Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 82 (1957), No. 3, 370--377

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117263`

RECENSE

Karel Rychlík, **Úvod do analytické theorie mnohočlenů s reálnými koeficienty.** Nakladatelství ČSAV, Praha 1957. Str. 181, náklad 2300. Cena brož. 11,90 Kčs.

RYCHLÍKOVA kniha se zabývá metodami vedoucími k numerickému řešení algebraických rovnic s reálnými koeficienty, a to odhady počtu a rozložení kořenů reálného polynomu. Nezabývá se přímým numerickým výpočtem kořenů.

Kniha je rozdělena na 11 kapitol. Krátká 1. kapitola má úvodní ráz; je tu vyloženo rozšíření reálných čísel o prvky $\pm\infty$, Hornerovo schema, jeho užití na lineární a lineárně lomené transformace polynomu a zavedeny Laguerrovy mnohočleny daného polynomu.

2. kapitola s názvem „Závory kořenů mnohočlenu" je takřka celá věnována horním a dolním odhadům reálných (případně kladných či záporných) kořenů daného reálného polynomu; jen § 1 této kapitoly obsahuje odhad absolutních hodnot všech kořenů libovolného komplexního polynomu. Místo termínu odhad užívá autor všude výrazu závora, zavedeného v JARNÍKOVĚ *Diferenciálním počtu* II; rozlišuje mezi závorou a otevřenou závorou. Po vyložení běžných odhadů reálných, kladných a záporných kořenů reálného polynomu, které jsou udány na př. v KOŘÍNKOVĚ učebnici *Základy algebry*, obrací se autor k odhadům pro polynomy s jednou znaménkovou změnou, k určení horní závory reálných kořenů vhodným rozkladem mnohočlenu v součet mnohočlenů jednodušších a ke Cauchyovu vzorci k určení horní závory kladných kořenů. Pro jiné stanovení této závory udává autor ještě Newtonovo a Laguerrovo pravidlo a ukazuje výhodnost pravidla Laguerrova před Newtonovým.

3. kapitola obsahuje Bolzano-Weierstrassovu větu pro mnohočleny, vyslovenou i pro neohraničené intervaly (hodnotou $f(x)$ v $\pm\infty$ se rozumí limita $f(x)$ v tomto bodě) a použití této věty k odhadu počtu kořenů v daném intervalu. Kapitola je zakončena větou o separaci kořenů (i nereálných) reálného polynomu pomocí Cauchyova odhadu absolutních hodnot rozdílů dvojic kořenů.

4. kapitola je věnována Rolleově větě pro mnohočleny a jejímu použití při vyšetřování vztahů mezi reálnými kořeny polynomu a jeho derivace. Pro nereálné kořeny dokazuje autor Jensenovu větu o rozložení nereálných kořenů (reálného) polynomu a jeho derivace. V této kapitole zavádí autor symbol $a \mathrel{\underline{\underline{\leqq}}} b$ (mod 2), značící, že $a \leqq b$ a $a \equiv b$ (mod 2); výhoda tohoto zápisu pro stručné vyjadřování vynikne zejména v kapitole 5 a 6.

Obsahem kapitoly 5 je věta Descartesova a její zpřesnění pro mnohočleny s vesměs reálnými kořeny, pro mnohočleny bez mezer a mnohočleny s mezerami. Autor podává dva důkazy Descartesovy věty; druhý z nich je důkaz PETRŮV.

6. kapitola se týká Budan-Fourierovy věty. Autor tu nejprve užitím Descartesovy věty odvozuje B.-F. větu v jejím přesnějším tvaru pro mnohočleny s vesměs reálnými kořeny; teprve pak přistupuje k důkazu B.-F. věty pro obecný případ. B.-F. větu uvádí v obecnějším tvaru, než jak se obvykle činí: nepředpokládá se, že bod β intervalu $(\alpha, \beta\rangle$, v němž hledáme kořeny polynomu $f(x)$, není kořenem $f(x)$. Pro případ, že se v posloupnosti $f(\beta)$, $f'(\beta)$, ..., $f^{(n)}(\beta)$ vyskytnou vnitřní mezery, udává jednoduché a užitečné Petrovo zpřesnění B.-F. věty.

Krátká 7. kapitola obsahuje Descartes-Jacobiovu metodu odhadu počtu reálných kořenů polynomu v daném otevřeném intervalu. Autor tu uvádí, že metoda Descartes-Jacobiova je účinnější než metoda Budan-Fourierova. *Důkazem tohoto tvrzení se pak* zabývá kapitola 8; důkaz je proveden pomocí lineárních transformací nezvětšujících počet znaménkových změn, t. j. reálných transformací $y_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j$ $(1 \leqq i \leqq m)$, pro které počet znaménkových změn v posloupnosti $(y_1, \ldots, y_m)$ pro žádné $(x_1, \ldots, x_n)$ nepřesahuje počet znaménkových změn v posloupnosti $(x_1, \ldots, x_n)$.

Nejobsáhlejší kapitola 9 je věnována Sturmově větě. Tato věta je tu dokázána pro libovolný uzavřený interval a libovolnou Sturmovu posloupnost pro tento interval. Jako příklad je ukázáno užití Sturmovy věty na Legendreovy polynomy. V dalším se autor obrací ke konstrukci Sturmovy posloupnosti Eukleidovým algoritmem, k úplným Sturmovým posloupnostem a k užití Sturmovy věty pro polynomy s vícenásobnými kořeny. Kapitola je zakončena paragrafem věnovaným Darbouxově větě o nereálných kořenech členů Sturmovy posloupnosti.

Kapitola 10 se zabývá jiným způsobem určení počtu různých reálných kořenů polynomu v daném intervalu, spočívajícím na Hermiteově větě, která říká, že počet všech různých kořenů reálného polynomu $f(x)$ (resp. počet reálných různých kořenů) je roven hodnosti (resp. signatuře) kvadratické formy $\sum_{\lambda,\mu=1}^{n} s_{\lambda+\mu-2}\, x_\lambda x_\mu$, kde s_ν je součet ν-tých mocnin kořenů $f(x)$.

V poslední 11. kapitole se autor zabývá Hurwitzovými polynomy, t. j. polynomy, jejichž všechny kořeny mají záporné reálné části. K určení, zda daný polynom (s komplexními koeficienty) je Hurwitzovým polynomem, jsou odvozena Schurova kriteria; pomocí nich je pak dokázána Hurwitzova věta, která dává jednoduchou odpověď na otázku (vyskytující se v různých aplikacích), zda daný reálný polynom je Hurwitzovým polynomem.

Vyložené metody autor ilustruje na řadě konkretních příkladů; přitom vždy přihlíží k praktické použitelnosti a ukazuje, v čem je která metoda výhodnější před druhou. K procvičení látky je připojeno 34 úloh rázu teoretického i praktického s podrobným návodem.

Knížka je psána přesně a dostatečně podrobně; její srozumitelnost by však jistě bývalo možné zvýšit lepším uspořádáním některých partií (na př. kapitoly 8) a zejména pozornějším provedením korektur. Knihu může číst každý, kdo zná elementy algebry a diferenciálního počtu. Zcela postačí znalost základních fakt z Kořínkových Základů algebry a Jarníkova Diferenciálního počtu I. Výběrem látky i jejím zpracováním je knížka dobrým příspěvkem pro naši matematickou literaturu, zabývající se numerickými metodami.

V knize bohužel zůstal značný počet tiskových chyb. Většinou jsou to však drobná nedopatření, která si čtenář sám snadno opraví. Upozorňujeme tu jen na takové chyby, které by snad mohly čtenáře při prvním čtení zmást.

Na str. 19, ř. 4 a 5 shora mají být označeny jako vzorec (7).

Na str. 33 ve vzorci (11) má být $H_L = 1 + \sqrt[r]{\dfrac{c}{a_0}}$.

Na str. 44, ř. 17 shora: místo odkazu na odst. I4,4 má být odkaz na odst. I4,3.

Na str. 47, ř. 10 shora: místo „všechny kořeny“ má být „všechny reálné kořeny“.

Na str. 55, ř. 5 shora: místo $\xi_j - \xi_k$ má být $|\xi_j - \xi_k|$.

Na str. 118, ř. 4 shora: místo $\binom{n-1}{1}$ má být $\binom{n-1}{2}$.

Na str. 118, ř. 6 shora: místo $\binom{n-2}{2}$ má být $\binom{n-2}{1}$.

Na str. 119, ř. 7 shora: místo odkazu na odst. 4 má být odkaz na odst. 9.

Na str. 133, ř. 10 shora: místo odkazu na odst. 4,1 má být odkázáno na odst. 3,1.

Na str. 135, ř. 4 zdola: místo odkazu na větu 1 má být odkázáno na větu 2.

Na str. 151, ř. 10 shora: místo odkazu na odst. 9,4 má být odkázáno na odst. 8,4.

Na str. 170, ř. 11 shora: místo $|x + x_j|$ má být $|x + \bar{x}_j|$; podobně v řádcích 15—18 shora.

Na str. 170, ř. 18 shora: místo „$u = \operatorname{Re} x$ a $x_j \neq 0$“ má být patrně jen $0 = \operatorname{Re} x$.

Na str. 178 je prvek v druhém řádku a druhém sloupci determinantu $a_0 a_1 \Delta_j$ roven $a_1 a_2 - a_0 a_3$ a nikoliv $a_1 a_2 - a_0 a_5$.

Václav Vilhelm, Praha.

А. Г. Витушкин: **О многомерных вариациях.** Serie Современные проблемы математики. Vydalo Госиздат. технико-теоретической литературы, Moskva 1955, náklad 3000 výtisků, 220 stran, cena rub. 5,85.

Vzhledem k důležitosti funkcí jedné proměnné s omezenou variací existuje řada prací, v nichž jsou dány různé definice tohoto pojmu pro funkce více proměnných; funkce s konečnou variací v tak definovaném smyslu mají pak různé vlastnosti funkcí s konečnou variací v E_1. V poslední době Kronrod otiskl obsáhlý článek,[1]) zabývající se funkcemi dvou proměnných, ve kterém zvláště přihlédl k pojmu variace. Definoval dvě variace, lineární a plošnou, které jsou nezávislé. Tyto funkcionály zachycují „jednorozměrné“ resp. „dvojrozměrné“ vlastnosti funkcí; funkce mající obě tyto variace konečné odpovídají funkcím s konečnou variací jedné proměnné. Dále se v práci podotýká, že pro funkce v E_n by podobně bylo třeba definovat n nezávislých variací; to Kronrod učinil různými způsoby, avšak tyto definice postrádají geometričnosti, t. j. nezávislosti na souřadné soustavě, a proto se zabýval jen případem $n = 2$.

Vituškinova kniha obsahuje theorii variací funkcí v E_n; základem je zajímavá theorie variací množin v E_n. Přejdeme k systematickému přehledu knihy.

V první kapitole je dána definice a základní vlastnosti funkcí s omezenou variací v E_1 a dále jsou tu uvedeny některé definice a vlastnosti pro dvojrozměrný případ.

Druhá kapitola obsahuje základní definice. Po úvodních elementárních paragrafech autor přechází k definici míry μ v prostoru Ω_k^n všech $(n - k)$-rozměrných rovin $\beta_{n-k} \subset E_n$ a v prostoru Φ_k^n všech k-rozměrných rovin, procházejících pevným bodem. Je-li $e \subset E_n$, pak $v_0(e)$ resp. $\mu_0(e)$ značí počet komponent resp. bodů množiny e. k-rozměrná variace $v_k^n(e)$ uzavřené množiny $e \subset E_n$ se definuje (až na vhodně volenou multiplikační konstantu) jako $\int\limits_{\Omega^n_k} v_0(e \cap \beta_{n-k}) \, d\mu_{\Omega^n_k}$.[2]) Pro μ_0 na místo v_0 se dostane t. zv. k-rozměrná Favardova míra, známá z integrální geometrie. Ukazuje se, že $v_k^n(e)$ nezávisí na n, dá-li se e vnořit do E_n. Dokazuje se, že $v_k^n(e) = \text{konst.} \int\limits_{\Phi^n_k} v_{k\tau_k}(e) \, d\mu_{\Phi^n_k}$, kde $v_{k\tau_k}$ je k-rozměrná variace vzhledem k rovině τ_k. Zde $v_{k\tau_k}(e) = \int\limits_{\tau_k} v_0(e \cap \beta_{n-k}(z)) \, dm^k$, kde $\beta_{n-k}(z)$ je kolmá na τ_k a prochází bodem $z \in \tau_k$ a m^k je obvyklá k-rozměrná míra. Je-li dále f spojitá funkce na množině $e, t \in E_1$, $e_t = \{x | x \in e, f(x) = t\}$, pak číslo $v_k(f, e) = \text{konst}. \int\limits_{\Omega^n_{k-1} \times E_1} v_0(e_t \cap \beta_{n-k+1}) \, d\mu_{\Omega^n_{k-1}} \times dm^1$ se nazývá variací funkce f na množině e.

[1]) *А. С. Кронрод:* О функциях двух переменных, Успехи мат. наук *5*, 1 (35), 1950.

[2]) Smysl těchto konstrukcí se snadno nahlédne pro $n = 2$, $k = 1$.

T ř e t í resp. čtvrtá kapitola jsou věnovány podrobnějšímu studiu variací množin resp. funkcí. Dokazuje se měřitelnost funkcí v_0 a μ_0 pro uzavřené e (v závěru knihy je dán problém o zobecnění tohoto výsledku). Dále se ukazuje vztah lineární variace a Hausdorffovy délky množiny, je reprodukován Menšovův příklad uzavřené množiny délky ∞ s nulovou lineární variací a ukazuje se souvislost variací a Favardovy míry. Konečně se dokazuje, že ke každým n kladným číslům $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}$, kde a_0 je celé, existuje uzavřená množina e tak, že $v_k(e) = a_k$, a poznamenává se, že v_k závisí na v_n.

Ve č t v r t é kapitole jsou ukázány základní vlastnosti variací funkcí, jako nezávislost variací a pod. Dále se vytyčují některé vlastnosti n-variace, o nichž se za pomoci výsledků Kronroda a j. dokazuje, že jsou charakteristické. Konečně se dokazuje formule

$$v_n(f, I_n) = \int_{I_n} |\text{grad } f| \, dm^n ,$$

což je zobecnění věty známé pro $n = 1$.

Kapitoly 1—4 tvoří úvodní část knihy, značně elementárnější než její pokračování.

V p á t é kapitole přechází autor k vlastnostem funkcí s omezenou variací. Použitý aparát byl vypracován Kronrodem ve výše citovaném článku. t-úrovní funkce f nazveme množinu těch x, pro něž je $f(x) = t$. Stromem T_f (дерево) spojité funkce f, definované na n-rozměrné uzavřené krychli I_n, nazveme topologický prostor, jehož prvky jsou komponenty všech t-úrovní, při čemž topologie je „přirozená". Studium funkce f na I_n nahradíme studiem funkce f^* na T_f, kde $f^*(I) = f(x)$ pro $I \in T_f$, $x \in I$ (účelnost této definice se nahlédne na příkladě monotonní funkce v I_1). Pomocí stromu funkce se jistým způsobem definuje monotonie funkce vzhledem k danému bodu O. Je-li nyní $v_1(f) < \infty$, je $f = f_1 - f_2$, kde f_1, f_2 monotonně rostou vzhledem k O. Je-li dále f spojitá na I_n a má konečné variace všech řádů, pak f má skoro všude totální diferenciál. Kapitola končí informativní poznámkou o konvergenci dvojných Fourierových řad.

Vzhledem k předchozímu je účelné zkoumat podmínky pro omezenost variací funkce; tomu je věnována š e s t á kapitola. Nejprve se jednoduše dokáže, že funkce splňující Lipschitzovu podmínku má omezenou variaci v_n. Celá další část kapitoly je věnována důkazu obecnější v ě t y:

Jestliže f a všechny její parciální derivace až do řádu $n-k$ vyhovují Lipschitzově podmínce, pak $v_k(f, I_n)$ je konečná.

Důkaz zabírá 55 stránek. Autor podotýká, že získané podmínky jsou minimální. Na závěr jsou uvedeny poznámky o ohraničenosti variací množiny.

V poslední s e d m é kapitole jsou uvedeny dvě aplikace. Nejprve se definují variace v krychli a to poněkud jinak než dříve. Nyní se dokáže „metrický zákon duality":

Je-li n-tá variace $e \subset I_n$ nulová a ostatní jsou konečné, pak je možno do $I_n - e$ vepsat n-rozměrnou krychli s hranou jisté kladné délky.

Tato sama o sobě zajímavá věta je pak aplikována na řešení jednoho speciálního případu třináctého Hilbertova problému. HILBERT v r. 1900 vyslovil domněnku, že existují analytické funkce tří proměnných, které nejsou superposicí žádné násobnosti spojitých funkcí dvou proměnných (t. j. není na př. $f(x, y, z) = \varphi(x, \psi(y, z))$). Autor zde dokazuje větu tohoto druhu o superposici diferencovatelných funkcí.

V závěru knihy jsou uvedeny některé p r o b l é m y, jako na př. rozšíření theorie na metrické prostory, axiomatické zpracování variací a jiné.

Připojme některé další p o z n á m k y. Tato kniha je vlastně zpracováním nového zajímavého úseku theorie reálných funkcí a theorie množin v eukleidovských prostorech. Patrně prvním popudem k zavedeným definicím je známá Banachova věta o variaci spojité funkce ($\operatorname{Var} f = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \mu_0 \{x | t = f(x)\} \, dt$). Některé konstrukce se vyskytly v integrální geometrii. Dokázané věty ukazují účelnost takové theorie; pro další aplikace v analyse je potřeba většího objasnění.

Kniha je velmi podnětná a po pročtení se nabízejí mnohé otázky. Na př. se nikde nevyskytne potřeba k-té variace pro $1 < k < n$; souvisí to patrně s tím, že se uvažují funkce, t. j. zobrazení z E_n do E_1. Bylo by zajímavé aplikovat podobnou theorii na obecnější zobrazení.

Výkladu je možno leccos vytýkat. Je to především jistá nerovnoměrnost. Všeobecně známé věci se objasňují, avšak na některé speciální výsledky se ani neodkazuje. Pro úplné pochopení všech detailů je třeba dost širokých znalostí. Některé věcné chyby a opominutí a celá řada tiskových chyb také působí rušivě.

Karel Karták, Praha.

Mieczysław Biernacki: **Geometria różniczkowa,** I. Panstwowe wydawnictwo naukowe, Warszawa 1954, str. 240, cena 21,35 zl.

Po dlouhé době vyšla r. 1954 v Polsku učebnice diferenciální geometrie. Její první díl je věnován hlavně křivkám rovinným a prostorovým. Z theorie ploch je uvedena jen tečná rovina, obalové plochy jednoparametrové a dvouparametrové soustavy ploch a ovšem plochy rozvinutelné.

Postup autora je obvyklý; používá klasických metod osvědčených při studiu útvarů v metrické geometrii euklidovského trojrozměrného prostoru. Útvary určuje souřadnicemi kartézskými. V druhé polovině knihy užívá také vektorů a vektorové symboliky.

Zvláštní péče je věnována ukázkovým příkladům v textu, které doplňují výklad, a příkladům ke cvičení. Na konci najde čtenář návody k řešení a výsledky všech 279 příkladů.

Kniha je rozdělena do dvou větších celků. V prvním jsou probírány rovinné křivky v eukleidovské rovině. Dosti místa je věnováno asymptotám a obrazům křivek, zejména algebraických.

Zajímavá je pozornost autora k větě o vrcholech oválu a k vzorci Cauchyho $L = \frac{1}{2} \int\limits_0^{\pi} P(\varphi) d\varphi$ pro oblouk křivky, kde $P(\varphi)$ je délka průmětu oblouku na přímku, která s osou x svírá úhel φ. Důvodem k tomu jistě byla u první věty její obecnost, u druhé věty okolnost, že byla studována polskými matematiky (H. Steinhaus, S. Gołąb).

Druhá část začíná stručným výkladem o vektorech a počítání s nimi a je převážně věnována prostorovým křivkám. Obvyklý obsah je doplněn teorií ploch.

Pozorného čtenáře zaujme v první části styk rovinných křivek (§ 7, str. 55—59), styk křivky a plochy (§ 28, str. 191—196) a jeho aplikace. Podaná definice styku je zřejmě invariantní i při afinních transformacích a lze ji přenést do vícerozměrných prostorů, jak to učinil ve své přednášce František Nožička. (Přednáška v matematické obci pražské dne 4. 3. 1957.)

Celkem lze knihu hodnotit jako velmi dobru učebnici pro studenty začátečníky a jako knihu podnětnou k dalším studiu pro ty, kteří dovedou číst mezi řádky a všímají si poznámek.

František Vyčichlo, Praha.

Andrzej Grzegorczyk: **Populární logika.** Z polštiny přeložil *P. Materna*. St. nakladatelství polit. literatury, 1957, 123 str., cena 4,36 Kčs.

Nikdo dnes u nás nepochybuje o tom, že znalost gramatiky tvoří součást všeobecného vzdělání. Je absurdní, že naproti tomu význam formální logiky, která je jakousi gramatikou správného myšlení, zůstává stále nedoceněn. Logická kultura má v průměru nízkou úroveň a technický trening ve vědomém formálním kombinování logických úsudků prakticky neexistuje. Důsledky tohoto stavu se výrazně projevují, a to především při vyučování matematice. Schází často i nejelementárnější ponětí o pravidlech formální logiky: Na technikách je zcela běžný případ, že student není schopen utvořit negaci výroku „všechna okna v posluchárně jsou otevřena". Tím spíš je takový student bezmocný tváří v tvář ε — δ formulacím s jejich logickou strohostí, která dynamičnost názorné představy zaklíná do statického rčení „ke každému ε". Snažíme se mu pomoci, vracíme se k logické abecedě. Pak zkoušíme. Lze to činit s klidným svědomím bez předpokladu o naší pedagogické genialitě či bez víry v zázraky? Moderní matematika je bez značné logické kultury nemožná. Některé části matematiky jakož i některá nová odvětví vědy nadto nezbytně vyžadují aktivní znalost theorie logického myšlení. Je proto třeba uvítat každou knihu, která pomáhá odstraňovat uvedené nedostatky, zvláště pak, je-li tak dobrá jako knížka polského pracovníka v logice a v theorii rekursních funkcí Andrzeje Grzegorczyka. Tím spíš, že je určena širokému okruhu čtenářů (i nematematiků) a že přes adjektivum „populární" ve svém názvu seznamuje se základy moderní, matematické logiky. Z přehledu obsahu bude patrné, v čem se liší od dosud u nás vyšlých publikací o moderní („matematické" resp. „symbolické") logice.

Celá knížka se omezuje na *výrokový počet*. Je rozdělena na sedm paragrafů.

§ 1 je věnován výkladu významu logického usuzování a vysvětlení podstaty a úkolu logiky v užším i širším smyslu. Autor identifikuje názvy „současná", „symbolická" a „matematická" logika. Název „matematická logika" motivuje tím, že je nejvíce aplikována na matematické myšlení. (Domnívám se, že možná ještě spíš je název „matematická" oprávněn tím, že moderní logika podstatně užívá matematické methody.)

§ 2 pojednává o výrocích se zvláštním zřetelem k jejich jazykové a logické struktuře, zvláště pak o výrokových spojkách a složených výrocích. Je to jedna z nejpěkněji napsaných částí knížky pro svou živost a populárnost v nejlepším slova smyslu. Zde a na mnoha jiných místech je výhodou podobnost syntaxe polštiny a češtiny.

V § 3 je podrobněji vymezen předmět logiky: Je jím studium logických zákonů (t. j. identicky pravdivých výrokových schemat) a závěrových pravidel. Celý paragraf je věnován nejdůležitějšímu závěrovému pravidlu, t. zv. pravidlu odloučení (autor ani překladatel neuvádí pro toto pravidlo běžný název „modus ponens"). Je zdůrazněn formální charakter tohoto pravidla a je na něm osvětlen hlavní rys formální logiky. Pravidlo odloučení je uvedeno jako empirické pravidlo a jeho hlubší souvislost s povahou spojky „jestliže ..., pak" není diskutována.

§ 4 je věnován základním logickým zákonům a jejich významu pro konkretní usuzování. Jsou to zákon vyloučeného třetího, zákon sporu (je konfrontován s dialektickým zákonem existence protikladů), zákon transposice atd. Tyto zákony autor nemotivuje jinak, než že jsou zřejmé; příklady, které uvádí, mají být ilustrací tohoto faktu. Úkolem logiky je pouze „poukázat na takové elementární myšlenkové mechanismy, pomocí nichž můžeme vykonávat všechny správné úsudky". (Slovo „všechny" zde ovšem není docela na místě: Existuje rozsáhlá oblast úsudků, kterých se užívá ve vědě a které mají jiný než formální charakter; přitom nesporně jejich výzkum patří do logiky.) V odst. 4.4, věnovaném zákonu transposice, se po prvé setkáme s důležitým výkladem o tom, jak se u složitějšího úsudku logické zákony kombinují s pravidlem odloučení. O nepřímých důkazech a jejich souvislosti se zákonem transposice se autor explicitně nezmiňuje. Odst. 4.5 obsahuje příklad t. zv. odvozeného závěrového pravidla: autor ukazuje, že známe-li logický zákon $p \rightarrow [q \rightarrow (p \& q)]$ a pravidlo odloučení, můžeme dokázat pravidlo, na základě něhož z výroků p, q lze odvodit výrok $p \& q$. Naopak tímto důsledkem je uvedený logický zákon motivován. Tento methodický postup je aplikován často i v odst. 4.6, věnovaném t. zv. zákonům implikačních sylogismů. V tomto odstavci vrcholí výklad toho, jak kombinováním logických zákonů s pravidlem odloučení můžeme analysovat běh intuitivního logického usuzování. Celý § 4 je napsán s neobyčejným citem pro psychologii čtenáře, který není zvyklý na abstraktní myšlení. Autor na př. nešetří místem, aby výkladem o stylistických úpravách výroků postupně připravil čtenáře na standartní kondensovaný zápis složitých výroků.

§ 5 je věnován tabulkové, extensionální charakterisaci výrokových spojek a ospravedlnění možnosti takové charakterisace. Podat takové uspokojivé ospravedlnění, zvlášť v knížce neurčené výhradně matematikům, je obtížný úkol. Autorovi se to podařilo. Můžeme očekávat, že tomu, kdo knížku přečte, nebudou už trnem v oku implikace jako „jestliže na světě již nebudou žádné války, pak sloni žijí v Africe".

V § 6 autor nejprve uvádí různé druhy symboliky, běžné v matematické logice. (Sám však ponechává spojkám „ne", „a", „nebo" jejich slovní tvar.) Dále popisuje tabulkovou methodu ke zjištění, zda nějaká formule představuje logický zákon. Uvádí k tomuto účelu též zkrácenou methodu, která spočívá v odvození sporu z předpokladu, že daná formule není logickým zákonem.

§ 7 je věnován aplikacím výrokové logiky. Autor nejprve dokazuje pro reálná čísla implikaci $(x + z = y + z) \rightarrow (x = y)$ (kromě dříve uvedených logických prostředků se ovšem nevyhne užití pravidla o možnosti substituce za individuové proměnné; uvádí ho v poznámce ad hoc.); pak vysvětluje princip užití výrokové logiky na theorii elektrických obvodů. Po vhodně volených příkladech nesprávných úsudků knížka končí analysou známého paradoxu krokodila, jejž vtipná Egypťanka přivede do úzkých.

O vynikající kvalitě recensované knížky není pochyb. Je především podivuhodné, jak přirozeně autor vede čtenáře od běžných představ k pochopení formální, kombinatorické methody výrokového počtu, a jakých uměřených a přitom zajímavých prostředků používá.

Připojme několik drobných poznámek.

Autor zavádí negaci obratem „není pravda, že". To není nejvhodnější, neboť pak má negace charakter výroku o výroku, na rozdíl od negace, utvořené pomocí pouhého obratu „ne" (s příslušnou stilistickou úpravou).

Ve cvičení 4 na str. 28 by snad bylo na místě uvést, jak lze i užití spojek mezi pojmy převést na užití spojek mezi výroky.

Rozlišení dvou formulací pravidla odloučení (na str. 32 a 33) je patrně příliš jemné a neodpovídá celkem neformální diskusi tohoto pravidla v celém § 3.

Na str. 49 (ř. 2 shora) se mluví o „logickém systému, který zde uvádíme". To není na místě, neboť celý výklad má charakter registrace logických zákonů a pravidel a ne vybudování jednotného (na př. axiomatického) systému. Ostatně na str. 91 se mluví o „systému dvouhodnotové výrokové logiky" v jiném smyslu.

Užití obratu „jestliže je pravda, ..., pak musí být rovněž pravda" u výroku (j) na str. 53 má za následek, že výrok ztrácí charakter dosazení do (13) a spíš se stává jakýmsi tvrzením o možnosti odvození jednoho výroku z druhého. Podobné obraty zbavují logické přesnosti i výroky na jiných místech knížky.

Pravidlo odloučení jakož i logické zákony jsou v §§ 3, 4 ilustrovány pomocí výroků, v nichž čtenář spojku „jestliže ... pak" přirozeně chápe ve smyslu „býti důsledkem", neboť přední a zadní člen spolu obsahově souvisí. Bylo by snad na místě vrátit se k těmto příkladům a konfrontovat oba významy uvedené spojky s hlediska principu extensionálnosti, na němž jsou založeny tabulky spojek. Rovněž pravidlo odloučení se pak jeví v novém světle; je důsledkem nového, formálního významu spojek.

Autor podává na str. 109, 110 návod, jak kontrolovat správnost usuzování: U každého jednotlivého kroku je třeba najít logický zákon, který ho ospravedlňuje. To souvisí s tím, že v celém výkladu logiky privileguje logické zákony před odvozovacími pravidly (převádí vše na pravidlo odloučení). Domnívám se, že tento postup je těžkopádnější a méně přirozený, než kdybychom se opírali o větší počet (event. odvozených) závěrových pravidel.

Na str. 98 a 123 je sice zmínka o logice kvantifikátorů, bohužel však bez nejmenší vysvětlivky.

Několik poznámek k českému textu:

Místo „mezivýrokové spojky" je vhodnější a stačí říkat „výrokové spojky".

Na str. 30 čteme podivnou větu: „Tyto methody vypovídáme v logice dvojím způsobem".

Na str. 32, ř. 9 má být na př. „už" místo nevhodného „jen".

Na str. 36 se užívá nevhodně slova „žádný": „Žádné zákony výrokové logiky nejsou výroky běžného jazyka".

Na téže stránce je význam skreslen užitím slova „lze": „... za něž lze dosadit ...".

Na str. 62 je nevhodně užito slova „potvrzují": „Tyto výroky totiž potvrzují určitá fakta, která neexistují".

Na str. 70, ř. 6 má být spíš „tyto" místo „dané".

V odst. 6.5 je vhodnější mluvit o „zkrácené" než o „zkratkové" methodě. Místo termínu „nula — jednotkové" (který je rozšířen hlavně v polské literatuře) je vhodnější užívat prostě termínu „tabulkové" (ověření).

Tisková nedopatření. Na str. 29 je cvičení 9 uvedeno jako cvič. 5. Na str. 90 má být 2^n místo $2n$. Na str. 97 ve cvič. 1 a 2 má být spojka „a" kursivou. Na str. 123 chybí stránkování.

Jiří Bečvář, Liberec.

V. G. Boltjanskij: **Co je to derivace.** Přeložil Ing. *Milan Ulrich*, vydalo Státní nakladatelství technické literatury, Praha 1956, 78 stran, 15 obrázků, cena 2,56 Kčs.

Knížka vyšla jako 16. svazek známé knižnice „Populární přednášky o matematice", která je určena hlavně žákům vyšších tříd výběrových škol. Autor se snaží na několika málo stránkách objasnit začátečníkům některé pojmy matematické analysy, zvláště pojem derivace a diferenciální rovnice. Je samozřejmé, že při tom musí na mnoha místech slevit z matematické přesnosti, místo důkazů najdeme tu většinou jen názorná objasnění. Zavedení pojmu derivace je motivováno fysikálně (rychlost volného pádu) a také s diferenciální rovnicí se čtenář seznamuje v souvislosti s fysikou (zapojení elektrického proudu a radioaktivní rozpad). Při četbě snad trochu rušivě působí neobvyklé zacházení s pojmenovanými čísly (pojmenování dokonce v indexech, na př. na str. 19).

Český překlad je celkem výstižný, jen na str. 22^5 místo slov „což znamená" by mělo být „dejme tomu" a na str. 25^6 místo „totiž" čti „tedy".

Student, který si přečte Boltjanského knížku, bude si ovšem muset později všechny pojmy zpřesnit, ale při první informaci budou pro něho cenné zvláště poukazy na fysikální a technické aplikace.

Jiří Sedláček, Praha.