2 - f^2 H'^2 H^{-2} \cdot [\frac{1}{2} + a(a+1)]| dx < \infty$, $a \neq -\frac{1}{2}$. Rovnice (q) má hlavní bási $y_1 = f H^{a+1/2} \cdot \log H [1 + o(1)]$, $y_2 = f H^{a+1/2} [1 + o(1)]$.

2.4. $\int_{x_1}^{\infty} |d \log (f^2 H^{2a} H')| < \infty$, $\int_{x_1}^{\infty} H^{2a+1} |f'' f + q f^2 - a(a+1) f^2 H'^2 H^{-2}| dx < \infty$. Rovnice (q) má hlavní bási $y_1 = f H^{a+1} \cos H^{-1} [1 + o(1)]$, $y_2 = f H^{a+1} \cdot \sin H^{-1} [1 + o(1)]$.

2.5. $\int_{x_1}^{\infty} |d \log (f^2 H^{2a} H')| < \infty$, $\int_{x_1}^{\infty} H^{2a-1} |f'' f + q f^2 + f^2 H'^2 H^2| dx < \infty$. Rovnice (q) má hlavní bási $y_1 = f H^{a-1/2} e^{H^2/2} [1 + o(1)]$, $y_2 = f H^{a-1/2} e^{-H^2/2} \cdot [1 + o(1)]$.

Podobným způsobem můžeme provést aplikaci odst. 1.5. Dostaneme výsledky, které většinou obdržíme z odst. 2.1. – 2.5., jestliže místo H^a budeme psát e^{aH} . Některé vzorce se dají zobecnit pro rovnice n -tého řádu, viz [2].

Literatura

- [1] M. Ráb: Asymptotische Formeln für die Lösungen der Differentialgleichung $y'' + qy = 0$, Czech. Math. J. 14 (89), 1964, 203–221.
 [2] Z. Hustý: Asymptotische Eigenschaften von Lösungen homogener linearer Differentialgleichungen n -ter Ordnung. Mathematische Nachrichten. Im Druck.

Zdeněk Hustý, Brno

REFORMNÍ Hnutí VE VYUČOVÁNÍ MATEMATICE VE SVĚTĚ A ÚČAST ČESKOSLOVENSKÉ AKADEMIE VĚD NA REFORMĚ TOHOTO VYUČOVÁNÍ U NÁS

VLADIMÍR KOŘÍNEK, Praha

Na 20. valném zasedání ČSAV, které se konalo ve dnech 22. a 23. dubna 1965, přednesl akademik Vladimír Kořínek diskusní příspěvek o reformním hnutí ve vyučování matematice. Protože reforma a modernisace vyučování matematice je jedním z nejnáléhavějších úkolů ve školství u nás i na celém světě, přinášíme projev akademika Kořínka v plném znění.

Vědecké kolegium matematiky mně uložilo, abych informoval valné shromáždění Československé akademie věd o současném světovém hnutí pro reformu vyučování matematice a upozornil na význam a důležitost této věci. Zároveň bude mým úkolem vylíčit stručně, co již bylo v rámci Akademie v této věci vykonáno a podat několik námětů pro další práci.

V posledních sedmi letech se rozvinulo ve světovém měřítku velké reformní hnutí, snažící se o velmi pronikavou a základní reformu vyučování matematice na školách od 1. třídy až do maturity. Podívejme se, jaké příčiny vedly ke vzniku tak rozsáhlého hnutí. První polovina 20. století znamená velký převrat v matematickém myšlení a v matematických metodách. Podtrhuji zde to, že tyto změny nejsou pokračováním nebo vyvrcholením předcházejícího vývoje, nýbrž velkou kvalitativní přeměnou, kterou lze přirovnat jen ke změnám, které byly provedeny v matematice na začátku 19. století, kdy se ukázalo nutným budovat diferenciální a integrální počet daleko přesnějším způsobem, než se to dělo od Leibnitze a Newtona až do tehdejší doby.

To jsou vnitřní příčiny tkvící v matematice samé, které vedly k dnešnímu reformnímu hnutí. Vnější popud, který toto hnutí uvedl v chod téměř ve všech průmyslově významných státech, bylo vypuštění první umělé družice země v Sovětském svazu v roce 1957. Výuka matematiky ve Spojených státech na středních školách nebyla tehdy v průměru na nijak zvláštní úrovni. Byla především zatížena hrubým a přílišným praktikizmem. Americká veřejnost věnovala do roku 1957 svému školství celkem malou pozornost, ukolébávána jsouc v samolibém sebeuspokojení. První umělá družice země hluboce otřásla celou Amerikou. Americká veřejnost a její vědecké kruhy pochopily v podivuhodně krátkém čase, že velké úspěchy Sovětského svazu spočívají především na hlubokém teoretickém matematickém a fyzikálním bádání založeném na důkladné a dobré přípravě sovětských vědců a techniků v matematice a fyzice a to nejen na vysokých školách, nýbrž již na školách středních. Tím se dostaly reformní snahy z dřívějších nepřilíš průrazných náběhů do prudkého pohybu.

Vyložím nyní stručně reformní proudy ve Spojených státech, v západní Evropě, v socialistickém táboře a v Sovětském svazu. Americká veřejnost si rychle uvědomila, že Spojené státy musí podstatně zlepšit vyučování matematice a fyzice na všeobecně vzdělávacích školách, mají-li soutěžit se Sovětským svazem. Ve velmi krátké době, již v roce 1958, svolává federální úřad pro výchovu do Washingtonu konferenci, aby vypracovala principy, podle kterých má být reforma prováděna.

Uvedu zde stručně hlavní doporučení konference:

Je třeba provést modernizaci vyučování matematice nejen na střední škole, nýbrž od samého začátku vyučování na národní škole.

Musí být revidován obsah matematického vzdělání (a stejně i fyzikálního). Matematika musí být studována jako základní věda a nikoli jako věda pomocná. Základní matematické pojmy a vztahy mezi těmito pojmy mají předcházet výuce početní techniky.

Kvalitativní zlepšení je důležitější než vzrůst vědomostí v kvantitě. Mělo by se dávat přednost tomu, aby žáci porozuměli dobře menšímu počtu základních pojmů než aby měli částečné a povrchní vědomosti v mnohém.

Provedení tak podstatné reformy se neobejde bez značných finančních nákladů. Na to nestačí prostředky jednotlivých států Unie, zde musí pomoci federální vláda ze svého rozpočtu.

Uvědomíme-li si ráz tehdejšího amerického školství, shledáme, že tyto zásady jsou vpravdě revoluční. Přesto události, které následovaly po oné konferenci, měly velmi rychlý spád. Již za měsíc byla vytvořena Studijní skupina školské matematiky (The School Mathematics Study Group), která má federální charakter. Jejím úkolem bylo vypracovat osnovy a učebnice pro toto nové pojetí matematické výuky, opatřit doplňkovou literaturu a komentáře pro učitele a provést výzkum a ověření tohoto nového pojetí. Skupina byla sestavena nejen z matematiků z vysokých a středních škol, nýbrž i z matematiků z průmyslu, školských pracovníků a psychologů. Finanční prostředky, které skupina měla k dispozici, byly skutečně americké.

Učební texty pro 7. až 12. ročník byly napsány v roce 1959/60 a v dalším školním roce se zkoušely a prověřovaly. Učebnice pro 7. až 12. třídu obsahují přibližně 3000 stran. Byly k nim vydány podrobné komentáře pro učitele. Jejich napsání stálo 4 milióny dolarů.

Osnovy a učebnice pro třídy 4. až 6. vyšly teprve roku 1962 a na učebnicích pro třídy 1. až 3. se roku 1963 ještě pracovalo.

Avšak nejen Spojené státy, nýbrž i Evropa nezůstala stranou tohoto mohutného reformního proudu. V západní Evropě se ujala tohoto hnutí Organizace pro evropskou hospodářskou spolupráci (Organization for European Economic Cooperation), která vznikla po druhé světové válce a k níž přistoupilo 18 evropských kapitalistických států. Ačkoli účelem této organizace bylo realizovat jisté cíle hospodářské a politické, členské státy záhy poznaly, že rozvoj hospodářství je podmíněn rozvojem moderní techniky a ta závisí na dobré přípravě kvalifikovaných techniků a vědců v základních vědách. Proto roku 1958 zřídila organizace stálý úřad, jenž sledoval přípravu techniků a vědců v členských zemích. Tím se organizace dostala na cestu školské politiky. R. 1959 byl v Royaumontu uspořádán seminář o vyučování matematice na školách a roku 1960 sešla se z popudu tohoto úřadu v Dubrovniku konference, která vypracovala dosti podrobné osnovy pod názvem „Programme moderne de mathématique pour l'enseignement secondaire“. Týká se žáků od 11. do 18. věku. Jako program americký zavádí tento program hned od začátku některé pojmy z teorie množin. Rovněž se záhy probírají některé pojmy moderní algebry. V geometrii brzy přichází vektor jako orientovaná úsečka a již na nižším stupni se vyšetřují některé geometrické útvary pomocí souřadnic. Na vyšším stupni obsahuje látka pojem grupy a vektorovou a lineární algebru v dosti velkém rozsahu. Na obou stupních má být počet pravděpodobnosti a některé statistické metody. Na vyšším stupni je zařazen rovněž krátký úvod do vyšší analýzy. Proti programu americkému je daleko větší důraz kladen na axiomatickou metodu.

Ačkoli návrh je podrobně vypracován, má charakter rámcový. Látka není rozdělena na jednotlivé třídy a rovněž není určen úplně sled jednotlivých tematických celků. To bylo ponecháno jednotlivým státům, které mají tyto věci upravit podle svých specifických poměrů. V důsledku této konference se začalo v řadě evropských států pracovat velmi intenzívně na modernizaci matematiky. Velmi intenzívně se pracuje ve Francii, kde jsou již hodně daleko. Mají vypracovány a vydány učebnice pro 6.

až 12. ročník a postupně jsou upravovány osnovy platné pro všechny střední školy. Druhé velké středisko reformního hnutí v západních zemích je Belgie. S belgickým reformním hnutím spolupracují četní matematici zahraniční jako například profesorka Krygowská z Krakova. Také v ostatních státech Organizace pro evropskou hospodářskou spolupráci konají se modernizační pokusy, např. v Itálii, Švýcarsku a Holandsku. Skandinávské státy, Švédsko, Norsko, Dánsko a Finsko utvořily stálou, společnou komisi pro reformu matematického vyučování se sídlem ve Stockholmu.

Velká Británie se chovala vůči reformním snahám ze začátku velmi zdrženlivě. Avšak roku 1961 byl zřízen tak zvaný „Projekt školské matematiky“, jehož úkolem je vypracovat nové osnovy a nové učební texty a od této doby se na věci i v Anglii intenzívně pracuje.

Přicházím nyní k Sovětskému svazu. Po velkých vědeckých a technických úspěších Sovětského svazu na příklad v jaderných výzkumech nebo v raketách a kosmonautice, ujalo se ve světě přesvědčení, že tyto výsledky spočívají na výborné školské přípravě sovětských lidí v matematice a fyzice. Avšak obsah matematického učiva je na sovětské škole velmi tradiční a tomu odpovídají i učebnice. Vědecké a technické úspěchy Sovětského svazu, založené beze sporu na vynikajícím školení sovětských vědců a techniků v matematice, byly na střední škole docilovány daleko více důkladností vyučování, dobře vzdělanými učiteli a přísností školního režimu než moderním obsahem učiva. K tomu přistupuje dále vynikající a již veskrze moderní vyučování matematice na vysokých školách, a to nejen na universitách, nýbrž i na technikách.

Přesto, nebo snad právě proto, již dávno před rokem 1957 se pocítovala v sovětské veřejnosti potřeba modernizovat vyučování matematice na školách, diskutovalo se živě o této věci a připravovaly se plány. Nedocházelo však k experimentům. Výjimku činil Novosibirsk, kde při budování sibiřského vědeckého střediska a university došlo k velmi pronikavé modernizaci celé školské soustavy a především matematiky. Když se však rozvinulo mohutné reformní hnutí ve světě, viděla ihned celá sovětská vědecká i školská veřejnost i státní školská správa, že Sovětský svaz nemůže zůstat pozadu. Někdy v roce 1960 provedlo ministerstvo školství ruské federace důkladný průzkum současného stavu ve vyučování matematice. Roku 1961 se v Moskvě konal seminář o modernizaci vyučování matematice, který měl pro další vývoj velký význam. Rozvinulo se obsáhlé experimentální zkoušení různých učebních programů a nových metod a to v pravdě sovětském měřítku. Vědci a školští pracovníci byli zapojeni do práce. V popředí těchto snah stojí Sovětské akademie pedagogických věd, jejímž vicepresidentem je matematik profesor Markuševič. Práce se horlivě účastní také takový učenec světového jména, jako je akademik Kolmogorov z moskevské university.

Obsah sovětských modernizačních snah možno stručně shrnout takto:

Je třeba modernizovat vyučování matematice již na národní škole, a to od 1. třídy. Elementy algebry musí být součástí učiva již na tomto stupni ve větší míře, než je to na sovětské škole až dosud.

Vyučování matematice musí být dále založeno nejen důsledně na pojmu funkce, jak tomu již jest, nýbrž i na množinovém pojetí matematiky, které má pronikat celým učivem, a to jak na vyšším, tak na nižším stupni. Explicitní základy teorie množin dávají sovětské matematikové až do tříd druhého cyklu. Na střední školu třeba dát v přiměřeném rozsahu teorii pravděpodobnosti a základy matematické statistiky, a to opět na oba stupně.

Nutno provést racionalizaci učebních metod. Uvedu příklady, co se tím rozumí. Je úplně zbytečné řešit úsudkem složité příklady, které se dají řešit jednoduše sestavením lineární rovnice nebo soustavy lineárních rovnic a jejich řešením. Totéž platí o úměrách a o trojčlence, kde rovněž stačí sestavit příslušné rovnice. Tím se docílí totéž, je to daleko lehčí a ušetří se čas na jiné věci.

Sovětské pracovníky kladou značný důraz na to, aby již na střední škole byla provedena jistá systematizace početních algoritmů a kladou důraz na numerickou matematiku.

Přikládají větší váhu probírání diferenciálního a integrálního počtu na střední škole, než se to děje na západě.

Proti kapitalistickým zemím kladou sovětské matematikové menší důraz na obecné algebraické postupy a na axiomatickou metodu.

Že středem vyučování matematice je všestranný rozvoj logického a matematického myšlení, rozumí se na sovětské škole samo sebou. Rovněž je již tradicí této školy, že se zvláštní péče věnuje rozvíjení schopností a rozšiřování vědomostí nad stanovený program u žáků matematicky nadaných.

V socialistických státech se velmi intenzivně pracuje na modernizaci školské matematiky v Polsku, v NDR a v Jugoslavii. Maďarští matematici plně chápou důležitost celé věci a rovněž pracují na nové koncepci. Setkávají se však u státní správy s potížemi, způsobenými jistými osobními poměry.

Nyní podám stručný přehled toho, v čem tato reformní hnutí spolu souhlasí a v čem se v jednotlivých státech liší.

Téměř všem proudům je společné, že matematiku nutno postavit již relativně velmi brzo na množinový základ. Vede k tomu nejen ráz současné matematiky, nýbrž i řada důvodů praktických. Používání velkých elektronických strojů pronikne v nejbližší budoucnosti téměř do všech odvětví výrobní a řídicí činnosti společnosti. Množství lidí, kteří budou těchto strojů používat, velmi rychle poroste. Užívání těchto strojů bude od těchto lidí vyžadovat velmi přesné a logické myšlení. Proto bude třeba pěstovat toto myšlení velmi intenzivně již na škole, neboť u těchto strojů nebudou jen lidé vysokoškolsky vzdělání. K tomu se právě výborně hodí základy teorie množin, které jsou ve své podstatě velmi jednoduché a snadno pochopitelné. Nepředpokládají žádné jiné vědomosti z matematiky, až snad na počítání s přirozenými čísly. Operace s množinami: sjednocení, průnik a tvoření komplementu jsou booleovské operace a tak se žáci seznámí na velmi konkrétní a názorné látce s Booleovou algebrou, což jim bude velkým užitekem při práci na počítačích strojích. Bude to zároveň nejhodnější výcvik v logickém myšlení, neboť jedna z počátečních částí

moderní logiky je tak zvaná výroková logika, o níž již Boole před sto lety ukázal, že je to Booleova algebra. K tomu přistupuje to, že se velmi podstatně zmenší rozdíl mezi pojetím matematiky na střední škole a na škole vysoké.

Odborníci, kteří se ve světě zabývají úpravou matematického vyučování na škole, souhlasí s tím, aby prvky algebry byly zařazeny již aspoň do vyšších tříd národní školy. Nejen počítání se závorkami, což ostatně již bylo v učivu naší národní školy a je v učivu sovětské národní školy, nýbrž pojem záporných čísel, jejich sčítání a odčítání, je přiměřené žákům třetích až pátých tříd.

Dále panuje shoda o tom, že elementy počtu pravděpodobnosti a matematické statistiky musí být zařazeny na střední školu. Zde opět připomínám, že pojem pravděpodobnosti předpokládá pojem množiny.

Konečně ve valné většině převládá ve světě mínění, že by na střední školu do nejvyšších tříd měly přijít počátky vektorového počtu a matice. Zde záleží ovšem na tom, co se do učiva střední školy vejde.

O zařazení začátků diferenciálního a integrálního počtu na střední školu se ve světě mínění rozcházejí. Někteří jsou velmi rozhodnými zastánci toho, aby se tak stalo, druzí to nepokládají za vhodné.

Vědecké kolegium matematiky je toho přesvědčení, že i my musíme na škole velmi důkladně zmodernizovat vyučování matematice. Kdyby se tak nestalo, zůstali bychom beznadějně pozadu za ostatními vyspělými průmyslovými státy. Stali bychom se po stránce vzdělanostní státem druhého řádu, jehož obyvatelstvo nemá to vzdělání, aby mohlo pracovat a rozvíjet společnost podle požadavků současné doby. Náš průmysl i technická tvořivost by neodvratně zaostávaly jak ve srovnání s kapitalistickými státy, tak i se státy socialistického tábora, které reformu provedou. To by mělo velmi zlé hospodářské i konec konců politické důsledky pro naši společnost.

Proto je třeba, abychom i my v Československu se ujali tohoto úkolu a řešili problémy souvisící s modernizací vyučování matematice na školách. Některé instituce Československé akademie věd i ministerstva školství pracují již na přípravných pracích. Je na místě podat na tomto valném shromáždění krátký přehled těchto institucí a jejich práce.

Je to především Matematický ústav Akademie, který se již téměř od svého založení vždy zabýval školskými otázkami a který jako vrcholné naše vědecké pracoviště pro matematiku má eminentní zájem na úrovni matematického vzdělání našeho lidu. Dále je to Jednota československých matematiků a fyziků. Péče o středoškolskou výuku matematiky a fyziky patří k jejím velkým tradicím, k nimž se hrdě hlásí. Jednota dala iniciativu k tomu, aby se i u nás připravovala reforma matematického vyučování podle moderních hledisek a účastní se svými členy ve velkém rozsahu přípravných prací. Konečně i Pedagogický ústav Akademie spolupracuje na tomto významném úkolu. Jeho spolupráce je velmi cenná, neboť celá práce i experimentální ověřování vypracovaných plánů a zkušebních textů vyžaduje i řešení jistých obecných pedagogických a hlavně psychologických otázek.

Celá práce byla včleněna do státního plánu jako úkol 306-2-5, jehož nositelem je Pedagogický ústav Akademie.

Rovněž i ministerstvo školství a kultury projevilo velké porozumění pro tyto reformní snahy. Na žádost Jednoty československých matematiků a fyziků určilo prozatím tři školy, po jedné v Praze, Brně a Bratislavě pro experimentální zkoušení nového učiva.

Pro budoucnost je třeba, aby všechny dříve uvedené instituce se účastnily práce na tomto úkolu a spolupracovaly s těmi universitními fakultami, které vzdělávají učitele matematiky a fyziky, především s matematicko-fyzikální fakultou Karlovy university a přirozeně s vynikajícími učiteli ze střední školy, což je velmi podstatné. Současně probíhá rovněž práce na modernizaci fyzikálního učiva. Mezi pracovníky na modernizaci učiva matematiky a učiva fyziky musí být stálý kontakt, který bude nejnázáze zajišťovat práce Jednota československých matematiků a fyziků.

Celá nová koncepce musí být důkladně vyzkoušena na experimentálních školách a podle výsledků pokusů znovu upravena. Teprve pak se uvidí, jak se má postupovat u nás na školách vůbec. To vše vyžaduje čas. Je však třeba, abychom pracovali na tomto úkolu velmi usilovně, abychom reformu vyučování matematiky a fyziky na školách zbytečně neoddalovali. Jen tak si zajistíme místo mezi vzdělanými národy světa, jen tak budeme sto budovat rychle a účinně blahobyť naší republiky.

Literatura

- [1] *Miloš Jelínek*: O modernizačních snahách v matematickém vyučování v cizině. Vychází na pokračování v časopise Matematika ve škole. (Laskavostí s. Jelínka měl jsem k dispozici celý rukopis).
- [2] School Mathematics Study Group: Mathematics for junior high school Vol. 1 and 2.
- [3] Programme moderne de mathematiques pour l'enseignement secondaire. OECE.