Časopis pro pěstování matematiky

Alois Švec

Existence derivací v diferenciální geometrii

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 81 (1956), No. 4, 479--480

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117218

Podobně se odvodí vztah

$$\int_a^b P(f(t))\, \mathrm{d}f_1(t) = -\iint_G \operatorname{ind} z \frac{\partial P}{\partial y}(z)\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$$

za předpokladu, že reálné funkce P, $\frac{\partial P}{\partial y}$ jsou spojité v okolí množiny $G \cup K$. Tím je dokázána věta:

Buď f komplexní spojitá funkce s konečnou variací v $\langle a, b\rangle$; nechť $f(b) = f(a)$. Buď $K = f(\langle a, b\rangle)$. Definujme funkci ind z *podle* (2). *Nechť reálné funkce P, Q, $\frac{\partial P}{\partial y}$, $\frac{\partial Q}{\partial x}$ jsou spojité v okolí množiny $G \cup K$, kde $G = E[z; \operatorname{ind} z \neq 0]$. Potom jest*

$$\int_a^b P(f(t))\, \mathrm{d}f_1(t) + \int_a^b Q(f(t))\, \mathrm{d}f_2(t) = \iint_G \operatorname{ind} z \left(\frac{\partial Q}{\partial x}(z) - \frac{\partial P}{\partial y}(z)\right) \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\,.$$

Předpoklady o funkcích P, Q by bylo možno poněkud oslabit. V každém případě je však existence integrálů $\iint_G \frac{\partial Q}{\partial x}\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$, $\iint_G \frac{\partial P}{\partial y}\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$ (každého zvlášť) při uvedeném postupu podstatná.

Závěrem doc. Mařík uvedl, že se mu podařilo jinými methodami dokázat následující větu:

Buď K kladně orientovaná Jordanova křivka konečné délky; buď G vnitřek křivky K. Nechť funkce P, Q jsou spojité na $\bar{G}$. Buď g funkce na množině G a nechť existuje Lebesgueův integrál $\iint_G g\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$. Nechť pro každý uzavřený dvojrozměrný interval I obsažený v G platí

$$\int_{H(I)} P\, \mathrm{d}x + Q\, \mathrm{d}y = \iint_I g\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y$$

($H(I)$ značí kladně orientovanou hranici intervalu I). Potom jest

$$\int_K P\, \mathrm{d}x + Q\, \mathrm{d}y = \iint_G g\, \mathrm{d}x\, \mathrm{d}y\,.$$

Josef Král a *Miloš Neubauer*, Praha.

EXISTENCE DERIVACÍ V DIFERENCIÁLNÍ GEOMETRII

(Referát o přednášce akademika EDUARDA ČECHA, konané 21. května 1956.)

Buď C křivka v trojdimensionálním eukleidovském prostoru, která je opisována bodem $A(t)$ a má tečnu $T(t)$, resp. oskulační rovinu $P(t)$. Souřadnice $A(t)$, resp. $T(t)$, resp. $P(t)$ nabývají maximální diferenciální třídy (při požadavku spojitých derivací) pro parametr $t = s$ (oblouk křivky C) resp. $t = \sigma$ (oblouk indikatrix tečen) resp. $t = \tau$ (oblouk indikatrix binormál). Vyjma případu, kdy je možno t voliti tak, že souřadnice $A(t)$ a současně $T(t)$ a $P(t)$ jsou nekonečněkrát diferencovatelné, existují další čtyři případy; v každém existuje přirozené r tak, že diferenciální třídy A, T a P při parametrech s, σ, τ jsou dány následující tabulkou:

I	A	T	P
s	$r+2$	$r+1$	r
σ	$r+1$ $r+2$	$r+1$	r
τ	r	r	$r+1$

II	A	T	P
s	$r+1$	r	r
σ	r	$r+1$	$r+1$ $r+2$
τ	r	$r+1$	$r+2$

III	A	T	P
s	$r+1$	r	r
σ	r	$r+1$	r
τ	r	r	$r+1$

IV	A	T	P
s	$r+1$	r	$r+1$
σ	r	$r+1$	r
τ	$r+1$	r	$r+1$

Alois Švec, Praha.