Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 93 (1968), No. 3, 356--368

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117618

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 93 (1968), Praha

RECENSE

Ladislav Rieger: ALGEBRAIC METHODS OF MATHEMATICAL LOGIC. Nakladateľstvo Československej akadémie vied, Praha 1967, 210 strán, cena 72.— Kčs.

Na jar roku 1961 v jednej pracovni Matematicko-fyzikálnej fakulty UK v Prahe na Karlove ležala veľká hromada rozmoženého textu. Bola to prvá česká verzia prvých kapitol pripravovanej knihy L. Riegra, *Algebraické metódy matematickej logiky.* Bola určená pre záujemcov o túto disciplínu a hlavne pre skupinu ľudí, ktorá se vtedy začala utvárať okolo L. Riegra. Nikto vtedy nepredpokladal tragický osud autora a knihy. L. Rieger v 1963 umrel a kniha je vydaná až v roku 1967 zásluhou akademika M. Katětova. Treba zdôrazniť, že kniha bola vydaná na základe zrejme nedokončeného textu.

K obsahu knihy: V prvej, úvodnej kapitole, ktorú autor doporučuje čítať až nakoniec, je daná všeobecná charakterizácia matematickej logiky, jej postavenie medzi inými vednými disciplínami a rozbor niektorých jej smerov. Druhá kapitola je venovaná analýze matematických úvah z hľadiska matematickej logiky. Tretia kapitola popisuje predikátový počet, vzťah dôsledku a jeho základné vlastnosti. Jeden odsek je venovaný semantickej analýze pravdivosti. Štvrtá kapitola skúma možnosti symbolizácie klasickej matematiky, autor tu zavádza pojem funkcie a individuálnej konštanty a skúma možnosti ich eliminácie. V piatej kapitole po úvodnej analýze autor definuje pojem formalizovanej matematickej teórie. Na záver kapitoly sú dané syntaktické charakterizácie niektorých pojmov (ako napr. rozsah kvantifikátora). Šiesta kapitola je venovaná Booleovým algebrám. Materiál predchádzajúcich kapitol je zostavený tak, aby sa dalo priamo dôjsť k pojmu Lindenbaumovej algebry, ktorá je tu definovaná. V prvej časti siedmej kapitoly autor dokazuje existenciu voľných Booleových algebier a skúma ich vzťah k Lindenbaumovým algebrám. Ďalej je študovaný vzťah kvantifikátorov a booleovských vlastností Lindenbaumových algebier. Na záver autor pristupuje k problému technicky veľmi zložitému — k abstraknej algebraickej charakterizácii Lindenbaumových algebier. V ôsmej kapitole je definovaný pojem (semantického) modelu danej teórie a skúmané vlastnosti modelu z algebraického hľadiska.

V recenzovanej knihe je mnoho výsledkov autora (prakticky celé dve posledné kapitoly). Pojednané sú podrobne problémy, ktoré sa obyčajne pre svoju zložitosť nikde neskúmajú. Neskoré vydanie knihy určite neprospelo jej hodnote. Medzitým bola napr. vydaná monografia H. Rasiowej a R. Sikorského: *The Mathematics of Metamathematics,* ktorá podrobne študuje niektoré otázky skúmané v recenzovanej knihe.

Chcel by som však zdôrazniť jednu veľkú prednosť knihy. Autor neštuduje matematickú logiku len algebraickými prostriedkami, ale konfrontuje viac prístupov k danej problematike a objasňuje mnohé vzťahy medzi nimi. Typický pre autora je postup od analýzy konkrétneho k všeobecnému.

Lev Bukovský, Košice

Kai Lai Chung: MARKOV CHAINS WITH STATIONARY TRANSITION PROBABILITIES. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1967, 2. vyd., 301 str.

Myslím, že tuto knihu není nutno příliš dlouze rozebírat či doporučovat pozornosti čtenářů. Jde totiž o 2. vydání knihy, jejíž 1. vydání vyšlo v r. 1960, jejíž ruský překlad z r. 1964 je u nás patrně dobře znám a která je vysoce ceněna jakožto jedno ze základních děl o Markovových procesech se spočetným systémem stavů.

Postačí snad proto jen uvést její obsah a několik malých poznámek. Část I se zabývá řetězci s diskrétním časovým parametrem a obsahuje tyto paragrafy: 1. Základní definice. 2. Pravděpodobnosti přechodu. 3. Klasifikace stavů. 4. Rekurence. 5. Kritéria a příklady. 6. Hlavní limitní věta. 7. Různé doplňky. 8. Repetitivní vzorek (tj. „rekurentní jev“ ve Fellerově terminologii) a proces obnovy. 9. Tabu pravděpodobnosti. 10. Vytvořující funkce. 11. Momenty rozložení doby prvého vstupu. 12. Příklad náhodné procházky. 13. Systémové věty. 14. Funkcionály a přidružené náhodné veličiny. 15. Ergodické věty. 16. Další limitní věty. 17. Skoro uzavřené a pobytové množiny.

Část II je věnována řetězcům se spojitým časovým parametrem a má tyto paragrafy: 1. Matice přechodu: základní vlastnosti. 2. Standardní matice přechodu. 3. Diferencovatelnost. 4. Definice a základy z teorie míry. 5. Množiny konstantnosti. 6. Vlastnosti spojitosti výběrových funkcí. 7. Další specifikace procesu. 8. Volitelná náhodná veličina (tj. „doba zastavení“ neboli „náhodná veličina nezávislá na budoucnosti“ v jiných terminologiích). 9. Silná Markovova vlastnost. 10. Klasifikace stavů. 11. Tabu pravděpodobnosti. 12. Poslední doba výstupu. 13. Podílové limitní věty; diskrétní aproximace. 14. Funkcionály. 15. Proces po výstupu. 16. Vnořený proces obnovy. 17. Dva systémy diferenciálních rovnic. 18. Minimální řešení. 19. Prvé nekonečno. 20. Příklady.

Druhé vydání se od prvního liší několika malými změnami. V § 9, 10 a 11 části I a v § 11 a 19 části II byly přidány menší doplňky (každý v rozsahu asi 1—2 strany), navazující na původní text a z nichž některé souvisí se současnou teorií potenciálu a teorií Martinových hranic v Markovových řetězcích. Jedinou větší změnou je přidání nového § 12 v části II, který vznikl trochu podstatnějším přepracováním a rozšířením bývalé poslední kapitoly Doplňky (Addenda) z 1. vydání. Konečně na některých dalších místech byly opraveny chyby nebo nedostatky (většinou opravené již v ruském překladu) nebo vylepšen text. Bohužel však se zdá, že poněkud přibylo tiskových chyb.

Autor knihy je v současné době profesorem na Stanfordské universitě v USA a přispěl sám podstatně k vývoji teorie Markovových procesů. V knize se proto také do určité míry obrážejí jeho vlastní vědecké zájmy; jsem však přesvědčen, že v tomto případě to není závadou, ba právě naopak. V celé knize totiž čtenář pozoruje „lví spár“ odborníka, který dokonale ovládá svou látku do všech detailů a nuancí.

Pro specialistu je tato kniha nepostradatelnou základní příručkou. Myslím však, že je velmi vhodná i pro matematika, který se po prvé seznamuje s teorií Markovových řetězců; autor totiž kromě rigorosních důkazů leckdy podává i jejich heuristické motivace, osvětluje výsledky množstvím příkladů, na různých klíčových místech objasňuje smysl další linie výkladu či současného výzkumu, prostě navíc k strohým matematickým dedukcím dovoluje čtenáři též nahlédnout do „zákulisí“ vědecké práce v této oblasti.

Zbyněk Šidák, Praha

H. Richter: WAHRSCHEINLICHKEITSTHEORIE (Teorie pravděpodobnosti). Jako 86. svazek edice Grundlehren der mathematischen Wissenschaften vydalo nakladatelství Springer, Berlin—Heidelberg—New York, 1966 (druhé vydání). 470 stran.

Deset let po prvním vydání vyšla tedy znovu obsáhlá monografie profesora mnichovské university H. Richtera, pojednávající velmi zevrubně o teoretických základech počtu pravděpodobnosti. I když nelze říci, že by první vydání zůstalo u nás neznámé, nebude snad na škodu, jestliže si nyní u příležitosti druhého vydání znovu Richterovu knihu připomeneme. Od prvního vydání se toto druhé liší podstatněji jen určitým zjednodušením teorie v páté kapitole.

Hlavním charakteristickým rysem této monografie je její *důkladnost*, zvláště v budování samotných základů teorie pravděpodobnosti. Již prostý pohled na obsah knihy nás upoutá tím, kolik místa je v ní věnováno obecně matematickým disciplínám, o které se teorie pravděpodobnosti především opírá, totiž teorii míry a integrálu. Může dokonce vzniknout dojem, že ve srovnání se značným rozsahem knihy je konečné kvantum v knize vyložených konkrétních (a zvláště pak prakticky použitelných) poznatků z teorie pravděpodobnosti neúměrně malé. To je ovšem především otázka autorovy koncepce: kladl si zřejmě za cíl napsat důkladnou monografii o *teorii* pravděpodobnosti a počítal přitom se čtenáři z řad odborníků — matematiků rozhodně spíše nežli s těmi, kdo se zajímají hlavně o využití teorie pravděpodobnosti v jiným oborech, např. v matematické statistice. Avšak ani v oblasti ryzí teorie nezahrnuje kniha některé nesporně velmi významné partie; tak např. se v ní nic nedovíme o teorii stochastických procesů, a to ani těch nejelementárnějších typů.

A nyní několik slov k vlastnímu obsahu knihy. Je rozdělena do sedmi kapitol. V první kapitole (43 stran) probírá autor teorii míry, zvláště v eukleidovských prostorech. Druhá kapitola (16 stran) má ráz spíše filosofický, resp. gnoseologický: zde se autor zamýšlí nad tím, co vlastně pravděpodobnost znamená a jaká je souvislost matematického pojmu pravděpodobnosti s jeho interpretací v reálném světě. Obsahem třetí kapitoly (100 stran) je výklad základních pojmů teorie pravděpodobnosti (pravděpodobnost jako množinová funkce a její vlastnosti, podmíněné pravděpodobnosti, náhodné veličiny). Ve čtvrté kapitole (50 stran) je pak podána teorie integrálu (Lebesgue a Lebesgue-Stieltjes). V páté kapitole pokračuje opět vlastní teorie pravděpodobnosti: vykládají se tu (na 130 stranách) důležité pojmy teorie náhodných veličin na obecných pravděpodobnostních polích (distribuční, frekvenční a charakteristické funkce, momenty, podmíněné zákony rozložení). V další, šesté kapitole (40 stran) se probírají obvyklé příklady konkrétních zákonů rozložení a jejich vlastnosti. Knihu pak uzavírá sedmá kapitola (50 stran) věnovaná otázkám konvergence (zákony velkých čísel a centrální limitní věty).

Vedle vlastního textu je v knize též 213 cvičení; jsou na konci téměř každého paragrafu. Řešení většiny z nich jsou pak připojena na konci knihy.

Richterovu monografii si jistě se zájmem prostudují tedy především ti pracovníci v teorii pravděpodobnosti, kteří se hlouběji zajímají o její analytické základy; nebude ostatně bez užitku ani pro „ryzí“ matematiky. Vcelku lze říci, že kniha po všech stránkách odpovídá obvyklému standardu „žluté“ knihovny Springerovy.

František Zítek, Praha

David Hilbert, Wilhelm Ackermann: GRUNDZÜGE DER THEORETISCHEN LOGIK (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, sv. 27), 5. vydání, 188 stran. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1967.

Toto vydání klasické učebnice matematické logiky je otiskem čtvrtého vydání z r. 1959. Ve srovnání s prvními třemi vydáními zůstal celkový plán knihy nezměněn, podstatně však byly přepracovány partie, které se týkají axiomatizace základních logických systémů. Autor nyní ve všech případech používá systému Gentzenova typu, který pro každou skutečně dokazatelnou formuli dává mechanický předpis, jak a posteriori najít její důkaz. Některé z partií byly poněkud rozšířeny, v textu se nyní používá „modernější“ logické symboliky.

Klasická výroková logika (kap. I) je podána stručně, vychází se z tabulkové definice výrokových spojek. Kromě důkazu úplnosti zvoleného axiomatického systému se výklad týká především konjunktivních a disjunktivních normálních forem. Dodatkem je však nyní uvedena i motivace a axiomatizace intuicionistické výrokové logiky a axiomatický systém pro pojem striktní implikace (Ackermannovo pojetí striktní implikace se zde liší od Lewisova). — Ve II. kapitole je podrobněji než dříve dokázána rozhodnutelnost výrokové logiky, obohacené o elementární množinové pojmy (Klassenkalkül). Tohoto výsledku je později použito v jednom z důkazu rozhodnutelnosti predikátové logiky 1. stupně s jednomístnými predikáty.

Axiomatizace predikátové logiky 1. stupně (kap. III) je koncipována jako rozšíření axiomatizace výrokové logiky. Její intuitivní přirozenost spočívá v tom, že za axiomy se berou disjunkce, jejichž identická pravdivost plyne z požadavku, aby mezi členy disjunkce byla s některou primitivní formulí obsažena i její negace. Odvozovací pravidla (Gentzenova typu) jsou však přitom podrobena — podobně jako u řady jiných axiomatizací predikátové logiky — nepříliš příjemným vedlejším podmínkám, které se týkají proměnných, požadavku, aby šlo o správně utvořené formule apod. Standardní tématika, obsažená ve stručnější formě už v dřívějších vydáních (bezespornost, nezávislost, úplnost, prenexní a Skolemovy normální formy, otázky rozhodnutelnosti), je nyní doplněna o výklad predikátové logiky 1. stupně s rovností (též důkaz úplnosti) a teorie deskripcí. Významnou úlohu zde i dále hrají též systémy s více druhy individuí (mehrsortiger Prädikatenkalkül). Tak jsou koncipovány v poslední, IV. kapitole axiomatické systémy pro predikátovou logiku 2. stupně (zahrnující kvantifikaci predikátů) a pro jednoduchou teorii typů. V souhlasu s tím jsou modifikovány i partie týkající se aplikací, které však jinak jsou stejné jako v dřívějších vydáních. Teorie typů je nyní vyložena podrobněji, k predikátové logice 2. stupně jsou připojeny novější Zykovovy výsledky o normálních formách. Poněkud je rozšířen odstavec o logických paradoxech.

První tři kapitoly jsou doplněny cvičeními; v jednom z nich je podrobně uveden i Bernaysův axiomatický systém teorie množin. I když vzhledem k zachování původní koncepce knihy zůstala většina novějších výsledků matematické logiky stranou (algebraické pojetí, rekursivní funkce apod.), zůstává kniha i nadále užitečným úvodním textem pro zájemce o matematickou logiku.

Jiří Bečvář, Liberec

Ladislaus Rédei: THEORIE DER ENDLICH ERZEUGBAREN KOMMUTATIVEN HALBGRUPPEN. Akadémiai Kiadó Budapest und B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, 1963. Stran 228.

Všude tam, kde se v matematice pracuje s transformacemi a kde se tyto transformace superponují, objevuje se zcela přirozeně pojem pologrupy. To má za následek, že abstraktní teorie pologrup, která se postupem času dostává vedle teorie grup mezi základní algebraické disciplíny, může zasahovat do nejrůznějších odvětví matematiky. Podobně jako u jiných algebraických struktur (grupy, tělesa), zaujímají mezi pologrupami zvláštní postavení konečně generované komutativní pologrupy s jednotkovým prvkem, a to pro svou relativní strukturní jednoduchost. Ačkoliv jde o třídu pologrup strukturně opravdu nejjednodušší, jejich popis není zdaleka prostý a musela být k tomu účelu napsána celá kniha o 228 stranách. Je to právě Rédeiova kniha, ve které autor podává originálními metodami podrobný a vyčerpávající popis zmíněných pologrup. Protože tu běží o problematiku velice zajímavou, byla kniha přeložena do angličtiny pod názvem *The Theory of Finitely Generated Commutative Semigroups* (Pergamon Press, Oxford—London—Edinburgh—New York—Paris—Frankfurt 1965). V časopise ČSAV „Aplikace matematiky" *13* (1968), 277 je otištěna podrobnější recense tohoto anglického překladu knihy a tam je možno se dočíst o základním metodickém přístupu autora ke studované problematice.

Ladislav Procházka, Praha

V. Doležal: DYNAMICS OF LINEAR SYSTEMS. Academia, Publishing House of the Czechoslovak Academy of Sciences, Praha 1967, stran 244, cena Kčs 43 váz.

V této knize je zpracována teorie elektrických sítí s časově proměnnými prvky. Je v ní vybudován solidní matematický aparát pro vyšetřování těch problémů z elektrotechniky, které lze popsat systémem integro-diferenciálních rovnic. Studium takových systémů skýtalo řadu potíží zejména v případech, kdy vnější síly v obvodech nebyly diferencovatelné nebo představovaly impulsy a jejich řešení nebylo vždy matematicky zcela korektní. Autor k jejich řešení použil s úspěchem teorie distribucí a ukázal, že řešení distribucemi nejen vystihuje fyzikální skutečnost, ale má i tu výhodu, že vyžaduje daleko slabší předpoklady než metody, v nichž se pracuje s pojmem klasického řešení. Kniha, která se mi zdá ojedinělá svého druhu právě pro svůj korektní matematický základ teorie sítí, předpokládá poměrně hluboké znalosti z algebry a téměř ze všech partií moderní analysy, ať už jsou to diferenciální rovnice, Laplaceova transformace, funkce komplexní proměnné nebo funkcionální analysa. Protože je kniha určena hlavně inženýrům, snažil se autor zpřístupnit studium jednak tím že do knihy včlenil kapitoly, v nichž buduje některé partie pomocného matematického aparátu (teorie matic a teorie distribucí) a jednak tím, že problematiku nejprve objasnil na systémech s konstantními prvky, a pak teprve pojednal o systémech s prvky časově proměnnými.

Středem zájmu v teorii sítí je systém rovnic (1) $Ax' + Bx + C \int_0^t x(s)\, ds = f(t)$, $x(0) = c$, kde A, B, C jsou čtvercové matice řádu r a $x(t)$, $f(t)$, c vektory téhož řádu. V 1. kapitole, jejíž obsah nepřekračuje rámec klasické teorie, je podána definice t. zv. zobecněného řešení systému (1) a pomocí Laplaceovy transformace jsou odvozeny podmínky pro jeho existenci a jednoznačnost a jeho závislost na pravé straně. Důležitou roli při vyšetřování systému (1) hraje matice $Z(p) = Ap + B + Cp^{-1}$, jejíž vlastnosti jsou podrobněji popsány v 2. kapitole. Ve 3. kapitole už autor zavádí pojem distribuce ve smyslu L. Schwartze a odvozuje řadu vlastností potřebných k aplikacím v teorii sítí. Zde už jsou výsledky 1. kapitoly rozšířeny na případ, že vektor f na pravé straně systému (1) je vektorem distribucí. Kapitolu uzavírá odstavec o pasivních systémech, tj. o systémech tvaru (1), v nichž matice A, B, C jsou symetrické, positivně semidefinitní a jejich součet je positivně definitní. V další kapitole je vyšetřování rozšířeno na celý časový interval $-\infty < t < +\infty$ a systém (1) se uvažuje ve vhodnějším tvaru $Az'' + Bz' + Cz = f$. Autor používá k řešení teorie distribucí v komplexním oboru, která má mnoho předností před Laplaceovou transformací. Zvláštní pozornost je přitom věnována periodickým řešením tohoto systému. Kapitola 5. je nejobsáhlejší a autor v ní přechází k systémům s časově proměnnými prvky tvaru

$$(2) \qquad \sum_{k=1}^{r} \sum_{m=0}^{n} a_{ikm}(t)\, x_k^{(m)}(t) + \sum_{k=1}^{r} \int_0^t W_{ik}(t, s)\, x_k(s)\, ds = f_i(t)\,, \quad i = 1, \ldots, r\,.$$

Zde representují funkce f_i vnější signály, a_{ikm} a W_{ik} jsou funkce určené strukturou a časovou závislostí daného fyzikálního systému a x_k jsou neznámé odezvy. Systém se řeší operátorovou metodou mající své kořeny v Heavisideově operátorovém počtu, jejíž podstata je následující: nejprve se definuje vhodným způsobem součin $[Wx]$, kde W je funkce dvou proměnných a x distribuce, který je zobecněním integrálu $\int_0^t W(t, s)\, x(s)\, ds$ a vyšetřuje se množina všech operátorů tvaru $Ax = [Wx]^{(k)}$, do níž patří zřejmě i operátor A vyskytující se na levé straně rovnice (2). Tak je převedena otázka existence řešení rovnice (2) na funkcionální základ — existenci inversního operátoru A^{-1} — a podmínkami existence tohoto operátoru vrcholí úvahy této kapitoly. Kapitola 6. je věnována tzv. nekanonickým systémům $A(t)\, x(t) + \int_0^t W(t, s)\, x(s)\, ds = f(t)$, kde $A(t)$ je čtvercová matice řádu r, jejíž hodnost je v celém intervalu konstantní a menší jak r. Zkoumají se opět podmínky existence a jednoznačnosti řešení a závislost řešení na pravé straně. Část kapitoly je věnována speciálnímu případu rovnice (1), $[L(t)\, x(t)]' + R(t)\, x(t) + S(t) \,.\, \int_0^t x(s)\, ds = f(t)$. V poslední kapitole je vybudována teorie obecného multipólu s časově proměnnými prvky. Ukazuje se, že řada zákonů platných pro systémy s konstantními prvky a harmonickými vnějšími signály zachovává platnost i v případě lineárních systémů s časově proměnnými prvky.

Kniha je podle mého soudu metodicky velmi dobře zpracovaná. Autor postupuje od jednodušších problémů teorie sítí ke složitějším, ukazuje na obtíže a nedostatky při řešení klasickými metodami a vyzdvihuje eleganci řešení pomocí teorie distribucí. Každá kapitola obsahuje nejprve stručný úvod, v němž autor výstižně seznamuje čtenáře s problematikou řešenou v příslušné kapitole, pak následuje matematické zpracování a fyzikální interpretace odvozených výsledků a kapitolu uzavírá několik problémů, otevírajících čtenáři cestu k dalším aplikacím vybudované teorie.

Je jen poněkud zarážející, že v celé knize není ani zmínka o tom, že se jedná o druhé vydání knihy se stejným názvem vydané nakladatelstvím ČSAV v roce 1964, které se liší od prvního jen tím, že je rozšířeno o kapitolu 6. o nekanonických systémech. První vydání bylo recensováno např. v Mathematical Reviews, vol. 29 (1965) str. 1300.

Pro svůj bohatý obsah, množství aplikací moderních matematických disciplin v teorii sítí a přehledné zpracování lze tuto knihu vřele doporučit nejen všem elektro-inženýrům, ale i matematikům, kteří se zajímají o aplikace matematiky.

Miloš Ráb, Brno

Pierre Samuel: MÉTHODES D'ALGÈBRE ABSTRAITE EN GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. Seconde édition corrigée. Springer-Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1967.

První vydání této knihy vyšlo v r. 1955 v Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. V druhém vydání jsou provedeny jen některé malé opravy. V knize se používá jazyka A. Weila a O. Zariskeho. Pojednává tedy o „klasické" algebraické geometrii. Má 132 stran a patří mezi malé učebnice algebraické geometrie, které překládají italskou geometrii do jazyka Weil-Zariskeho.

Kniha má dvě kapitoly a dodatek. První kapitola pojednává o elementární globální teorii a druhá o lokální algebraické geometrii. V době, kdy kniha vznikla, četné poznatky z komutativní algebry nebyly shrnuty v nějaké souborné dílo a proto autor v dodatku uvedl četné citace, případně krátce naznačil důkaz užívaného poznatku v předchozích dvou kapitolách. V druhé kapitole vedoucím pomocným aparátem je lokální algebra. V počáteční době po objevení se této knihy její čtení bylo značně obtížné a bez uvedeného dodatku pro mnohé čtenáře snad i nemožné. Dnes díky knihám Zariski-Samuel: *Comutative Algebra* Vol. I, II, Nagata: *Local rings*, Bourbaki: *Algèbre commutative*, které jsou přístupné, čtení Samuelovy knihy nevyžaduje zvláštní námahy.

Autor v předmluvě k druhému vydání říká, že se může zdát podivné, že v r. 1967 se vydává „stařenka" algebraické geometrie z doby Weil-Zariskeho. Je to proto, že se naříká na nedostatek krátkého a přístupného díla, které dovoluje mladým geometrům, živeným novou teorií Grothendieckových schemat a preschemat, číst některé krásné úvahy napsané ve starém stylu. Modernizací této malé knížky by se ztratila její stručnost a jasnost. Co se týče překladu jazyka variet do jazyka schemat, je částečně proveden v bibli mladé algebraické geometrie v *Éléments de géométrie algébrique* od Grothendiecka. Autor dále říká, že by nechtěl mladé geometry zbavit radosti provést si sami toto přeložení, zbavit je analogické radosti, jakou pociťovala jeho generace před 15 roky, která překládala italskou geometrii do jazyka, který je právě učil A. Weil a O. Zariski.

Na konci knihy je terminologický dodatek, který obsahuje tabulku srovnávající terminologii Samuelovu s terminologií A. Weila, O. Zariskeho, Van der Waerdena, F. Severiho a Hodge-Pedoe.

V knize se nepoužívá Zariskeho topologie (o které se zájemci mohou poučit v S. Lang, *Introduction to Algebraic Geometry* (1958)) ani homologické algebry, teorie svazků a teorie kategorií, které jsou nezbytně nutné ke čtení Grothendieckových Éléments.

Přesto Samuelova kniha mladým zájemcům o algebraickou geometrii poskytne dobrý podklad k tomu, aby snadněji pochopili mhohé ryze abstraktní úvahy Grothendieckovy.

Jan Bílek, Praha

Andrzej Grzegorczyk: FONCTIONS RÉCURSIVES, 100 str., Collection de logique mathématique, série A, Gauthier-Villars, Paris, E. Nauwelaerts, Louvain, 1961.

V knížce je uvedeno, že jde o francouzskou versi publikace, kterou v roce 1957 vydalo ve Varšavě Państwowe wydawnictwo naukowe pod názvem „*Zagadnienia rozstrzygalności*". Ve skutečnosti autor knihu pro nové vydání zcela přepracoval, na řadě míst je přidán nový text (např. celá II. a III. kapitola), jednotlivé kapitoly jsou doplněny cvičeními a výklad je vcelku pojat techničtěji než jak tomu bylo v polské versi. Knížka je určena těm, kteří studují matematiku v nižších ročnících universit. Podává ve stručné a přehledné formě základní fakta o rekursivních funkcích a otázkách rozhodnutelnosti s aplikací na formalizovanou aritmetiku. Předpokládá přitom znalost základů predikátové logiky.

Kapitola I obsahuje jednak intuitivní úvahy o vyčíslitelnosti funkcí a efektivnosti matematických procedur, jednak definici třídy (obecně) rekursivních funkcí.

Kapitola II je věnována detailnějšímu studiu struktury třídy rekursivních funkcí a jejích podtříd. Zavádějí se další efektivní operace na funkcích, definují se třídy primitivně rekursivních a elementárních funkcí a jsou vyšetřovány možnosti různých variant definice těchto tříd a jejich vztahy. Je dokázána Kleeneho věta o normální formě pro rekursivní funkce.

Ve III. kapitole je podán nástin „borelovské" klasifikace nerekursivních množin. Hlavním tématem jsou pak různé charakterizace rekursivně spočetných množin.

Ve IV. kapitole je posán formalizovaný systém Ar aritmetiky přirozených čísel (bez axiomu úplné indukce). Protože autor v knize neuvádí axiomatiku predikátové logiky, je nucen použít pro zjištění rekursivnosti syntaktické relace důsledku odkazů na jiné prameny. Odvolává se speciálně na to (viz např. jeho učebnici matematické logiky), že modus ponens stačí jakožto jediné odvozovací pravidlo. Rovněž důkaz rekursivnosti množiny axiomů (především logických) a rekursivní spočetnosti množiny dokazatelných vět systému Ar je podobným způsobem pouze naznačen. Syntaxe systému je pak aritmetizována a zmíněné vlastnosti jsou převedeny na odpovídající vlastnosti množin přirozených čísel.

V. kapitola je věnována otázce representovatelnosti relací, množin a funkcí (jakožto speciálních relací) v systému Ar. Je dokázána věta, že v Ar jsou representovatelné právě ty relace, množiny a funkce, které jsou rekursivní. Je též dokázána „absolutnost" této charakterizace rekursivnosti: právě stejné relace atd. jsou representovatelné v kterémkoliv bezesporném, rekursivně spočetném rozšíření teorie Ar.

V poslední, VI. kapitole jsou dokázány syntaktické varianty některých klasických vět matematické logiky. Východiskem je věta o podstatné nerozhodnutelnosti systému Ar (a tedy i systémů obsahujících schema úplné indukce — vše za předpokladu bezespornosti). Důsledkem je pak věta o syntaktické neúplnosti tohoto a podobných systémů a konečně např. i věta o nerozhodnutelnosti predikátové logiky. Důkazy nejsou zpravidla prováděny s použitím všech detailů aritmetizace, předpokládá se, že (značně zralý) čtenář je schopen rekonstruovat jejich formálně úplné a zdlouhavé znění.

V dodatku ke knížce je uveden stručný přehled dalších partií teorie rekursivních funkcí a matematické logiky a prací, které obsahují novější výsledky.

Jiří Bečvář, Liberec

Robin Hartshorne: FOUNDATIONS OF PROJECTIVE GEOMETRY. W. A. Benjamin, Inc., New York, 1967. VIII + 168 stran.

Knížka vznikla z autorových přednášek o základech projektivní geometrie konaných v zimním semestru 1966—67 na harvardské universitě. Její obsah a zaměření v podstatě vystihují již názvy jednotlivých kapitol: 1. Úvod: afinní a projektivní roviny, 2. Desarguesova věta, 3. O grupách a automorfizmech, 4. Elementární syntetická projektivní geometrie, 5. Pappův axióm a fundamentální věta o projektivitách na přímce, 6. Projektivní roviny nad nekomutativními tělesy, 7. Zavedení souřadnic v projektivní rovině a 8. Projektivní kolineace.

Autor sleduje výstavbu abstraktní rovinné projektivní geometrie ve dvou zpočátku na sobě nezávislých směrech, a to syntetickém a analytickém. Synteticky buduje projektivní geometrii vycházeje ze čtyř základních axiómů projektivní roviny (dva různé body leží právě na jedné přímce, každé dvě přímky mají alespoň jeden bod společný, existují tři nekolineární body, každá přímka má alespoň tři body), k nimž postupně připojuje další (Desarguesův, Pappův a Fanův). Souběžně analyticky studuje reálnou projektivní rovinu (zavádí homogenní souřadnice), tedy speciální algebraický objekt (reálná čísla). Obdobné úvahy rozšiřuje pak na další algebraické objekty, a to na komutativní i nekomutativní tělesa. V závěru obě cesty se spojují zavedením souřadnic v abstraktní projektivní rovině.

Na knížce zaujme především netradiční způsob podání, který dává pěkný pohled na význam a syntetické i analytické důsledky pátého až sedmého axiómu, jimž autor pochopitelně věnuje hlavní pozornost. Dalším pozoruhodným rysem je způsob, jímž se čtenář fakticky na příkladech uvádí do teorie grup; znamenitou příležitost k tomu dávají rozličné grupy transformací, jež vystupují v projektivní geometrii. Na závěr je připojeno téměř padesát (neřešených) úloh, jež tvoří vhodný doplněk textu.

Poněkud rušivě působí, že nesouhlasí odkazy na stránky (je to zřejmě způsobeno přečíslováním stránek při tisku) a že připojené obrázky jsou (proti našim zvyklostem) až příliš jen náčrty.

Alois Urban, Praha

Ralph P. Boas, Jr.: INTEGRABILITY THEOREMS FOR TRIGONOMETRIC TRANSFORMS, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Bd. 38, Springer-Verlag 1967, 65 stran.

Mějme trigonometrickou řadu $\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx$, která konverguje stejnoměrně na reálné ose; buď $f(x)$ její součet. Je-li φ omezená měřitelná 2π-periodická funkce, pak pro každé reálné x je $f(x)\ \varphi(x) = \frac{1}{2}a_0\ \varphi(x) + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\ \varphi(x) \cos nx + b_n\ \varphi(x) \sin nx$ se stejnoměrně konvergentní řadou vpravo. Označíme-li ještě symboly α_n, β_n Fourierovy koeficienty funkce φ, dostáváme odtud tzv. Parsevalovu rovnost $\pi^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} f(x)\ \varphi(x)\ dx = \frac{1}{2}a_0\alpha_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\alpha_n + b_n\beta_n$. Tu lze však dokázat za předpokladů mnohem slabších než jsou předpoklady zde uvedené. Stačí např., aby platilo $f \in L_p(-\pi, \pi)$, $\varphi \in L_q(-\pi, \pi)$ $(1/p + 1/q = 1)$; potom ovšem a_n, b_n znamenají Fourierovy koeficienty funkce f. Dále se snadno zjistí, že pro $0 < \gamma < 1$ konvergují integrály $S_\gamma = \int_0^\infty x^{-\gamma}$ . . $\sin x\ dx$, $C_\gamma = \int_0^\infty x^{-\gamma} \cos x\ dx$ a jsou kladné. Je-li tedy $\varphi(x) = 0$ v $(-\pi, 0)$, $\varphi(x) = x^{-\gamma}$ v $(0, \pi)$, je $\alpha_n \sim \pi^{-1} C_\gamma n^{\gamma-1}$, $\beta_n \sim \pi^{-1} S_\gamma n^{\gamma-1}$. Je-li nyní funkce f sudá (resp. lichá), ukazuje Parsevalova rovnost souvislost mezi integrálem $\int_0^\pi f(x)\ x^{-\gamma}\ dx$ a řadou $\sum n^{\gamma-1} a_n$ (resp. $\sum n^{\gamma-1} b_n$). Těmto a podobným souvislostem je věnována Boasova kniha.

Autor vyšetřuje řady tvaru $\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx$ a $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$. Budu pro jednoduchost mluvit jen o sinových řadách; skoro ke každé z dokázaných vět pro sinové řady existuje však obdobná věta pro řady kosinové. Mějme tedy funkci g v $(0, \pi)$ a čísla $b_1, b_2, \ldots$ a nechť platí buďto $g(x) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nx$ pro $x \in (0, \pi)$ nebo $b_n = 2\pi^{-1} \int_0^\pi g(x) \sin nx\ dx$. V žádném z těchto případů nemusí být $g \in L\ (= L(0, \pi))$; ke konvergenci řady $\sum b_n \sin nx$ v $(0, \pi)$ stačí např. $b_n \downarrow 0$ a k existenci konečných integrálů $\int_0^\pi g(x) \sin nx\ dx$ stačí např. $xg(x) \in L$. Autor zpravidla nemluví o Parsevalově rovnosti; vyšetřuje hlavně souvislost konvergence integrálu $\int_0^\pi x^{-\gamma} g(x)\ dx$ s konvergencí řady $\sum n^{\gamma-1} b_n$. Dokazuje řadu „symetrických" vět, kde konvergence integrálu je nutnou a postačující podmínkou konvergence nebo absolutní konvergence řady. Přitom předpokládá, že funkce g je nerostoucí nebo nezáporná v nějakém $(0, \delta)$ nebo že posloupnost čísel b_n je nerostoucí nebo nezáporná pro velká n.

V § 1 uvádí autor přehled výsledků a v § 2 dokazuje řadu pomocných vět. V § 3 jsou obsaženy věty s nezápornou nebo nerostoucí funkcí. Jako ukázku uvádím větu 3.8: *Nechť* $x\, g(x) \in L$, $g \geqq 0$ *v* $(0, \delta)$, $0 \leqq \gamma < 1$ *a nechť funkce g je omezená v* (δ, π). *Potom platí ekvivalence* (E) $x^{-\gamma} g(x) \in L \Leftrightarrow \sum n^{\gamma-1} b_n$ *konverguje*. (Předpoklad omezenosti lze zde však vynechat.) V § 4 jsou dokázány věty s nezápornými nebo nerostoucími koeficienty; např. věta 4.1 zní takto: *Nechť* $0 \leqq \gamma \leqq 1$ *a nechť pro* $n > n_0$ *je* $b_n \geqq b_{n+1} \geqq 0$. *Potom platí* (E). Autor se také zmiňuje o „principu", že funkce s nezápornými Fourierovými koeficienty se chová všude asi tak „rozumně" jako v okolí bodu 0. Jednou z vět tohoto typu je věta 4.8, která říká: *Nechť* $b_n \geqq 0$ *pro* $n > n_0$, $1 < \gamma < 2$. *Potom řada* $\sum n^{\gamma-1} b_n$ *konverguje právě tehdy, když* b_n *jsou sinové Fourierovy koeficienty spojité liché* 2π*-periodické funkce g takové, že je buďto* $x^{-\gamma} g(x) \in L$ *nebo* $|x - a|^{-\gamma} (g(x) - g(a)) \in L$ *pro všechna* $a \in \langle 0, \pi)$. Uvádím ještě tuto zajímavou větu 4.13: *Buď* $g \in L$, $0 < \gamma < 1$. *Je-li* $\sum |b_n|\, n^{\gamma-1} < \infty$, *existuje vlastní limita* $\lim_{\varepsilon \to 0+} \int_\varepsilon^\pi x^{-\gamma} g(x)\, dx$; *je-li* $x^{-\gamma} g(x) \in L$, *je řada* $\sum b_n n^{\gamma-1}$ *konvergentní.*

Ve většině dokázaných vět probíhal exponent γ nějaký neuzavřený interval s celočíselnými koncovými body. V § 5 se autor zabývá případy, kdy γ je celé. Poznamenává, že ze vztahu $x^{-1} g(x) \in L$ plyne konvergence řady $\sum b_n$ bez jakéhokoli předpokladu o znamení funkce g, a klade jako problém najít nutnou a postačující podmínku pro vztah $x^{-1} g(x) \in L$ za předpokladu, že $g \geqq 0$, $x\, g(x) \in L$. Dále uvádí autor řadu vět bez důkazu s odkazem na literaturu. Např. věta 5.22 zní takto: *Je-li* $\sum |b_n| < \infty$, *existuje vlastní limita* $\lim_{\varepsilon \to 0+} \int_\varepsilon^\pi x^{-1} g(x)\, dx$.

Obsah § 6 je zhruba vystižen jeho názvem „L^p problems, $1 < p < \infty$". Věty 6,3 a 6,5 lze společně formulovat takto: *Nechť* $p > 1$, $-1 + 1/p < \gamma < 1/p$. *Nechť* $g \in L$ *a nechť buďto je* $b_n \downarrow 0$ *nebo je funkce g nezáporná nerostoucí. Položme* $\delta = -\gamma - 1 + 2/p$. *Potom platí ekvivalence* $x^{-\gamma} g(x) \in L_p \Leftrightarrow \{n^{-\delta} b_n\} \in l_p$. Snadno se zjistí, že místo této ekvivalence můžeme psát též $\{n^{-\gamma} b_n\} \in l_p \Leftrightarrow x^{-\delta} g(x) \in L_p$.

V § 7 jsou napřed dokázány některé věty, které souvisí se vzorcem $\int_0^\pi x^{-\gamma} \sin nx\, dx \sim S_\gamma n^{\gamma-1}$. Je dokázána např. tato věta (viz věty 7.1 a 7.7): *Nechť buďto je* $|\gamma| < 1$ *a* $b_n \downarrow 0$ *nebo je g nezáporná nerostoucí funkce z L a* $0 < \gamma < 1$. *Potom je* $g(x) \sim x^{-\gamma}$ *právě tehdy, když* $b_n \sim \pi^{-1} S_\gamma n^{\gamma-1}$; *místo* „$\sim \ldots$" *lze psát též* „$= o(\ldots)$". Dále je dokázána tato zajímavá věta (viz věty 7.20 a 7.28): *Nechť* $b_n \geqq 0$, $0 < \gamma \leqq 1$. *Potom je* $g \in \operatorname{Lip} \gamma$ *právě tehdy, když* $\sum_{k=1}^{n} k b_k = O(n^{1-\gamma})$. Opět je z literatury citována řada příbuzných vět.

Následující § 8 obsahuje věty, které ukazují různé směry, v nichž by bylo možné zobecnit dříve dokázané věty. Jako příklad uvádím (viz 8.8): *Nechť* $b_n \downarrow 0$, $B_n \downarrow 0$, $G(x) = \sum B_n \sin nx$. *Potom je* $gG \in L$ *právě tehdy, když* $\sum b_n B_n < \infty$. Věty § 8 jsou uvedeny bez důkazu s odkazy na literaturu. U některých vět je zde poznámka, že obsahují některou dříve dokázanou větu. Vysvětlení takové poznámky je však někde příliš stručné a někde vůbec chybí. V § 9 jsou citovány některé věty o trigonometrických integrálech. Uvedu větu, která je zajímavou obdobou věty 4.1 (viz 9.1): *Nechť* $0 \leqq \gamma < 1$, *nechť* $b(t) \downarrow 0$ *na* $(0, \infty)$ *a nechť* $\int_0^c t\, b(t)\, dt < \infty$ *pro každé* $c < \infty$. *Položme* $g(x) = \int_0^\infty b(t) \sin tx\, dt$. *Potom je* $x^{-\gamma} g(x) \in L(0, 1)$ *právě tehdy, když* $t^{\gamma-1} b(t) \in L(1, \infty)$.

Kniha je nesporně zajímavá. Je psána celkem elementárně. Autor předpokládá zpravidla jen běžné základní znalosti z teorie trigonometrických řad a teorie integrálu; jen v § 6 používá kromě toho ještě některých netriviálních nerovností s odvoláním na známou knihu „*Inequalities*" (Hardy-Littlewood-Pólya). Lze říci, že je kniha psána přehledně. Názory na detailní zpracování se však asi budou lišit. Autor třeba někde aplikuje větu, i když nejsou splněny její předpoklady, je-li z jejího důkazu vidět, že „to nevadí". Např. v 22. řádku na str. 23 se autor odvolává na „Theorem 4.1". Kdyby se odvolal na „4.11", bylo by vše v pořádku. To zřejmě není nedopatření, nýbrž věc autorova stylu. V 13. řádku na str. 16 není jasné, zda řada na pravé straně má součet; teprve o několik řádků dále se ukáže, že tomu tak opravdu je. Vše je tedy správné, čteme-li důkaz „pozpátku". Jestliže poněkud přestylizujeme důkaz lemmatu 2.16 (str. 12), opět zjistíme, že je vše v pořádku; nevím však, co by Landau říkal, kdyby četl, že podaný důkaz pochází od něho.

Avšak čtenář, který má jistou trpělivost, zjistí, že je kniha psána srozumitelně a v jistém smyslu i přesně. Žádnou závažnou chybu jsem v ní nenašel; tiskových chyb není mnoho. Ke kladům knihy je třeba ještě připočíst, že autor upozorňuje na různé možnosti zobecnění dokázaných vět, formuluje přes 20 zajímavých problémů a uvádí bohatý seznam literatury.

Jan Mařík, Praha

Michael Spivak: CALCULUS. W. A. Benjamin, Inc., New York, Amsterdam, 1967.

Obsah knihy rozdělil autor do pěti částí. Názvy jednotlivých částí jsou: Prolog, Základy, Derivace a integrály, Nekonečné posloupnosti a nekonečné řady, Epilog. Každá část se dělí dále na kapitoly. Názvy jednotlivých kapitol dostatečně informují o celém obsahu knihy.

Část I: Základní vlastnosti čísel, Čísla různých druhů. Část II: Funkce (Dodatek — Uspořádané dvojice), Grafy, Limity, Spojité funkce, Tři hlavní věty, Supremum. Část III: Derivace, Derivování, Znaménko derivace (Dodatek — Konvexnost a konkávnost), Inversní funkce, Integrály, Základní věty počtu, Trigonometrické funkce, π je číslo iracionální, Logaritmické a exponenciální funkce, Integrace v elementárních případech. Část IV: Aproximace polynomy, e je číslo transcendentní, Nekonečné posloupnosti, Nekonečné řady, Stejnoměrná konvergence a mocninné řady, Komplexní čísla, Komplexní funkce, Komplexní mocninné řady. Část V: Pole, Konstrukce reálných čísel, Jednoznačnost reálnvch čísel.

V závěru každé kapitoly je uvedeno deset až padesát příkladů, které procvičují a doplňují vykládanou látku. Obtížnější jsou označeny hvězdičkou. Odpovědi k těmto příkladům (ne ke všem, u obtížných připojen i návod k řešení) jsou dány na konci knihy. Kniha je doplněna komentovaným seznam doporučené literatury a věcným rejstříkem.

Díky velmi pěkné grafické úpravě a především srozumitelností, přesností a názorností (obsahuje velké množství obrázků a grafů) výkladu náleží publikace k té lepší části dnes tolik vydávaných základních učebnic tzv. vyšší matematiky. Snad by bylo vhodné, kdyby tato nebo některá z podobných učebnic byla přeložena.

Oldřich Horáček, Praha

W. Wunderlich: DARSTELLENDE GEOMETRIE I., B.1-Hochschultaschenbücher sv. 96/96a, 1966, str. 187; II., B. 1-Hochschultaschenbücher sv. 133/133a, 1967, str. 234. Bibliographisches Institut, Mannheim.

Dva útlé svazky kapesního formátu (12,5 cm $\times$ 19 cm) tvoří celek, který představuje velmi pěkný přehled dnešní deskriptivní geometrie. Příručka je určena nejen pro techniky (strojní, elektrotechnické a stavební inženýry a architekty) ale také pro kandidáty učitelství deskriptivní geometrie na středních školách. Tím je vymezen výběr látky a do jisté míry i styl podání. Obě knížky jsou v podstatě zaměřeny na užití deskriptivní geometrie a konstruktivní geometrie křivek a ploch v technické praxi s hlavním důrazem na metody.

O vlastním obsahu učiníme si celkem dobrou představu již z názvů kapitol. I. díl: 1. Úvod, 2. Sdružené pravoúhlé průměty, 3. Kružnice a kruh, 4. Kuželosečky, 5. Základy teorie křivek a ploch, 6. Rozvinutelné plochy, 7. Rotační, rourové a kanálové plochy, 8. Průniky. II. díl: 9. Kvadriky, přímkové a translační plochy, 10. Kótované promítání, grafické plochy, 11. Axonometrie, 12. Perspektiva, 13. Šroubové plochy, 14. Spirální plochy.

Nejvíce zaujme autorův přístup k zobrazovacím metodám. Záměrně se omezují jen na základní metody umožňující řešení metrických úloh při speciální volbě průměten vzhledem k zobrazovanému útvaru; např. v pravoúhlé axonometrii je pak možno řešit úlohy pouze v pomocných průmětnách. Zato do popředí vystupují pro praxi velmi potřebné metody, jež jsou v podstatě geometrickým základem skicování technických objektů.

K odvozování nejdůležitějších vlastností křivek a ploch užívá se vedle syntetických metod značnou měrou i analytických; základní pojmy geometrie křivek a ploch se přitom opírají o diferenciálně geometrické úvahy.

Zvláštní pozornosti zasluhuje poslední kapitola, v níž se zavádějí (v učebnici vůbec poprvé) spirální plochy. Vytvoří se prostorovým spirálním pohybem; spirálním pohybem se rozumí jistá jednoparametrická grupa podobností v prostoru. Spirální plochy ovšem sotva naleznou uplatnění v technice.

I když text je poměrně dost stručný a obsahově hutný, čtenář znalý základů deskriptivní geometrie ze střední školy, může jej rozhodně s dobrým porozuměním sledovat. Stručnost podstatně přispěla k přehlednosti a snadné orientaci, jež je jedním z hlavních znaků každé dobré příručky.

Obě knížky jsou velmi zdařilé a svým obsahem a metodou výkladu nám značně blízké. Již z těchto důvodů by neměly chybět na žádné z našich kateder zabývajících se výukou deskriptivní geometrie na technice.

Pečlivý a kritický výběr z tradiční látky deskriptivní geometrie, nový přístup k jejímu výkladu, zaměřený na užití v technice, vhodné spojení syntetických, analytických a diferenciálně geometrických metod, spolu s osobitou, jasnou a srozumitelnou dikcí vytváří z obou svazků nepostradatelného průvodce po dnešní deskriptivní geometrii.

Alois Urban, Praha

Bodo Renschuh: VERALLGEMEINERUNGEN DES BEZOUTSCHEN SATZES (Zobecnění Bezoutovy věty). Vyd. Akademie — Verlag, Berlin 1966 v Sitzungsberichte der sächsischen Akademie der Wissenschaften zu Leipzig, mathematisch-naturwissenschaftliche Klasse Band 107, Heft 4, str. 41.

Označme F^r množinu všech forem r-tého stupně patřících oboru integrity $k[X_0, \ldots, X_n]$ (k je těleso, $X_0, \ldots, X_n$ neurčité nad k), pokládajíce formu nulovou za formu libovolného stupně. Potom je množina F^r vektorový prostor nad k dimense $H(r, n)$, kde

$$H(r, n) = \binom{r+n}{n}.$$

Je-li dále a homogenní ideál (dále jen H-ideál) v $k[X_0, \ldots, X_n]$ je množina $F^r(a)$ všech forem r-tého stupně z F^r patřících H-ideálu a lineární soustavou v F^r. Položíme-li

$$H(r, a) = H(r, n) - \dim F^r(a),$$

je $H(r, a)$ dimense lineární soustavy duální k $F^r(a)$ a tedy rovněž počet lineárně nezávislých lineárních podmínek, jejichž splnění je pro koeficienty forem z F^r nutnou a postačující podmínkou pro to, aby náležely H-ideálu a.

Ke každému H-ideálu a v $k[X_0, \ldots, X_n]$ (homogenní) dimense d, $0 \leqq d \leqq n - 1$, existují celá čísla R, $h_0(a), h_1(a), \ldots, h_d(a)$ taková, že $h_0(a) \geqq 1$ a že pro každé celé kladné číslo $r \geqq R$ platí:

$$H(r, a) = h_0(a)\binom{r}{d} + h_1(a)\binom{r}{d-1} + \ldots + h_d(a).$$

Kromě toho je pro $d = -1$, $H(r, a) = 0$, pro $d = n$ je $H(r, a) = H(r, n)$. Celá čísla $h_0(a), h_1(a), \ldots$ $\ldots, h_d(a)$ jsou tzv. Hilbertovy koeficienty H-ideálu a. Celé kladné číslo $h_0(a)$ se nazývá řádem nebo též stupněm H-ideálu a.

Předpokládejme, že H-ideál a je nesmíšený a má primární komponenty $q_1, q_2, \ldots, q_s$ mající po řadě délky (násobnosti) $m_1, m_2, \ldots, m_s$. Označíme-li ještě $p_i =$ Rad q_i, $i = 1, 2, \ldots, s$, platí

$$h_0(a) = m_1 h_0(p_1) + m_2 h_0(p_2) + \ldots + m_s h_0(p_s).$$

Každy z homogenních prvoideálů $p_1, p_2, \ldots, p_s$ definuje v n-rozměrném projektivním prostoru P_n irreducibilní algebraickou varietu nad k, příslušné $h_0(p_i)$ je pak rovno jejímu stupni. Lze tedy klasickou Bezoutovu větu o průsečících dvou rovinných algebraických křivek formulovat též takto:

Buďte a a b dva jednorozměrné nesmíšené H-ideály v $k[X_0, X_1, X_2]$ takové, že dim $(a, b) = 0$. *Pak platí*

$$h_0(a, b) = h_0(a) \,.\, h_0(b) \tag{1}$$

Vyšetřit nutné a postačující podmínky proto, aby vzorec (1) platil pro dva H-ideály a, b v $k[X_0, \ldots, X_n]$ pro něž dim $(a, b) \geqq 0$ je hlavním úkolem recenzované monografie. Autorův postup lze stručně charakterisovat takto: Položíme-li

$$h_0(a, b) = h_0(a) \,.\, h_0(b) + K$$

je (1) ekvivalentní s podmínkou $K = 0$. Autor pak uvádí explicitní formuli pro K (vzorec (91) str. 26), kterou jeho publikace kulminuje. Tuto formuli pro nutnost zavedení dalších pojmů nebudeme uvádět, pro informaci jen podotýkáme, že K je racionální celou funkcí Hilbertových koeficientů h_0, h_1 dalších pomocných H-ideálů.

Nyní podrobněji k jednotlivým článkům. Po přípravném 1. článku v němž se rekapitulují známé věty z klasické teorie ideálů, studuje se ve 2. článku dimense spojení dvou H-ideálů. Nejdůležitější výsledek tohoto článku je vyjádřen větou:

Jsou-li a, b dva H-ideály v $k[X_0, \ldots, X_n]$, dim $a = d$, rank $b = h$, *je* dim $(a, b) \geqq d - h$.

Článek 3. je pak věnován zavedení a vlastnostem již výše zmíněné řady pojmů potřebných k výpočtu čísla K. 4. článek je pro celou monografii ústředním. Výchozí větou je věta 14:

Je-li a H-ideál v $k[X_0, \ldots, X_n]$, dim $a = d \geqq 1$, $F \in k[X_0, \ldots, X_n]$ *forma stupně r taková, že* dim $(a, F) = d - 1$, *platí*

$$h_0(a, F) = r h_0(a) + (h_1(a) - h_1(a : (F))).$$

Z věty 14 pak vyplývá matematickou indukcí, jejíž provedení přenechává autor čtenáři, vzorec pro K za předpokladu, že H-ideál b je ideálem hlavní třídy h a že dim $(a, b) = d - h \geqq 0$. (Věta 15.)

Stále za těchže předpokladů odvozuje Renschuh nerovnost $K \geqq 0$ a uvádí nutnou a postačující podmínku proto, aby platilo (1) (Věta 16.). Věta 16. má několik bezprostředních konsekvencí, z nichž každá je postačující podmínkou proto, aby platilo (1). Uvedeme jen dvě z nich, stručně zformulovatelné: 1. H-ideál a je dokonalý, dim $a = d$, H-ideál b je hlavní třídy h, dim $(a, b) = d - h \geqq 0$. 2. H-ideály a, b jsou oba hlavní třídy po řadě $n - d, h$; dim $(a, b) = d - h \geqq 0$. Z této podmínky se odvozuje známá věta (věta 17.):

Řád H-ideálu hlavní třídy je roven součinu stupňů forem tvořících jeho minimální basi.

Je škoda, že autor neprovedl kompletně důkaz věty 15. Domníváme se totiž, že věty 17. je k důkazu věty 15. zapotřebí. O platnosti věty 15. však přes to není pochyb, věta 17. totiž vyplývá matematickou indukcí přímo z věty 14., kromě toho je známa z literatury (např. Dr. Wolfgang Gröbner: „*Moderne algebraische Geometrie*", Springer-Verlag, Wien und Insbruck 1949, str. 164).

Dále jsou vyšetřovány libovolné dva H-ideály a, b, pro něž dim $(a, b) \geqq 0$. Nejprve je uveden horní odhad pro $h_0(a, b)$, potom odvozena formule pro K za doplňujícího předpokladu, že dim $(a, b) =$ dim a a konečně již zmíněná formule pro K bez předchozího doplňujícího předpokladu. Tento vzorec je podle autorových slov hlavním výsledkem jeho publikace. Serii odvozených vzorců pro K doplňuje dolní odhad pro $h_0(a, b)$.

Budiž opět a H-ideál v $k[X_0, \ldots, X_n]$. Buďte dále u_{ij}, $i, j = 0, \ldots, n$, $(n + 1)^2$ neurčitých nad $k[X_0, \ldots, X_n]$. Položme $D = k[u_{ij}]$. Potom je obor integrity $k[X_0, \ldots, X_n]$ podoborem oboru integrity $D[X_0, \ldots, X_n]$. Proveďme transformaci neurčitých $X_i \to \sum_{0 \leq j \leq n} u_{ij} X_i$, $i, j = 0, \ldots, n$. Touto transformací přejde obor integrity $k[X_0, \ldots, X_n]$ v jistý obor integrity $J \subset D[X_0, \ldots, X_n]$, ideál a přejde v ideál Ua oboru integrity J. Označme Ua^* rozšíření ideálu Ua v $D[X_0, \ldots, X_n]$. Konečně mějme jistý H-ideál b v $k[X_0, \ldots, X_n]$, jeho rozšíření v $D[X_0, \ldots, X_n]$ označme analogicky b^*. V tomto označení vyslovíme Van der Waerdenovo zobecnění Bezoutovy věty takto:

Buďte a, b dva homogenní prvoideály v $k[X_0, \ldots, X_n]$ takové, že $\dim a = d$, $\dim b = n - d$, $\dim (a, b) = 0$ *a nechť je dána specialisace H-ideálu (Ua^*, b^*) v H-ideál (a, b). Pak je*

$$h_0(\mathrm{Rad}\,(Ua^*, b^*)) = h_0(\mathrm{Rad}\, a) \,.\, h_0(\mathrm{Rad}\, b)\,. \tag{2}$$

Dalším zobecněním této věty se zabývá Renschuh v 5. článku a dokazuje, že formule (2) platí i v tom případě, jsou-li a, b dva pseudosmíšené H-ideály.

Poslední 6. článek ukazuje na souvislost mezi Hilbertovými koeficienty daného H-ideálu a jeho virtuálními aritmetickými rody.

Domnívám se, že tato, rozsahem poměrně nepatrná monografie, je cenným přínosem ke klasické teorii ideálů a její aplikaci v algebraické geometrii.

Dalibor Klucký, Olomouc

DÁLE VYŠLO:

A. G. Kuroš: KAPITOLY Z OBECNÉ ALGEBRY. Academia, nakladatelství ČSAV, Praha 1968. Z ruského originálu přeložili Jaroslav Blažek a Ladislav Koubek. 312 str. Cena váz. výtisku Kčs 25,—.

Kniha vynikajícího sovětského algebraika, profesora moskevské university A. G. Kuroše: Лекции по общей алгебре vyšla v roce 1962 (Физматгиз, Москва). Od té doby byla přeložena již do mnoha jazyků; nyní dostává naše matematická veřejnost do rukou i český překlad této knihy.

Cílem knihy je seznámit širší matematickou veřejnost s nejdůležitějšími pojmy, problémy i metodami, které tvoří dnešní algebru. Podrobná recense ruského originálu této knihy od K. Rychlíka byla otištěna v našem časopise roč. 89 (1964), 237—243.

Karel Havlíček: ANALYTICKÁ GEOMETRIE A NEROVNOSTI, Praha 1967, vydal ÚV matematické olympiády a ÚV ČSM v nakladatelství Mladá fronta, 86 stran, 26 obr., cena Kčs 4,—.

Jiří Jarník: KOMPLEXNÍ ČÍSLA A FUNKCE, Praha 1967, vydal ÚV matematické olympiády a ÚV ČSM v nakladatelství Mladá fronta, 80 stran, 9 obr., cena 3,50 Kčs.

Obě knížky vyšly v edici Škola mladých matematiků, a to jako 18. a 19. její svazek. Jsou určeny řešitelům matematické olympiády i ostatním středoškolským studentům, kteří se zajímají o matematiku.

Redakce