Recense knih a článků

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 76 (1951), No. 2, 145--152

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117003

RECENCE KNIH A ČLÁNKŮ

A) Články.

Počínáme otiskovat recense původních matematických prací, které byly uveřejněny v československých časopisech od počátku roku 1951. Prosíme čtenáře, aby své práce vyšlé v Československu mimo náš Časopis posílali redakci k recensi. Upozorňujeme, že práce otisknuté v časopisech zahraničních budou v našem českém Časopise registrovány, když je autoři redakci pošlou.

Václav Hruška: **Poznámka k článku p. J. Seitze** v 4. čísle „Aktuárských věd", r. 1950, str. 137. Časopis (rus.) *76* (1951), Časopis (anglo-fran.-něm.) *76* (1951), str. 3 až 4.

Dosadíme-li do kvadratické formy $Q = \sum_{i,k=1}^{n} a_{ik}x_i x_e$ za x_1 podle rovnice $c_1x_1 + \ldots + c_nx_n = 0$ $(c_1 \neq 0)$, vznikne forma $Q' = \sum_{i,k=2}^{n} a'_{ik}x_1x_2$. *Seitz* potřeboval v uvedené práci formuli pro hlavní subdeterminanty determinantu formy Q'. *Hruška* podává nový jednoduchý důkaz této formule. *Jarník* (Praha).

Miloš Kössler: **Prosté polynomy.** Časopis (rus.) *76* (1951), Časopis (anglo-franc.-něm.) *76* (1951), str. 5 až 15.

Polynom $P(z) = z + a_2z^2 + \ldots + a_nz^n$ budeme nazývati prostým, jestliže existuje $r > 1$ takové, že pro $z_1 \neq z_2$, $|z_1| < r$, $|z_2| < r$ je $P(z_1) \neq P(z_2)$. V práci jde o stanovení podmínek pro koeficienty $a_2, \ldots, a_n$, které by byly nutné a postačující pro to, aby polynom P byl prostý.

Tyto podmínky formuloval r. 1931 *Dieudonné* takto: Rovnice associovaná

$$1 + a_2x\frac{\sin 2\varphi}{\sin\varphi} + a_3x^2\frac{\sin 3\varphi}{\sin\varphi} + \ldots + a_nx^{n-1}\frac{\sin n\varphi}{\sin\varphi} = 0$$

musí pro *všechna* reálná φ míti všechny *kořeny* x o prosté hodnotě větší než jedna. V této formě jest kriterium právě uvedené transfinitní, protože pro různá reálná φ takových associovaných rovnic existuje nekonečně mnoho a podmínek pro koeficienty a_k jest tedy také nekonečně mnoho. Tato okolnost jest pravděpodobně příčinou toho, že dosud se nikdo nepokusil o stanovení těchto podmínek. Avšak tato překážka jest pouze zdánlivá a lze ji odstraniti zcela jednoduchým početním obratem.

Základní theorém dokázaný v článku zní takto: *Polynom $P(z)$ jest prostý v oboru $|z| \leqq 1$, když a jen když systém dvou associovaných rovnic*

$$\begin{aligned} 1 + \sum_2^n a_k(z_1^{k-1} + z_1^{k-2}\,.\,z_2 + \ldots + z_2^{k-1}) &= 0, \\ 1 + \sum_2^n \bar{a}_k\left(\frac{1}{z_1^{k-1}} + \frac{1}{z_1^{k-2}\,.\,z_2} + \ldots + \frac{1}{z_2^{k-1}}\right) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

není splněn pro žádné dvě hodnoty z_1, z_2 stejné nebo různé a to takové, že $|z_1| = |z_2| = 1$.

Tento systém jest souměrný v z_1, z_2 a snadno se dokáže, že, je-li (z_1, z_2) jedno řešení systému, pak také (z_2, z_1), $\left(\frac{1}{z_1}, \frac{1}{z_2}\right)$, $\left(\frac{1}{z_2}, \frac{1}{z_1}\right)$ jsou kořeny systému. Užijeme-li tohoto poznatku, dokážeme, že $P(z)$ jest prostý, když a jen když všechny možné páry řešení (z_1, z_2) mají vlastnost buď $|z_1| < 1$, $|z_2| > 1$, nebo $|z_1| > 1$, $|z_2| < 1$. Dalšího zjednodušení dosáhneme dvěma substitucemi a to nejdříve zavedením nových neznámých x, y pomocí substituce $z_1 = xy$, $z_2 = \frac{x}{y}$ a potom další substitucí $y + \frac{1}{y} = u$. Tím nabude systém (1.3) tvaru

$$1 + \sum_{2}^{n} a_k x^{k-1} P_{k-1}(u) = 0; \qquad x^{n-1} + \sum_{2}^{n} \bar{a}_k x^{n-k} P_{k-1}(u) = 0, \tag{2}$$

kde mnohočleny $P_k(u)$ se snadno stanoví. Aby základní polynom byl prostý, nesmí tento systém míti žádné řešení, v němž $-2 \leqq u \leqq 2$. Na velikosti příslušného x při tom nezáleží. Následkem toho však místo systému dvou rovnic (2) můžeme utvořiti jen *jednu* rovnici pro u eliminací x z obou rovnic. Tak vznikne associovaná resultanta. Konečný tvar základní věty jest pak následující:

Polynom $P(z)$ jest prostý v oboru $|z| \leqq 1$, když a jen když associovaná resultanta nevymizí identicky a když nemá žádný kořen v intervalu $-2 \leqq u \leqq 2$.

V dalším jest proveden rozbor pro polynomy druhého a třetího stupně a odvozeno několik obecnějších vět. Z nich jsou zajímavé zejména nerovnosti $|a_n| < \frac{1}{n}$, $|a_{n-1}| < 1$ a dále dolní mez pro poloměr prostého zobrazení definovaného řadou $z + \sum_{2}^{\infty} a_n z^n$. Tato řada nemůže míti poloměr prostého zobrazení menší nežli jest positivní kořen x rovnice

$$1 - 2|a_2|\, x - 3|a_3|\, x^2 - \ldots - n|a_n|\, x^{n-1} - \ldots = 0.$$

Methoda zde užitá není omezena na polynomy. Lze jí užíti beze změny i pro funkce racionální lomené a z části i pro nekonečné řady mocninné.

Jarník (Praha).

Miroslav Novotný: **Les systèmes à deux compositions avec une loi distributive.** Spisy vydávané přírodovědeckou fakultou Masarykovy university, řada A4, číslo 321, 1950/5.

Práce se týká studia systémů s dvěma operacemi, jež jsou spolu vázány levým distributivním zákonem (zkr. l-systémů). l-systém je množina $\mathfrak{M}$, v níž je ke každému páru prvků $a, b \in \mathfrak{M}$ definován součet $a + b \in \mathfrak{M}$ a součin $a \,.\, b \in \mathfrak{M}$; při tom se pro libovolné prvky $a, b, c \in \mathfrak{M}$ předpokládá platnost rovnice $a \,.\, (b + c) = a \,.\, b + a \,.\, c$. Prvky množiny $\mathfrak{M}$ spolu s operací sčítání tvoří grupoid sčítání.

Jest rozřešen základní problém: K danému grupoidu sčítání $\mathfrak{G}$ nalézti všechny l-systémy. Je-li f libovolné zobrazení grupoidu $\mathfrak{G}$ do systému $\mathfrak{S}$ všech jeho endomorfismů (endomorfismus je deformace grupoidu do sebe), nechť značí $f(a) = A$, $f(b) = B, \ldots$ atd. Definujme násobení zleva rovnicemi $a \,.\, x = A(x)$, $b \,.\, x = B(x), \ldots$ pro každé x; přitom $A(x)$ značí obraz prvku x v endomorfismu A. Pak definované násobení je zleva distributivní a každý l-systém lze sestrojiti uvedenou konstrukcí.

V práci jsou dále udány podmínky nutné a postačující k existenci l-systému, jehož násobení je vázáno k sčítání také pravým distributivním zákonem, l-systému, jehož násobení je asociativní, a l-systému, jehož násobení má dělení. Konečně je dáno řešení některých problémů, jež se týkají homomorfismu l-systémů.

O. Borůvka (Brno).

Frant. Nožička: **La connexion et la normale de l'hypersurface dans l'espace riemannian du point de vue de la géométrie affine.** Časopis (ruský) *76* (1951), Časopis (anglo-franc.-něm.) *76* (1951), str. 17 až 28.

Buď $(n - 1)$-rozměrná varieta V_{n-1} v n-rozměrném Riemannově prostoru V_n $(n > 1)$ dána parametrickými rovnicemi

$$\xi^\nu = \xi^\nu(\eta^a), \quad \nu = 1, \ldots, n, \quad a = 1, 2, \ldots, n - 1.$$

Systém rovnic

$$n^\nu t_\nu = 1, \quad n^\nu \nabla_a t_\nu = 0, \tag{1}$$

kde t_ν je tečný vektor variety V_{n-1}, pro který

$$B^\nu_a t_\nu = 0, \quad g^{\nu\lambda} t_\nu t_\lambda = 1, \quad \left(B^\nu_a = \frac{\delta\xi^\nu}{\partial\eta^a}\right)$$

za určitých předpokladů má vždy za řešení metrickou normálu $\mathring{n}^\nu = g^{\nu\mu} t_\mu$. Toto řešení je jediné, když hodnost druhého metrického tensoru h_{ab} variety V_{n-1} je $n - 1$. Když hodnost tensoru h_{ab} je menší než $n - 1$ (včetně případu $h_{ab} \equiv 0$), potom systém (1) má vedle $b\mathring{n}^\nu$ ještě jiná řešení. Vektor $\mathring{n}^\nu$ je mezi nimi charakterisován tím, že má jednotkový modul.

Při libovolné hodnosti $0 \leq h \leq n - 1$ tensoru h_{ab} je konexe indukovaná vektorem $\mathring{n}^\nu$ ve smyslu geometrie afinní identická s metrickou konexí určenou Christoffelovými symboly tvořenými z tensoru g_{ab} variety V_{n-1}.

Jeví se tedy metrická konexe ve V_{n-1} jako speciální případ indukované konexe ve smyslu geometrie afinní normálou $\mathring{n}^\nu$.

Práce je doplňkem článku Le vecteur affinonormal et la connexion de l'hypersurface dans l'espace affine, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky *75* (1951), str. 179 až 209.

F. Vyčichlo (Praha).

Ladislav Rieger: **O spočetných zobecněných σ algebrách a o novém důkazu Gödelovy věty o úplnosti.** Časopis (rus.) *76* (1951), Časopis (anglo-franc.-něm.) *76* (1951), str. 29 až 40.

Východiskem článku je jisté zobecnění pojmu spočetně additivní Booleovy algebry (čili σ algebry). To spočívá v tom, že „nekonečné" operace spojení a průniku jsou definovány nikoli nutně pro všechny, nýbrž obecně pro některé spočetně nekonečné množiny prvků algebry, pro členy t. zv. fundamentálních[1]) (vícenásobných, posloupností.[2]) Při tom rodinou fundamentálních posloupností, nazvanou třeba Φ) rozumíme takovou množinu vícenásobných posloupností, která splňuje určité poža-

[1]) Na rozdíl od toho významu termínu „fundamentální posloupnost", který je znám v topologické algebře, nejde zde o zavedení nekonečných algebraických operací pomocí vhodné konvergence (topologie). (Výsledky spojení a průniku nekonečně mnoha prvků Booleovy algebry, jsou totiž jednoznačně předepsány, pokud vůbec existují, jakožto suprema a infima svých činitelů, ve smyslu svazového polouspořádání.) Jde však o vytčení základních algebraických souvislostí mezi výsledky vhodně omezeného spojování a protínání spočetně mnoha prvků algebry.

[2]) Protože na pořadí členů v posloupnosti nesejde, pokud jde o samo spojení, či průnik členů, bylo by lépe mluvit o „fundamentálních (spočetných) množinách" prvků algebry. Ale pro sledování algebraické souvislosti mezi nekonečnými spojeními a průniky je vhodné, aby každá taková množina byla uvažována v určitém seřazení svých prvků do (vícenásobné) posloupnosti.

davky. [V nadepsané práci požadavky 1) až 6).] Smyslem těchto požadavků je definovat jistou relativní uzavřenost Booleovy algebry vzhledem k omezené možnosti spojovat a protínat nekonečně mnoho prvků algebry. Booleovu algebru uvažovanou vzhledem ke spočetně nekonečným operacím (k spojování a protínání) jen přes fundamentální posloupnosti z rodiny Φ nazýváme pak $\Phi\sigma$ algebrou.

Jak známo ne každá σ algebra a tedy patrně tím spíše ne každá $\Phi\sigma$ algebra se dá isomorfně representovat množinovým σ tělesem. V článku se však ukazuje, že *v případě spočetné $\Phi\sigma$ algebry se spočetnou rodinou Φ fundamentálních posloupností isomorfní množinová representace vždy existuje.* Důkaz je jednoduchým důsledkem *Loomisovy* věty o tom, že každá σ algebra je σ homomorfním obrazem vhodného množinového σ tělesa.

Cílem článku je aplikace tohoto výsledku na matematickou (predikátorovou) logiku.

Zavedeme-li do tak zvané *Lindenbaumovy* algebry nižšího predikátového počtu (t. j. do algebry tříd vzájemně ekvivalentních výrazů) spočetně nekonečná spojení a všechny spočetně nekonečné průniky, dané pomocí malého a velkého kvantifikátoru, pak je Lindenbaumova algebra spočetnou $\Phi\sigma$ algebrou se spočetnou rodinou Φ fundamentálních posloupností.

Z množinové isomorfní representace Lindenbaumovy $\Phi\sigma$ algebry[3]) ihned vyplývá *Gödelova* věta o úplnosti nižšího predikátového počtu (v poněkud zostřené formulaci), neboť prvky representující množiny definují simultánní interpretace formulí predikátového počtu pravdivými větami o přirozených číslech.

Autoreferát.

Štefan Schwarz: **Struktura jednoduchých pologrup bez nuly.** Časopis (rus.) *76* (1951), Časopis (angl.-franc.-něm.) *76* (1951), str. 41 až 53.

Množina S, mezi jejímiž prvky je definováno associativní násobení, nazývá se obyčejně pologrupa (někdy též associativní grupoid). Pologrupami jako přirozeným zobecněním pojmu grupa zabývala se již celá řada autorů, mezi nimi ve svých starších pracích i *Štefan Schwarz.* V právě uveřejněné práci vyšetřuje *Štefan Schwarz* strukturu některých typů jednoduchých pologrup bez nuly. Vychází při tom hlavně od prací *A. H. Clifforda* a *D. Reese.*

Neprázdná část L pologrupy S nazývá se levý ideál, když platí ve smyslu násobení komplexů $SL \subseteq L$, t. j. pro libovolné $s \in S$ a libovolné $l \in L$ platí $sl \in L$. Obdobně se definuje pravý ideál. Dvoustranný ideál je část S, která je současně levým i pravým ideálem. Existuje-li v S prvek z takový, že platí $za = az = z$ pro každé $a \in S$, pak z se nazývá nulou pologrupy S. Pologrupa S může mít nejvýše jednu nulu, která pak je minimálním dvoustranným ideálem v S. *Rees* nazval pologrupu S jednoduchou, nemá-li kromě snad nuly žádný jiný dvoustranný ideál. *Štefan Schwarz* se zabývá v uvedeném článku jednoduchými pologrupami bez nuly, které splňují jednu z těchto dvou podmínek:

Podmínka *A*. Pologrupa bez nuly S má alespoň jeden minimální levý ideál, t. j. levý ideál, který již neobsahuje žádný jiný levý ideál.

Podmínka *B*. Pologrupa bez nuly S obsahuje alespoň jeden minimální levý a jeden minimální pravý ideál.

Podmínky tyto formuloval první *Clifford.* O jednoduchých pologrupách splňujících podmínku *B* platí nyní tato strukturní věta: *Jednoduchá pologrupa,*

---

[3]) Autor hodlá česky v tomto časopise zpracovat charakterisaci Lindenbaumovy algebry, jakožto jediné (v jistém rozšířeném smyslu slova) volné spočetné Booleovy $\Phi\sigma$ algebry. Toto thema, jakož i obsah předloženého článku tvoří součást řady referátů, které autor měl o algebraickém pojetí predikátového počtu na jaře r. 1950 ve Varšavě.

splňující podmínku B, je součet navzájem isomorfních grup. Tuto větu sice *Clifford* výslovně neformuluje, avšak věta vyplývá z jeho výsledků. *Št. Schwarz* podává nový důkaz této věty, který je jednodušší, neboť nepoužívá pojmu primitivního idempotentu a dokonale jednoduché pologrupy.

Těžisko práce spočívá v tom, že důkaz podaný *Schwarzem* objasňuje, jakou úlohu hraje ve větě předpoklad existence minimálního pravého ideálu. Splňuje-li jednoduchá pologrupa podmínku A, pak je při důkaze hoření věty existence minimálního pravého ideálu potřebná toliko k tomu, aby se dala dokázat v S existence alespoň jednoho idempotentu. Obráceně z existence alespoň jednoho idempotentu v jednoduché pologrupě splňující podmínku A plyne existence alespoň jednoho minimálního pravého ideálu, tedy podmínka B. V jednoduché pologrupě splňující podmínku A je proto existence aspoň jednoho idempotentu ekvivalentní existenci aspoň jednoho minimálního pravého ideálu. Práce obsahuje ještě řadu dalších výsledků týkajících se vlastností pravých nebo levých ideálů. *Vl. Kořínek* (Praha).

B) Knihy.

О. А. Вольберг: Лекции по начертательной геометрии. (*O. A. Volberg*, **Přednášky o deskriptivní geometrii.**) Učpedgiz, Moskva-Leningrad 1947, 348 str.; cena 100 Kčs.

Tato kniha vznikla z přednášek konaných na pedagogickém ústavě (institutě) v Leningradě. Autor v předmluvě upozorňuje, že jejím hlavním úkolem je naučit budoucí učitele matematiky sestrojovat správné názorné obrazy geometrických útvarů, které potřebují kreslit zejména při probírání stereometrie. Proto je v celé knize věnována mimořádná pozornost theorii konstrukcí v promítání na jednu průmětnu. Při tom úlohy týkající se zobrazení těles se řeší vždy tím způsobem, že se volí průmět tělesa a to tak, aby byl správně narýsován a pak se řeší incidenční i metrické úlohy, které se vztahují k tomuto tělesu (řezy, průniky, osvětlení, stanovení tvaru tělesa a pod.). Při tom se autor omezuje téměř výhradně na tělesa hranatá, kdežto promítání křivek a ploch věnuje jen malou pozornost. Tím, že se autor omezil na užší kruh problémů, mohl je zpracovat podrobně a s dosti obecného hlediska. Methody deskriptivní geometrie vykládá s projektivního stanoviska. Protože však ve druhé kapitole je vyloženo vše, co je pro četbu knihy nutné znát z projektivní geometrie, může knihu čísti každý, kdo zná jen základy elementární geometrie; jedině poslední kapitola předpokládá poněkud větší znalosti projektivní geometrie. Kniha je velmi zajímavá a bylo by dobře, kdyby si ji pročetli i naši učitelé matematiky. Abych ukázal, čím se liší od tradičních učebnic deskriptivní geometrie, naznačím stručně její obsah.

V první kapitole vykládá autor princip středového promítání a zavádí (z názoru) nevlastní elementy. Paralelní projekci probírá jako centrální promítání z nevlastního bodu a dokazuje jeho dvě základní vlastnosti (zachování rovnoběžnosti a dělícího poměru). V druhé kapitole je vyložena kolineace, zejména perspektivní kolineace dvou soumístných rovinných polí a její speciální afinní případy. Soustavný výklad elementárních method deskriptivní geometrie začíná ve třetí kapitole, věnované způsobu zobrazení, jehož se v praxi nejvíce používá, totiž tak zvané methodě dvou zobrazení. Tato methoda spočívá v tom, že se daný útvar Ω promítne ze středu Q_1 na průmětnu π_1, potom ze středu Q_2 na průmětnu π_2, načež se oba tyto průměty promítnou z třetího středu Q na průmětnu π, kterou zvolíme za nákresnu; tak dostáváme v nákresně dva obrazy daného útvaru Ω. Velmi obecně je tato methoda zpracována v prvním díle *Müllerových* Vorlesungen über darstellende Geometrie; *Volberg* se omezuje na případ pro praxi nejdůležitější, kdy všechny tři středy promítání leží na jedné přímce (přímka středů). Dokazuje, že každý nesingulární bod se zobrazí jako dvojice bodů, jejichž spojnice prochází průsečíkem Q_0 přímky středů s nákresnou. Nesingulární přímka se zobrazí jako dvojice přímek a nesingulární rovina jako perspektivní kolineace se středem v bodě Q_0; tento střed i osa kolineace mohou ovšem býti i nevlastní. V uvedené projekci řeší potom autor incidenční úlohy o bodech, přímkách a rovinách. Čtvrtá kapitola je věnována speciálním případům methody dvou zobrazení; v těchto případech splývá jedna z průměten π_1, π_2 (na příklad π_1) s nákresnou π, takže první obraz daného útvaru Ω je vlastně jeho projekcí ze středu Q_1 na nákresnu π. Tento obraz nazývá *Volberg* hlavním obrazem, kdežto druhý obraz jmenuje obrazem pomocným. Poznamenává, že v praxi podává obvykle hlavní obraz názorný obrázek daného útvaru, kdežto pomocný obraz jej doplňuje tak, aby oběma obrazy byl útvar v prostoru určen. Z takových speciálních případů methody dvou zobrazení probírá autor obvyklé pravoúhlé promítání na dvě průmětny, methodu dvou paralelních projekcí (v praxi obvykle kosoúhlé promítání s použitím půdorysu) a středové promítání s pomocným půdorysem.

Jádrem knihy je zajímavá pátá kapitola, která jedná o promítání na jednu průmětnu. Autor nejprve připomíná, že útvar Ω není svým jedním průmětem určen; proto je třeba tento průmět doplnit některými údaji, týkajícími se zobrazeného útvaru Ω. Průmět Ω' doplněný údaji o originálu Ω nazývá autor monoprojekcí útvaru Ω. (Útvarem Ω rozumí autor soustavu složenou z konečného počtu bodů, čar a ploch.) Potom autor dokazuje, že monoprojekci útvaru Ω můžeme pokládat za jeho hlavní obraz v methodě dvou zobrazení, při které $\pi_1 \equiv \pi$, $Q_1 \equiv Q$ a pomocná průmětna π_2 je libovolná rovina, která patří do útvaru Ω a neprochází středem $Q_1 \equiv Q$. Útvar Ω nazývá autor monogenním, jestliže jeho pomocný obraz je určen danou monoprojekcí tohoto obrazce a pomocným obrazem jednoho bodu patřícího do útvaru Ω. Potom autor dokazuje, že v dané monoprojekci monogenního útvaru Ω se dají jednoznačně řešit úlohy o incidenci, pokud se týkají jen prvků útvaru Ω. Výklad doplňuje autor četnými příklady na řezy, průniky a osvětlení jehlanů a hranolů.

Šestá kapitola je vlastně jen informativní, neboť autor se v ní omezuje jen na názorné objasnění některých otázek týkajících se promítání křivek a ploch. Probírají se tu bez důkazů průměty kružnice a řeší se několik úloh na zobrazení kulové plochy v pravoúhlém promítání. V sedmé kapitole vykládá autor methodu dvou stop, která je duální k methodě dvou zobrazení. Ke konci kapitoly ukazuje, jak se v praxi obyčejně užívá kombinace obou method, velmi často na příklad v Mongeově projekci.

V osmé a deváté kapitole probírá autor metrické úlohy, nejprve elementárně v pravoúhlém promítání (speciálně v *Mongeově*), a potom v orthogonální monoprojekci. Nejdůležitější jsou tu tři věty, ve kterých autor uvádí postačující podmínky pro jednoznačné řešení metrických úloh v dané pravoúhlé monoprojekci monogenního útvaru. V deváté kapitole je vyložena theorie metrických konstrukcí ve středovém promítání pomocí hlavní polarity v průmětně. Podrobně opět probírá autor metrické úlohy v centrální monoprojekci a dokazuje větu: Je-li dána v nákresně hlavní polarita, pak je možné řešit až na podobnost ve středové monoprojekci monogenního obrazce každou metrickou úlohu týkající se jen prvků tohoto obrazce.

Předposlední kapitola jedná o pravoúhlé a kosoúhlé axonometrii. Autor nejprve vykládá axonometrii jako speciální případ methody dvou zobrazení a řeší incidenční úlohy o bodech, přímkách a rovinách. Potom si všímá osového kříže a axonometrického trojúhelníka, dokazuje větu *Weisbachovu*, *Schwarzovu* a *Pohlkeovu*. Metrické úlohy v kosoúhlé axonometrii řeší tak, že je převádí na úlohy v Mongeově projekci. Závěrem studuje v rovnoběžné monoprojekci metrické úlohy vztahující se k monogennímu útvaru a dokazuje postačující podmínky pro řešení těchto úloh. V poslední kapitole naznačuje autor obecnou theorii metrických úloh se stanoviska projektivní geometrie.

Předností knihy je, že zdůrazňuje a soustavně probírá podstatné věci a neutápí se ve speciálních konstrukcích, třebaže obsahuje i hodně příkladů (kromě příkladů řešených v textu má 232 úloh ke cvičení). Je psána velmi jasně a není v ní větších chyb. Pozorný čtenář si snadno opraví drobnější nedopatření, která spočívají obvykle v tom, že autor zapomene někdy uvést ve vyslovené větě nebo popsané konstrukci některý předpoklad. Tak na příklad věta 1 na str. 85 není přesně vyslovena, neboť zapomíná na to, že žádný z bodů Q_1, Q_2 nemá jeden obraz, úvaha o rovině totožnosti na str. 103 ztrácí význam, jestliže přímka středů protíná průsečnici průměten π_1, π_2, ve výkladu na str. 208 je zapomenuto na přímky ležící v některé ze stopních rovin a pod.

Četba knihy prospěje nejen deskriptivářům, nýbrž všem, kteří vyučují nebo budou učit matematice na školách druhého i třetího stupně. Profesoři deskriptivní geometrie v ní najdou i mnohé vhodné náměty, zejména pro zájmové kroužky deskriptivní geometrie na gymnasiích. *E. Kraemer* (Praha).

L. Seifert: **Cyklografie.** Kruh, sv. 15, stran 104. Vydala JČMF r. 1949. Cena 47 Kčs.

Knížka je prvním samostatným českým spisem o cyklografii. Ve starší odborné české literatuře máme stať o základech cyklografie (promítání kruhového) v *Sobotkově* Deskriptivní geometrii promítání paralelního. Tato stať je zpracována výhradně syntheticky; naproti tomu *Seifertova* knížka používá vydatně methody analytické. V tom je jedna z jejích předností.

Cyklografie je rozdělena na osm kapitol: první seznamuje čtenáře se základními pojmy, druhá pojednává o cyklických obrazech přímky a roviny, třetí a čtvrtá o cyklických obrazech hlavních útvarů kvadratických (cyklografický kužel, kružnice a koule). Pátá kapitola je věnována cyklickému zobrazení bodových transformací. Šestá a sedmá kapitola obsahují obecné úvahy o cyklickém zobrazení křivek a ploch a uvádějí příklady zobrazení některých jednoduchých křivek a ploch (kuželosečky, plocha kulová a j.). Konečně osmá kapitola je vyplněna několika aplikacemi.

Analytická methoda dovoluje autorovi přesné a rychlé odvození výsledků (výjimku činí obecné úvahy kapitol 6, 7, které by vyžadovaly použití diferenciální geometrie). Při každé příležitosti je ukázáno, jak cyklografie jednak, jako každá projekce, převádí řešení prostorových úloh na úlohy rovinné, ale také jak převádí řešení úloh z geometrie kružnice na úlohy prostorové (na př. Apolloniův problém). Hlubší pohled na cyklografii poskytuje kapitola 5, kde je také nastíněn vztah mezi cyklografií a t. zv. C-geometrií.

Výklady knížky jsou většinou jasné a přehledně uspořádané. Také řada cvičení a odkazů na literaturu je jejím kladem. Nároky na čtenáře jsou však jistě větší než absolutorium gymnasia, jak praví autor v předmluvě. Avšak pro nastávající učitele deskriptivní geometrie i pro všechny, kdo vážně studují deskriptivní geometrii, je knížka velmi cenná jako úvodní učebnice. *J. Vyšín* (Praha).

J. E. Hofmann: **Die Entwickelungsgeschichte der Leibnizschen Mathematik während des Aufenthaltes in Paris (1672—1676).** Mnichov 1949, Leibniz Verlag, 8 + 253 str., cena neudána.

Kniha *Hofmannova* osvětluje období matematického vývoje *Leibnizova*, které patří k nejzajímavějším, neboť za pařížského pobytu *Leibnizova* se rodily základní myšlenky jeho objevu infinitesimálního počtu. Jistě byl *J. E. Hofmann* obzvláště povolán, aby zpracoval tuto zajímavou, ale ožehavou látku. Univ. profesor *Hofmann*, který přednášel dějiny matematiky na universitách v Berlíně, Freiburce, Tubinkách a na technice v Karlsruhe, vedl od r. 1940 do r. 1946 vydávání *Leibnizových* spisů při Akademii věd v Berlíně. Pramenný materiál zde snesený je ohromný. *Hofmann* vyčerpal na 700 dopisů a na 300 *Leibnizových* záznamů. Četné dopisy a záznamy jsou celá pojednání. Rejstřík jmen, časopisů a rukopisů obsahuje na 300 položek, pod čarou je 981 literární poukaz.

Autor líčí poutavě, jak 26letý *Leibniz* s mezerovitými matematickými vědomostmi, přišel do Paříže, jak byl oslněn rušným vědeckým životem, jak jej *Christ. Huygens*, jehož si bystrý, vzdělaný a společensky vybroušený mladík získal, přivedl k hlubokým matematickým studiím. Líčí dále, jak se *Leibniz* zahloubal do studia řad, jak byl jimi přiveden ke svému geniálnímu objevu. *Leibniz* se lehce dopouštěl počtářských chyb, což jej přivedlo ke konstrukci počítacího stroje. Ten mu posloužil za jeho návštěvy v Londýně za doporučení do Royal Society. Dovídáme se, jak se tehdy těžce publikovalo, kdy nová vydání knih byla často jen titulová vydání neprodaných skladů, a jak korespondence vědeckým přátelům vedle „Journal des Savants“ a „Philosophical Transactions“ nahrazovala dnešní časopisy. Z toho vyplýval strach o prioritu, úzkostlivé zatajování pracovních method a oznamování jen jednotlivých dílčích výsledků. Připojíme-li k tomu ještě nedorozumění vzniklá opisovačskými chybami písařů, obtíže a nespolehlivost při posílání dopisů a národní zaujatost, dostáváme neblahé prostředí, z něhož vyrostl trapný spor mezi *Newtonem* a *Leibnizem*. *Hofmann* zajímavě líčí tyto příčiny, povahové vlastnosti vystupujících osob a různé vnější okolnosti těchto pohnutých dob a snaží se psychologicky vysvětlit celý spor. Hutný matematický obsah si nutně vyžádal i hutné, často jen náznakové formy, takže podrobné prostudování matematické látky klade dost velké požadavky na čtenářovy znalosti.

Marná snaha 30-letého *Leibnize* získat v Paříži existenci a tak se udržet ve středisku rušného vědeckého života a jeho těžké odhodlávání zahrabat se v knihovně hanoverského dvora osvětluje tragiku tohoto skvělého genia. Avšak z několika slov *Hofmannových* probleskuje i tragika velkého *Leibnizova* protivníka, *Newtona*, jenž nenalezl ve svém okolí kongeniálního ducha, který by mu plně porozuměl, a tak se v sebe uzavřel. Poslední oddíl knihy na 11 stránkách shrnuje ve velkých rysech obraz *Leibnizova* matematického vývoje v oněch 4 letech pařížského pobytu tak směrodatného pro jeho veškerou matematickou činnost. *Q. Vetter* (Praha).