

František Kadeřávek

O Aimondově báni

*Časopis pro pěstování matematiky*, Vol. 76 (1951), No. 3, 195--198

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/117010>

## Terms of use:

© Institute of Mathematics AS CR, 1951

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

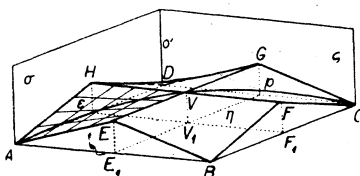
## O AIMONDOVĚ BÁŇI

Dr FRANTIŠEK KADERÁVEK, Praha.

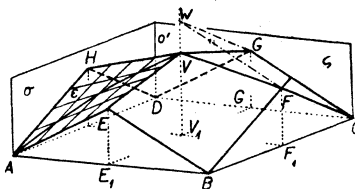
(Došlo 5. III. 1951.)

V článku se studují geometrické vlastnosti skořepinkové klenby t. zv. Aimondovy bání, která je složena z osmi orthogonálních hyperbolických paraboloidů.

V nedávných dobách počalo se s nahrazováním poměrně těžkých železobetonových stropních konstrukcí lehkými konstrukcemi skořepinkovými, prováděnými rovněž v železovém betonu. Příkladem takové skořepinkové plochy jest Aimondova bání, o jejíchž některých vlastnostech bude v dalším pojednáno.



Obr. 1.

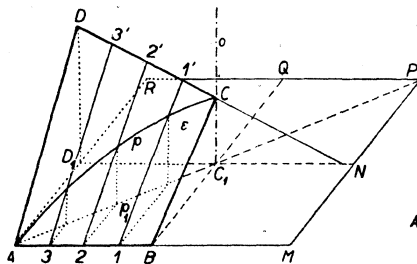


Obr. 2.

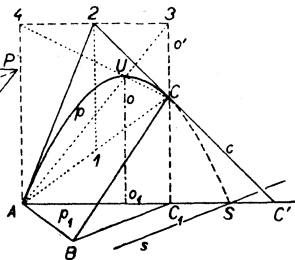
Nad čtvercem  $ABCD$  (obr. 1) provedeny byly dvě rovnoběžky  $EG$  a  $FH$  s jeho středními příčkami, protínající se v bodě  $V$  ve vzdálenosti  $v$  od středu  $V_1$  čtverce  $ABCD$ . Mimoběžkami  $AH$ ,  $EG$  a  $FC$  je tu určen jeden orthogonální hyperbolický paraboloid  $\varepsilon$  o řídicích rovinách  $\sigma \equiv AHD$ ,  $\zeta \equiv CGD$  ( $\sigma \perp \zeta$ ), mající ve  $VV_1$  osu, v bodě  $V$  vrchol a v parabole  $p$  jeden hlavní řez. Také mimoběžky  $BF$ ,  $EG$  a  $HD$  určují orthogonální hyperbolický paraboloid  $\eta$ , mající tytéž řídicí roviny  $\sigma$  a  $\zeta$ , v bodě  $V$  vrchol a v rovině  $DVB$  hlavní parabolický řez. Plochy  $\varepsilon$  a  $\eta$  se ve vrcholu  $V$  navzájem dotýkají, majíce tu tečnou rovinu rovnoběžnou s rovinou čtverce  $ABCD$ . Tento soubor ploch  $\varepsilon$  a  $\eta$  možno použít buď jako konstrukce stropní — výška  $v = VV_1$  je v tomto případě nepatrná — nebo jako konstrukce střešní: výška  $v$  je tu větší.

Z estetických a statických důvodů byl při této konstrukci zdvižen bod  $V$  nad úroveň bodů  $E$ ,  $F$ ,  $G$  a  $H$  (obr. 2). Místo dvou hyperbolických

paraboloidů z předcházejícího řešení nastupují tu nyní čtyři ortogonální hyperbolické paraboloidy  $\varepsilon, \eta, \zeta, \theta$ , mající v rovinách  $\sigma$  a  $\zeta$  roviny řídicí a v rovinách  $AVC$  a  $BVD$  hlavní roviny s hlavními parabolami. Uvedené paraboloidy se v bodě  $V$  nedotýkají. Rovněž tuto kombinaci provedenou ve skořepinové železobetonové konstrukci můžeme použítí buď jako stropu nebo střechy nad budovou o čtvercovém nebo obdélníkovém půdorysu. Nevýhodou obou těchto konstrukcí jest, že se o podpory opírají jen ve čtyřech bodech  $A, B, C$  a  $D$  a že v okolí bodu  $V$  druhého souboru všechny použité plochy jdou směrem vzhůru. Při druhém řešení musíme ještě dbáti toho, aby  $VV_1 < 2EE_1$ ; jinak bychom přešli s vrcholem  $V$  do bodu  $W$  a úsečky  $WF, FC, CG$  a  $GW$  by neurčovaly paraboloid, ale rovinu, která není samonosná. Proto byly tyto poměrně jednoduché konstrukce nahrazeny t. zv. *Aimondovou bání*, která sestává z osmi ortogonálních hyperbolických paraboloidů.



Obr. 3.



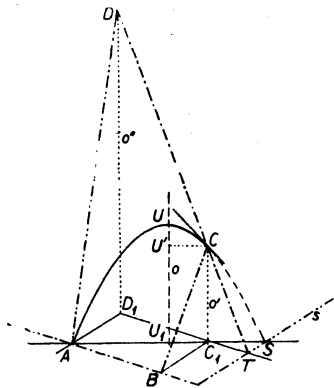
Obr. 4.

Vytkněme (obr. 3) vodorovný čtverec  $AMPR$  a v něm střední příčky  $BQ$  a  $D_1N$ . Jeho středem  $C_1$  jde svislá přímka  $o$ . Uvažujme nyní hyperbolický paraboloid určený zborceným čtyřúhelníkem  $ABCD$ . Jeho řídicí roviny jsou  $\sigma \equiv (oB)$ ,  $\zeta \equiv (oD)$ ; je to opět ortogonální hyperbolický paraboloid. V rovině  $\zeta \equiv (oA)$  je položena parabola  $p$ , která při vhodné volbě bodu  $D$  od svého vrcholu směrem k bodu  $C$  klesá, kdežto přímka  $BC$  k bodu  $C$  stoupá. Užijme z uvedeného hyperbolického paraboloidu  $\varepsilon$  část omezenou parabolou  $p$ , úsečkou  $AB$  a úsečkou  $BC$  a k této části sestrojme plochy kolmo souměrné k rovinám  $(oA)$  a  $(oB)$  a pokračujme tak dále, stanovíce k částím určeným kolmo souměrné i k rovinám  $(oM)$ ,  $(oD)$ , atd. Tím získáváme nad čtvercem  $AMPR$  celkem osm ortogonálních hyperbolických paraboloidů, jejichž paraboly k bodu  $C$  klesají a přímky  $BC, NC, \dots$  k témuž bodu stoupají. Síly v okolí těchto bodů působící se mohou při vhodné volbě v Aimondově bání i rušiti a tak bude tato konstrukce v okolí bodu  $C$  zcela odlehčena a mimo to dosedá na podpory podél celých přímek  $AM, MP, \dots$  a nikoliv bodově, jako

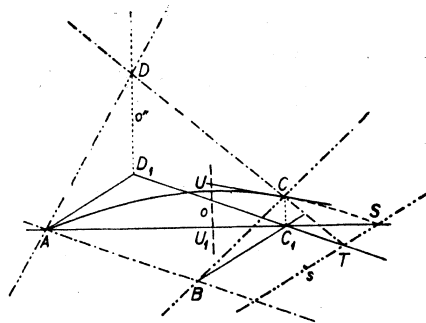
dosedaly konstrukce předcházející, což je velikou předností Aimondovy bání.

Paraboloid  $\varepsilon$  můžeme (obr. 4) určit i takto: zvolíme řídicí rovinu  $\sigma \equiv (BCC_1)$ , přímku řídicí  $\overline{AB}$  a parabolu řídicí  $p$  v rovině  $\zeta \equiv ACC_1$  k rovině  $\sigma$  skloněné v úhlu  $45^\circ$ . Touto volbou zcela ovládáme parabolu  $p$ ; můžeme si buď zvoliti její osu  $o \perp ABC_1$  a v ní vrchol  $U$ , nebo můžeme voliti spád tečny  $c$  v bodě  $C$ . Učíme  $\overline{AB} = \overline{BC_1} = a = \overline{CC_1} = \overline{CC'}$ . Tu bude spád tečny  $c$  i přímky  $BC$  jednotkový, tedy též. Parabola  $p$  je nyní určena bodem  $A$ , tečnou  $c$  s dotykovým bodem  $C$  a směrem  $o'$  osy ( $o' \parallel o$  je kolmé k rovině  $ABC_1$ ). Spojme  $AC$ , středem  $I$  této úsečky vedme  $l2 \parallel o'$  a vyšetřme průsečík  $2$  s přímkou  $c$ . Potom  $2A$  je tečnou paraboly  $p$  v bodě  $A$ . Ujíme přímek  $4A \parallel 3C \parallel o'$  a přímky  $423 \perp o'$ . Průsečný bod spojnic  $3A$  a  $4C$  označme  $U$  a jest tedy  $U$  vrcholem paraboly  $p$ . (Tato konstrukce je uvedena v knize KADEŘÁVEK-KLÍMA-KOUNOVSKÝ: Deskriptivní geometrie, díl I. str. 23 a 24, obr. 41.) Pak  $ABC_1$  je polovina čtverce o straně  $a$ , je proto  $\overline{AC_1} = a\sqrt{2}$  a úsečky  $\overline{23} = \overline{3C} = \overline{42} = \frac{1}{2}a\sqrt{2}$ . Trojúhelníky  $AU4$  a  $3CU$  jsou podobné, proto jsou jejich výšky vedené z vrcholu  $U$  k protilehlým základnám (rovné úsečkám  $o_1A$ ,  $o_1C_1$ ) v poměru  $\overline{A4} : \overline{C3} = (a + \frac{1}{2}a\sqrt{2}) : \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \overline{Ao_1} : \overline{o_1C_1}$ ; dále  $\overline{Ao_1} : (\overline{Ao_1} + \overline{o_1C_1}) = (a + \frac{1}{2}a\sqrt{2}) : (a + \frac{1}{2}a\sqrt{2} + \frac{1}{2}a\sqrt{2})$ . Z toho plyne, že  $Ao_1 = a$ . Protože přímka  $o$  je osou paraboly  $p$ , je  $Ao_1 = o_1S = a$ , i je  $\overline{C_1S} = 2a - a\sqrt{2} = a(2 - \sqrt{2})$ . Bodem  $S$  jdoucí přímka  $s \parallel BC_1$  náleží použitému hyperbolickému paraboloidu  $\varepsilon$ .

Uvážíme-li, že  $\triangle C_1ST$  je rovnoramenný (obr. 5) a pravoúhlý, je  $\overline{C_1T} = \frac{1}{2}\sqrt{2}\overline{C_1S} = \frac{1}{2}\sqrt{2}(2a - a\sqrt{2}) = a(\sqrt{2} - 1)$ . Z podobných trojúhelní-



Obr. 5.

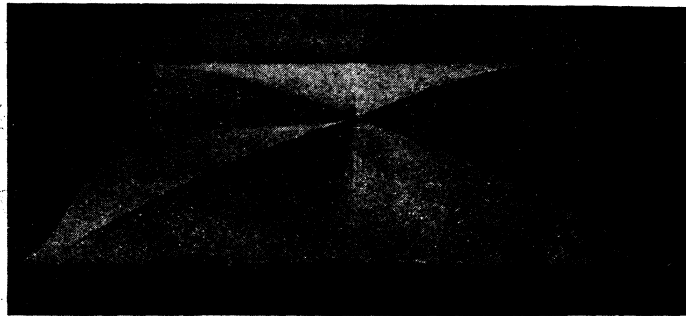


Obr. 6.

níků  $\triangle DD_1T \sim \triangle CC_1T$  (kde  $\overline{C_1D_1} = \overline{CC_1} = a$ ) plyne, že  $\overline{DD_1} = a(\sqrt{2} + 2)$ .

Ježto tečna paraboly  $p$  v bodě  $C$  svírá s osou  $o$  úhel  $45^\circ$ , je  $\overline{UU'} = \frac{1}{2}\overline{U'C} = \frac{1}{2}a(\sqrt{2} - 1)$  a  $\overline{UU_1} = a + \frac{1}{2}a(\sqrt{2} - 1) = \frac{1}{2}a(\sqrt{2} + 1)$ .

Tím jsou pro tento případ Aimondovy báně stanoveny určující hodnoty. Ve skutečnosti se používá jako báně soustavy ploch k právě studované afinně sdružené vzhledem k rovině  $ABC_1$  a to kolmo sdružené (obr. 6). Je-li pak  $\overline{AB} = a$ ,  $\overline{CC_1} = ka$ , jest  $\overline{DD_1} = ka(\sqrt{2} + 2)$ ,  $\overline{AU_1} = a$ ,  $\overline{AS} = 2a$ ,  $\overline{D_1T} = (S - \overline{AD_1}) = a/\sqrt{2} = \overline{AC_1}$ ,  $\overline{UU_1} = k \cdot \frac{1}{2}a(\sqrt{2} + 1)$  a itu



Obr. 7.

spád tečny paraboly  $p$  hyperbolického paraboloidu  $\varepsilon$  v bodě  $C$  vzhledem k rovině  $ABC_1$  bude týž jako spád přímky  $\overline{BC}$ ; tečna bude spadat, kdežto přímka  $\overline{BC}$  stoupati stejně a síly v okolí bodu  $C$  působící v Aimondově báni se budou pro soustavu osmi použitých paraboloidů rušiti.

Obr. 7 podává pohled na formu, na níž jsou vypracovávány v železobetonových skořepinách Aimondovy báně, aby potom byly převezeny na staveniště a tam na určené místo jako stropní konstrukce osazeny.