Časopis pro pěstování matematiky, roč. 94 (1969), Praha

RECENSE

MATHEMATISCHE HILFSMITTEL DES INGENIEURS. Vydávají Robert Sauer a István Szabó. *Část první:* Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1967. XVI + 496 stran, 103 obrázky. Cena DM 88,—. *Část třetí:* Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1968. XX + 535 stran, 101 obrázek. Cena DM 98,—.

Rychlý rozvoj techniky vede k tomu, že při řešení technických problémů vystupuje stále naléhavěji do popředí nutnost používat v rostoucím měřítku matematických prostředků. Mnozí inženýři a technici proto potřebují jak hlubší znalosti klasických matematických disciplin, tak i znalost nových, moderních odvětví matematiky.

Tyto důvody vedly k myšlence vydat rozsáhlou čtyřdílnou příručku, která nyní vychází ve známé žluté řadě „Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften". Vydavatelé chtějí touto cestou seznámit inženýry a techniky s takovými partiemi matematiky, které v inženýrské praxi mají význam buď už nyní nebo které se v ní mohou významně uplatnit v nejbližší budoucnosti. Toto hledisko (byť možná poněkud subjektivní) bylo určující při volbě materiálu pro jednotlivé díly.

Příručka tedy má doplnit matematické vzdělání inženýrů a techniků, u nichž předpokládá pouze znalosti v rozsahu základního kurusu matematiky, odpovídající látce z prvních dvou ročníků německých vysokých škol technických. Pro napsání jednotlivých oddílů příručky získali vydavatelé renomované odborníky v příslušném oboru, kteří by měli zaručit při názornosti a srozumitelnosti výkladu i dobrou teoretickou úroveň příručky.

Je třeba zdůraznit, že tato příručka nemá být jen sbírkou vzorců; má totiž obsahovat vedle potřebného přehledu formulek též základní definice, věty a metody příslušné discipliny, a to ve formě, odpovídající způsobu myšlení čtenáře-technika, tj. ve formě pokud možno názorné, s ilustrativními příklady apod. Důkazy mají být v příručce uváděny jen výjimečně, pokud jsou pro pochopení věty nebo metody nezbytné. Posuzovanou příručku lze — pokud jde o její záměr — srovnat snad s *Přehledem užité matematiky* K. Rektoryse a kolektivu (druhé vydání SNTL 1968), který ovšem zabírá více oborů především ze základních partií matematiky a nerozpracovává je tak podrobně jako tato příručka.

Ačkoliv je příručka určena především inženýrům a technikům, poslouží velmi dobře jak matematikům, tak i pracovníkům dalších vědních oborů, kteří matematiky využívají ve své činnosti. Značný důraz je v příručce kladen též na numerické metody a na rozšířené používání samočinných počítačů, a to jak zařazením samostatných oddílů, tak i jednotlivými odstavci, které jsou v různých jiných oddílech věnovány těmto otázkám. Každý oddíl celé čtyřsvazkové publikace souvisí s ostatními oddíly řadou odkazů, je však koncipován tak, aby tvořil samostatnou součást díla, jehož obsah lze pochopit i bez podrobných znalostí ostatních oddílů.

Domnívám se, že záměr vydavatelů je chvályhodný. A protože výběr autorů umožňuje doufat v dobrou úroveň příručky, uvítají vydání tohoto díla jistě široké kruhy zainteresovaných čtenářů nejen v německy mluvících zemích, ale i u nás.

Zatím je k disposici první a třetí díl příručky, z nichž lze soudit, že předpoklady vydavatelů budou splněny. Zmiňme se o obou těchto dílech poněkud podrobněji:

První část je tvořena těmito třemi oddíly:

A. Horst Tietz: *Teorie funkcí komplexní proměnné* (84 stran).

B. FRIEDRICH WILHELM SCHÄFKE: *Speciální funkce* (147 stran).
C. GUSTAV DOETSCH: *Integrální tranformace* (253 stran).

Oddíl A vytváří základ pro další oddíly příručky a obsahuje celkem běžnou látku z teorie funkcí jedné komplexní proměnné, charakterizovanou těmito hesly: základní poznatky, teorie potenciálu, elementární funkce, konformní zobrazení, okrajové úlohy. Kapitola věnovaná konformnímu zobrazení obsahuje velké množství názorného obrazového materiálu.

Oddíl B je věnován především funkcím matematické fyziky, vznikajícím při separaci proměnných v rovnici $\Delta u + k^2 u = 0$ (jeden paragraf je věnován vyjádření této rovnice v nejrůznějších souřadných systémech). Obsahuje bohatý materiál formulek, aniž by se přitom zvrhl v pouhou sbírku vzorečků. Z obsahu uveďme namátkově názvy některých paragrafů: Funkce gamma. Besselovy funkce. Hypergeometrická funkce. Ortogonální polynomy.

V oddílu C je zkoumána především Fourierova a Laplaceova transformace (s různými modifikacemi). Čtenář se seznámí jak s teorií, tak s aplikacemi integrálních transformací při řešení diferenciálních, diferenčních i integrálních rovnic; značná pozornost je věnována aplikacím v elektrotechnice. Výklad je veden v moderním duchu a nevyhýbá se použití teorie distribucí; proto je k tomuto oddílu připojen dodatek asi dvacetistránkový, představující velmi zdařilý, stručný a přitom názorný úvod do teorie distribucí. Oddíl, který je velmi pěkným přehledem teorie i praxe integrálních transformací, je doplněn tabulkami vzorů a obrazů při různých transformacích.

Třetí část příručky tvoří tyto oddíly:

F. FRIEDRICH L. BAUER a JOSEF STOER: *Algebra* (85 stran).
G. *Geometrie a tensorový počet:*
   G I. ROBERT SAUER: *Geometrie* (81 stran).
   G II. TATOMIR P. ANGELITCH: *Tensorový počet s aplikacemi* (65 stran).
H. ROLAND BULIRSCH a HEINZ RUTISHAUSER: *Interpolace a přibližná kvadratura* (88 stran).
I. *Aproximace funkcí:*
   I I. GEORG AUMANN: *Teoretické základy* (32 stran).
   I II. ROLAND BULIRSCH a JOSEF STOER: *Znázorňování funkcí v samočinných počítačích* (95 stran).
J. HANS PAUL KÜNZI: *Lineární a nelineární optimalizace* (51 stran).
K. KLAUS SAMELSON: *Počítače* (19 stran).

Oddíl F je tvořen těmito paragrafy: Základy obecné algebry. Lineární algebra. Poloha nulových bodů polynomů a vlastních čísel v komplexní rovině.

Oddíl G pojednává v první části o těchto partiích: afinní a projektivní geometrie, nomografie, sférická trigonometrie, vektorová algebra a analýza, diferenciální geometrie křivek a ploch s aplikacemi, obecné souřadné soustavy v prostoru. Druhá část oddílu G je pak členěna na tensorovou algebru a tensorovou analýzu s aplikacemi především v mechanice a teorii kontinua.

Oddíl H je zaměřen přímo k užití pro výpočty na samočinných počítačích. Uvádí řadu vyzkoušených metod a často je přímo připojen program v Algolu.

Oddíl I podává v první části stručně teoretické základy teorie aproximace; tato část je určena především těm čtenářům, kteří se hlouběji zajímají o matematickou podstatu metod. Pro charakter druhé části platí totéž co pro oddíl H; tato část je psána nezávisle na části první a autoři zde popisují řadu vyzkoušených metod. Mj. doporučují užití řetězových zlomků a rozvojů funkcí podle Čebyševových polynomů jako metody efektivnější než obvyklé používání Taylorovy formule.

Oddíl J pojednává o poměrně novém odvětví matematiky, rozvíjejícím se v poslední době především v souvislosti s užitím matematických metod při řešení obecných ekonomických problémů.

Dodatek třetího dílu příručky tvoří oddíl K, podávající stručný přehled základních logických problémů, které v souvislosti s používáním samočinných počítačů vznikají. Jednotlivé paragrafy mají tyto názvy: Modely a algoritmy. Mechanizace zpracování dat. Programovací jazyky.

Tolik tedy k obsahu prvního a třetího dílu příručky „Mathematische Hifsmittel des Ingenieurs". Pro úplnost ještě dodejme, že zbývající dva díly mají být věnovány těmto problémům: Okrajové a počáteční úlohy a problémy vlastních hodnot pro obyčejné a parciální diferenciální rovnice a pro rovnice integrální (oddíly D a E, část druhá), stabilita pohybu soustav s konečně mnoha stupni volnosti, počet pravděpodobnosti a matematická statistika, nejdůležitější formule z mechaniky a elektrotechniky (část čtvrtá, oddíly L, M a N).

Alois Kufner, Praha

Ch. B. Morrey, Jr.: MULTIPLE INTEGRALS IN THE CALCULUS OF VARIATIONS, (Variační počet pro funkce více proměnných). Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1966. XII + 506 stran. Cena 78 DM.

Kniha je věnována studiu otázek existence minima funkcionálu $\int_\Omega f(x, z, \nabla z)\, dx$ pro funkce $z = z(x)$ více proměnných: $x = (x_1, x_2, \ldots, x_\nu)$, $\nu \geqq 2$ a studiu otázek regularity extremál. Je zde podán ucelený obraz stavu tohoto oboru do r. 1966. Kniha je určena pro specialisty jak pro svůj bohatý obsah tak způsobem výkladu. Autor knihy, jeden z předních světových odborníků v teorii nelineárních parciálních diferenciálních rovnic, vytvořil dílo velmi pozoruhodné, které může být východiskem k vědecké práci v uvedeném oboru.

První, úvodní kapitola, popisuje hlavní výsledky obsažené v knize a uvádí čtenáře do důkazových metod. Nejdříve autor připomíná klasické nutné podmínky Legendrea a Weierstrasse i klasické postačující podmínky k existenci extréma funkcionálu. Potom následuje popis vývoje tak zvaných přímých metod, svázaných se studiem Sobolevových prostorů. Zároveň jsou uvedeny některé podmínky zaručující polospojitost zdola. Tyto podmínky dávají dostatečný aparát k důkazu existence minima funkcionálu. Na závěr první kapitoly jsou uvedeny hlavní výsledky týkající se hladkosti extrémály a převedení této otázky na studium lineárních eliptických rovnic.

Ve druhé kapitole, nazvané: „Poloklasické výsledky" je dokázáno Weylovo lemma a je definován pojem Greenovy funkce a elementární funkce. Dále se zde studuje klasický potenciál a s ním související výsledky Calderona-Zygmunda pro singulární integrální operátory. Na závěr druhé kapitoly je dokázána věta o maximu.

Třetí kapitola, nazvaná: „Prostory H_p^m a H_{p0}^m", je věnována teorii Sobolevových prostorů. V kapitole čtvrté, pod názvem: „Věty o existenci", jsou dokázány Serrinovy podmínky polospojitosti zdola.

Kapitola pátá, nazvaná: Diferencovatelnost slabých řešeni" je v jistém smyslu osou knihy. Zde jsou dokázány kromě jiného fundamentální věty o hladkosti řešení eliptické rovnice v divergentním tvaru druhého řádu s omezenými měřitelnými koeficienty zjednodušenou metodou De Giorgi-Nash-Moserovou. Pro dostatečně hladké koeficienty jsou v této kapitole dokázány nejdříve L_2 odhady řešení a posléze i L_p a Schauderovy odhady. V případě analytičnosti koeficientů je dokázána též analytičnost řešení. Závěrem této kapitoly je uvedena věta Leray-Lionse zaručující existenci řešení nelineární eliptické rovnice.

Kapitola šestá pod názvem: „Věty o regularitě řešení obecných eliptických systémů a okrajových problémů" je věnována studiu obecných lineárních eliptických systémů v linii Agmona-Douglise-Nirenberga a tedy též vět o regularitě řešení těchto systémů včetně analytičnosti.

V kapitole sedmé, nazvané: „Variační metoda v teorii harmonických integrálů" se autor zabývá variační metodou studia Hodgeovy teorie harmonických integrálů na obecné kompaktní Riemannově varietě s hranicí i bez ní. Je zde odvozen Kodairův rozklad. Fundamentální je důkaz Gaffney-Gårdingovy nerovnosti.

Kapitola osmá, nesoucí název: „Neumannův problém na silně pseudo-konvexních varietách" obsahuje zjednodušené řešení tohoto problému ve srovnání s prací J. J. Kohna - L. Nirenberga pro vnější diferenciální formy na silně pseudo-konvexních konplexně analytických varietách.

Kapitola devátá: „Úvod do funkcionálů v parametrickém tvaru, dvoudimensionální problémy" je věnována vyšetřování funkcionálů $\int_G f(x, z(x), \nabla z(x))\, dx$, invariantních na parametrickém vyjádření. Jsou zde studovány podmínky na jejich polospojitost zdola, problém Plateaův a obecný dvoudimensionální problém na Riemannových varietách.

Závěrečná kapitola desátá pod názvem: „Plateauův problém ve více dimensích" obsahuje zobecnění Reifenbergovy práce o analytičnosti jistých částí minimální plochy.

Ze stručného přehledu je patrna bohatost materiálu obsaženého v knize, což na druhé straně způsobuje náročnost četby. Při cíli, který si autor vytkl, je však těžko si představit zpracování této problematiky elementárnějším způsobem.

Jindřich Nečas, Praha

A. Guichardet: ANALYSE HARMONIQUE COMMUTATIVE, Monographies universitaires de mathématiques, Dunod, Paris, 1968.

Všimněme si nejprve obsahu knížky. První dvě kapitoly jsou úvodní. V první z nich, označené jako kap. 0, jsou připomenuta potřebná fakta z teorie integrálu (Radonovy míry na lokálně kompaktním prostoru, Haarova míra na lokálně kompaktkní grupě, prostory L^p apod.). Druhá je očíslována jako kap. 00 a shrnuje stručně některé pojmy a výsledky z teorie komutativních Banachových algeber (spektrum prvku, charaktery, Gelfandova transformace, radikál, involuce). V kap. 1 je na lokálně kompaktní komutativní grupě G definován prostor $M^1(G)$ všech komplexních měr s omezenou variací, který je duální k prostoru $C_0(G)$ všech spojitých komplexních funkcí na G s nulovou limitou v „nekonečnu", normovanému obvyklým způsobem. Zavedením konvoluce se $M^1(G)$ stane komutativní Banachovou algebrou s jednotkovým prvkem. Pro názornost je zavedení konvoluce ilustrováno nejprve na případu konečné grupy G. Na $M^1(G)$ je též zavedena involuce. Symbolem $L^1(G)$ je označen Banachův prostor všech funkcí na G, které jsou integrovatelné vzhledem k Haarově míře. $L^1(G)$ je uzavřený ideál v $M^1(G)$, ztotožní-li se přirozeně s podprostorem těch měr z $M^1(G)$, které jsou absolutně spojité vzhledem k Haarově míře. Dalším důležitým pojmem zavedeným v této kapitole je pojem spojité funkce positivního typu na G. Množina $P(G)$ všech konečných lineárních kombinací takových funkcí je algebrou vzhledem k násobení, zatím co $P^1(G) = P(G) \cap L^1(G)$ je algebrou vzhledem ke konvoluci i vzhledem k násobení. Kapitola 2 zavádí pro lokálně kompaktní komutativní grupu G grupu $\hat{G}$ k ní duální jako grupu spojitých morfismů G do multiplikativní grupy unimodulárních komplexních čísel, opatřenou operací násobení a topologií kompaktní konvergence. Je sestrojen přirozený homeomorfismus mezi $\hat{G}$ a $\widehat{L^1(G)}$. Je popsáno kanonické vnoření G do $\hat{\hat{G}}$, o němž je později dokázáno, že je to topologický isomorfismus (Pontrjaginova věta o dualitě). Centrálním thematem kapitoly je ovšem Fourierova transformace, přiřazující každé míře $\mu \in M^1(G)$ funkci $\mathscr{F}\mu$ na $\hat{G}$ předpisem $\mathscr{F}\mu(\chi) = \int \overline{\langle \chi, s \rangle}\, d\mu(s)$. O této transformaci jsou dokázány základní věty, jako abstraktní Bochnerova věta (ve formulaci A. Weila: $\mathscr{F}$ zprostředkuje isomorfismus mezi $M^1(G)$ a $P(\hat{G})$, přičemž $\mathscr{F}\mu$ je positivního typu právě když $\mu \in M^1(G)$ je positivní), abstraktní Plancherelova věta apod. Nakonec je stručně pojednáno o Fourierově transformaci v L^p a speciálních případech (zejména ovšem o případu, kdy $G = R$ je aditivní grupa reálných čísel). Kapitola 3 zahrnuje některé věty o struktuře lokálně kompaktních topologických grup, všímá si jistých vztahů mezi G a $\hat{G}$ a popisuje duály některých konkretních grup. Kapitola 4 je věnována harmonické synthese a zabývá se hlavně prostory $L^1(G)$. Z obecných výsledků, které jsou zde dokázány, plyne např. Godementova věta (zobecňující Wienerovu tauberovskou větu) o totalitě v $L^1(G)$ translací funkce $f \in L^1(G)$, jejíž Fourierův obraz se neanuluje. Kapitola 5 je věnována skoroperiodickým funkcím na lokálně kompaktní komutativní grupě G (tj. takovým omezeným spojitým funkcím, jejichž translace vytvářejí relativně kompaktní množinu v prostoru všech omezených spojitých funkcí s topologií stejnoměrné konvergence). Je uvedeno několik ekvivalentních definic těchto funkcí, a jsou pro ně zavedeny pojmy průměrné hodnoty a Fourierovy transformace, které v konkrétním případě (klasické skoroperiodické funkce H. Bohra) mají svůj obvyklý význam. Kapitola 6 je věnována

Laplaceově transformaci. Symbolem Hom (G, C^*) je označena množina všech zobecněných charakterů lokálně kompaktní komutativní grupy G, tj. všech spojitých morfismů G do multiplikativní grupy C^* všech nenulových komplexních čísel, opatřená topologií kompaktní konvergence. Abstraktní Laplaceova transformace L_μ míry $\mu \in M^1(G)$ je pak definována formálně stejným předpisem jako Fourierova transformace, ovšem s tím rozdílem, že definičním oborem funkce L_μ je nyní množina X_μ všech zobecněných charakterů z Hom (G, C^*), které jsou μ-integrovatelné. V stručné kapitole 7 jsou soustředěny některé další podrobnosti o algebře $M^1(G)$. V kapitole 8 jsou na euklidovském prostoru R^n zavedeny distribuce, temperované distribuce, základní operace s nimi a jejich Fourierova transformace. Na reálné ose je též zavedena Laplaceova transformace distribucí a dokázána Paley-Wienerova věta o charakterisaci Laplaceovy transformace distribucí (resp. nekonečně diferencovatelných funkcí) s nosičem v $\langle -a, a \rangle$. V dodatku jsou stručně naznačena některá zobecnění předchozí teorie na nekomutativní grupy, grupy které nejsou lokálně kompaktní, topologické vektorové prostory apod.

Už z uvedeného výčtu materiálu, který je soustředěn na necelých 130 stránkách textu, je patrno, že výklad musí být stručný. Mnoho výsledků je uvedeno bez důkazu, a často se vyskytují odkazy na výsledky odvozené jinde. Autor postupuje zpravidla od obecného k speciálnímu. Vyžaduje od čtenáře značné předběžné znalosti a schopnost abstraktně uvažovat. Knížka není zřejmě určena začátečníkům. Může být užitečná matematikům-specialistům, kteří se chtějí informativně seznámit s moderními výsledky abstraktní harmonické analysy.

Josef Král, Praha

V. Fabian: STATISTISCHE METHODEN (Statistické metody). Vydalo nakladatelství Deutscher Verlag der Wissenschaften v Berlíně (NDR) 1968; 540 stran, cena 90,— Kčs.

Český originál této knihy vyšel v r. 1963 v nakladatelství ČSAV Academia pod názvem *Základní statistické metody* a je našim čtenářům jistě dobře znám. Podrobnou recensi o něm ostatně přinesl časopis Aplikace matematiky v č. 5 ročníku 9 (1964) na str. 386—388.

Základní koncepce knihy zůstala při překladu zcela zachována. Německý překlad se od českého originálu liší jen nepříliš podstatně: několik paragrafů bylo znovu zredigováno, byly odstraněny chyby, které se v prvním českém vydání objevily (bylo přitom přihlédnuto i k připomínkám vysloveným ve zmíněné recensi), dále autor vyměnil několik příkladů a provedl drobnější stylistické úpravy. Překlad je autorisovaný.

I když českoslovenští čtenáři dají bezpochyby vesměs přednost českému originálu, je třeba německý překlad Fabianovy knihy jen uvítat, neboť se tím zpřístupní daleko širšímu okruhu těch, kdo se zabývají ve světě aplikacemi matematicko-statistických metod. Kniha se nyní snáze uplatní i jako dílo referenční.

František Zítek, Praha

STUDIES IN MATHEMATICAL STATISTICS. THEORY AND APPLICATIONS. (Matematicko-statistické studie. Teorie a aplikace.) V redakci K. Sarkadiho a I. Vinczeho vydalo nakladatelství Akadémiai Kiadó v Budapešti 1968; stran 210, cena neudána.

V září roku 1964 se konalo v Budapešti zhruba týdenní symposium věnované otázkám aplikací matematicko-statistických metod zvláště v průmyslu a v průmyslovém výzkumu. Po čtyřech letech vyšel r. 1968 sborník nejdůležitějších referátů z této konference. O tom, jaká problematika se na konferenci hlavně sledovala, lze získat určitý obraz již z názvů jednotlivých přednášek zachycených ve sborníku; byly to — v pořadí podle jmen referujících:

S. Benussi (Budapešť): Předpoklady úspěšného použití statistické kontroly jakosti.

W. Bojarski, K. Wiszniewski, E. Fidelis (Varšava): Analýza operačních stavů dvou vzájemně závislých paralelních systémů.

O. Bunke (Berlín): Statistická kontrola životnosti za předpokladu směsi weibullovských rozložení

E. Csáki (Budapešť): O počtu průsečíků dvou empirických distribučních funkcí.

B. Czyzewski (Poznaň): Použití c-karet ke kontrole tažených dílů z tenkých plechů.

H. Finsterbusch (Karl-Marx-Stadt): Řízení kvality standardních dílů matematicko-statistickými metodami.

J. Hájek (Praha): Lokálně nejmohutnější pořadové testy nezávislosti.

J. Hájek (Praha): Některé nové výsledky v teorii pořadových testů.

H. Heyer (Hamburk): Obecné limitní věty počtu pravděpodobnosti.

J. Křepela, P. Mandl (Praha): Statistické výběry u materiálů velké délky.

N. Liebscher (Karl-Marx-Stadt): Možnosti použití simulační techniky v textilním strojírenství a v textilním průmyslu.

J. Neyman, E. L. Scottová (Berkeley): Asymptoticky optimální testy složených hypotéz pro znáhodněné experimenty s neřízenými prediktory.

J. Oderfeld (Varšava): O nelineární optimalizaci.

I. Palástiová (Budapešť): O souvislosti náhodných grafů.

N. Rancu, L. Tövissi, I. Teodorescu (Bukurešť): Stanovení nejvýhodnějších charakteristik pleteného zboží vyráběného na strojích.

Z. Režný (Praha): O jednom problému lineární regulace při nestacionárních poruchách ve tvaru polynomů.

A. Rényi (Budapešť): Informace a statistika.

K. Sarkadi (Budapešť): Několik poznámek o odhadu procenta zmetků a spolehlivosti v případě normálního rozložení.

O. Schürz (Berlín): Experimentální zkoumání jednoduchých, dvojnásobných a vícenásobných výběrových plánů normy Mil. Std. 105.

J. Sedláček (Praha): Aditivní procesy s náhodnými skoky na absorpční hranici a modely životnosti pro lomové jevy v tvrdých tělesech, které těmto procesům odpovídají.

Z. Šidák (Praha): O průměrném počtu a velikosti neprůhledných částic v průhledných tělesech.

K. Stange (Cáchy): Nejekonomičtější rozvržení výběrových nákladů na různé stupně modelu s několika náhodnými komponentami.

H. Trampel (Karl-Marx-Stadt): Výpočet a použití dvou- a vícenásobných výběrových plánů pro kontrolu měřením.

G. Tusnády (Budapešť): O operační charakteristice přejímacího postupu určeného pro Pólyův proces zmetků.

I. Vincze (Budapešť): O mohutnosti Kolmogorovova-Smirnovova testu pro dva výběry a příbuzných neparametrických testů.

Jak je vidět, byla nejčastějším tématem sdělení statistická kontrola jakosti výroby, ač nechyběly ani referáty ryze teoretické. Československo, v němž mají aplikace matematické statistiky již slušnou tradici a dobrou základnu v teorii i praxi, bylo na budapešťské konferenci velmi dobře representováno. Lze jen litovat, že výroba sborníku trvala tak dlouhou dobu.

František Zítek, Praha

S. Marcus: INTRODUCTION MATHÉMATIQUE À LA LINGUISTIQUE STRUCTURALE (Matematický úvod do strukturální lingvistiky). Nakladatelství Dunod, Paříž 1967; 292 strany, cena 54 F.

Touto knihou zahájilo pařížské nakladatelství Dunod edici nazvanou *Monografie matematické lingvistiky*. Za prvního autora si k tomu velmi vhodně zvolilo bukurešťského matematika Solomona Marcuse, který se vedle své ryze matematické činnosti stal již dostatečně známým i na poli aplikací matematických metod v lingvistice. Je to autor, který má v tomto oboru značné zkušenosti, jak výzkumné, tak také pedagogické.

Kniha vznikla překladem, resp. adaptací původního rumunského autorova díla *Lingvistică matematică*. Z něho bylo s určitými úpravami převzato prvních pět kapitol, k nimž jsou ve francouzském vydání připojeny dvě nové. Probírá se v nich postupně různá lingvistická problematika: opozice a distribuce, problémy fonologické, analýza morfémů, morfologická homonymie, obecná teorie gramatických kategorií a speciálně pak kategorie pádů; v poslední sedmé kapitole se diskutují lingvistické aplikace teorie grafů.

Souběžně se studiem lingvistických otázek zavádí autor postupně také odpovídající matematický aparát. Výklad matematických pojmů je většinou hodně podrobný — zdálo by se, že někdy až příliš — a je doprovázen četnými příklady z umělých i přirozených jazyků. K vysloveným matematickým tvrzením podává autor i důkazy; obvykle je také jejich lingvistická interpretace ilustrována vhodnými příklady. Čtenáře — matematika nesmí při četbě zarazit, že autor ve shodě s lingvistickými zvyklostmi užívá jiných názvů pro některé zcela běžné matematické pojmy, tak např. skutečnost, že množina A je vlastní podmnožinou množiny B se tu vyjadřuje frází „opozice mezi A a B je privativní ve prospěch B", atp. Je to daň placená čtenářům-lingvistům; autor se zřejmě snažil, aby kniha byla přístupná především jim. Z tohoto hlediska nás však mohou překvapit některé nedůslednosti, tak např. na str. 27 autor náhle prohlásí, že „$F(A)$ ... je volný monoid generovaný množinou A neboli volná pologrupa s generátory v A", a to aniž by se o těchto pojmech předtím vůbec mluvilo, natož aby se vysvětlil smysl takových tvrzení. Dá se patrně pochybovat o tom, zda čtenář, jemuž autor o pár stránek dříve podrobně vykládá elementy teorie množin, ví bezpečně, co tu znamená slovo „volný". Bude patrně nutno se smířit s tím, že každý druh čtenářů nalezne v knize uspokojení v něčem jiném; dvěma pánům se opravdu těžko slouží.

Přes tuto určitou nedokonalost je Marcusova kniha nesporným přínosem v literatuře — zatím nepříliš bohaté — věnované problematice algebraické lingvistiky. Přináší totiž nejen cenné vlastní výsledky autorovy zpracované monografickou formou, ale referuje také o příbuzných výzkumech jiných autorů, takže ji lze pokládat za slušný přehled známých výsledků; může tedy posloužit i jako dílo referenční. V této souvislosti dojdou ocenění i přehledy literatury připojené k jednotlivým kapitolám.

Kvalita Marcusova díla byla ostatně uznána i u nás, takže český čtenář se dočká bezpochyby v dohledné době i českého překladu. Bylo k němu, podobně jako k překladu francouzskému, vybráno prvních pět kapitol rumunského originálu, jež však byly doplněny jistým shrnutím výsledků obsažených v další Marcusově knize s názvem *Gramatiky a konečné automaty*, takže český a francouzský překlad nejsou zcela stejné.

Kdežto matematicky orientovaným lingvistům, jichž je dnes u nás již značný počet, bude Marcusova kniha zajisté patřit k nejzákladnější lektuře, pro matematika, který by se právě jí chtěl seznámit s tím, co vlastně znamená matematika v lingvistice, bude četba Marcusovy knihy neobvyklým a možná i trochu vzrušujícím výletem do cizích krajů, kde se mluví cizí řečí a vše připadá úplně jiné než doma — při bližším seznámení se však postupně objevují i podobnosti. S. Marcus je matematik, který se naučil jazyku lingvistiky a plynně jím hovoří; snad mu jeho kniha získá i další následovníky.

František Zítek, Praha

I. I. Revzin: LES MODÈLES LINGUISTIQUES (Lingvistické modely). Nakladatelství Dunod, Paříž 1968; 212 stran, cena 38 F.

Tato kniha tvoří druhý svazek edice *Monografie matematické lingvistiky*. Je to francouzský překlad ruského originálu *Модели языка*, který vyšel v Moskvě v roce 1962, a který naši čtenáři — aspoň pokud se zajímají o matematickou lingvistiku — velmi dobře znají. Vědí tedy, že autor v knize po úvodní metodologické kapitole, v níž rekapituluje různé typy lingvistických modelů, probírá v dalších čtyřech kapitolách postupně simulační modely fonologické, základy konstrukce modelů gramatických, paradigmatické modely v gramatice a syntagmatické modely.

Francouzské vydání se poněkud liší od prvního vydání ruského; autor využil příležitosti, kterou mu překlad jeho knihy poskytl, k tomu, aby text jednak zdokonalil a hlavně doplnil o některé nové výsledky s event. využitím připomínek čtenářů prvního vydání. Stojí snad za zmínku, že se přitom uplatnila i pražská škola matematické lingvistiky.

Na rozdíl od prvního svazku edice (viz předchozí recenzi), obrací se Revzin — sám lingvista — opět především k lingvistům: matematika je mu jen nástrojem a nikoliv cílem. Nelze očekávat, že by jeho kniha dokázala zaujmout čtenáře — matematika nepřipraveného na tento druh aplikací matematických metod. Pro matematické resp. algebraické lingvisty patří však bezpochyby k literatuře základního významu.

František Zítek, Praha

G. B. Seligman: MODULAR LIE ALGEBRAS. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, Band 40. Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York, 1967. Strán 165.

V prevážnej väčšine prác o Lieových algebrách sa skúmajú Lieove algebry nad telesom charakteristiky nula. Až v období okolo roku 1935 se začali publikovať články o Lieových algebrách nad ľubovoľným telesom (autorom prvého z týchto článkov je N. Jacobson). Výraz „modulárna Lieova algebra" označuje Lieovu algebru nad telesom charakteristiky väčšej ako nula. Pri výskume modulárnych Lieových algebier sa ukázalo, že len pomerne malá časť výsledkov sa dá preniesť z nemodulárneho prípadu na modulárny prípad, a že sa u tohoto vyskytli viaceré situácie, ktoré sa z tradičného (nemodulárneho) hľadiska javili ako neočakávané a „patologické". Monografia G. B. Seligmana je prvou knižnou publikáciou z tohoto oboru. Skládá sa zo šiestich kapitol (I. Základy; II. Klasické polojednoduché Lieove algebry, III. Automorfizmy klasických algebier, IV. Formy klasických Lieových algebier, V. Porovnanie modulárneho a nemodulárneho prípadu, VI. Priľahlé obory). Podľa obsahu a spôsobu podania mohli by sme knihu rozdeliť na tri časti, ktoré sa navzájom podstatne líšia. Prvú časť tvorí úvodná kapitola I. Tu je spôsob podania látky veľmi stručný, niektoré základné vety z teórie Lieových algebier sú uvedené bez dôkazu a u niektorých viet sú dôkazy len načrtnuté. Jadrom knihy sú kapitoly II, III a IV (spolu asi 80 strán); možno ich charakterizovať ako ucelenú teóriu popisujúcu štruktúru modulárnych Lieových algebier. Značná časť výsledkov uvedených v týchto kapitolách pochádza od autora knihy. Dôkazy sú podrobné a na začiatku každého odseku je starostlivo formulovaná motivácia príslušného postupu s bohatými odkazmi na literatúru. Tretia časť (kapitoly V, VI; asi 50 strán) má charakter referátu o ďalších výsledkoch teórie modulárnych Lieových algebier; spôsob podania je tu podobný ako v známej sérii referátových publikácií Итоги науки (porov. napr. Итоги науки, Алгебра-Топология-Геометрия 1965, Moskva 1967), kde sa prehladným spôsobom charakterizujú hlavné myšlienky vývinu niektorého oboru za určité obdobie. Kniha je doplnená obsiahlou bibliografiou (17 strán, vyše 400 položiek).

Monografia A. B. Seligmana bude veľmi cennou základnou príručkou ako pre špecialistov v obore Lieových algebier tak pre matematikov, ktorí v tejto alebo príbuznej oblasti začínajú pracovať.

Ján Jakubík, Košice

Otto Haupt und *Hermann Künneth:* GEOMETRISCHE ORDNUNGEN. Springer-Verlag Berlin—Heidelberg—New York 1967. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften Band 133.) Str. 429

Kniha je věnována problematice, v níž první významný objev učinil již F. A. Möbius, ale v níž ucelenou teorii začal budovat až dánský matematik C. Juel od přelomu století. Pokud vím, mezi československými geometry se tato problematika neujala, a proto se ji pokusím v dalším objasnit raději na konkretních příkladech, než na podrobnějším vylíčení obsahu knihy. Může být zajímavé, že před druhou světovou válkou se jí v Praze zabýval P. Scherk, který v posledních letech pracoval v Torontu a v západním Berlíně a který byl přítelem za tragických okolností zemřelého L. Berwalda, jenž je — myslím — československé matematické veřejnosti mnohem známější. Rozsáhlou sérii prací o diferencovatelných obloucích a křivkách zahájil P. Scherk dvěma pojednáními z r. 1937 v „Časopisu pro pěstování matematiky a fysiky". — Oba autoři působí na universitě v Erlangen u Norimberka. První napsal v letech 1925—1965 asi padesát prací z teorie, která je předmětem knihy.

Klasifikací rovinných algebraických čar 3. stupně se zabýval již I. Newton ve spisu „*Enumeratio linearum tertii ordinis*" z počátku XVIII. století. Lineárními transformacemi je možno rovnici každé kubiky převésti na tvar $y^2 = (x - e_1)(x - e_2)(x - e_3)$, ze kterého už snadno vychází pět projektivně různých typů křivek 3. stupně: 1) Z čísel e_1, e_2, e_3 jsou dvě komplexně sdružená a třetí reálné — kubika je jednodílná bez dvojného bodu nebo bodu vratu. 2) Všecka čísla e_i jsou reálná: α) $e_1 > e_2 > e_3$ — kubika je dvojdílná, skládá se z oválu a nekonečné větve; β) $e_1 = e_2 > e_3$ — kubika má dvojný bod; γ) $e_1 > e_2 = e_3$ — kubika má isolovaný bod; δ) $e_1 = e_2 = e_3$ — kubika má bod vratu. Každý z pěti typů má tuto vlastnost — označme ji J^3: Libovolná přímka (projektivní roviny, v níž kubika leží) jej protíná nejvýš ve třech bodech a vždy existuje přímka, která jej protíná právě ve třech bodech; přitom dotykový bod tečny (i inflexní) nebo průsečík přímky s trojným bodem či bodem vratu se počítá za jediný společný bod. Všimněme si ještě, že každou kubiku je možno složit z několika konvexních oblouků a tak každý typ geometricky popsat. Např. kubika, která se nerozpadá a nemá dvojný bod, je buďto typu 1) nebo 2δ); v prvním případě má tři inflexní body (jedna inflexní tečna je v nekonečnu) a skládá se ze tří konvexních oblouků s krajními body v nich, ve druhém případě má jediný inflexní bod a skládá se ze dvou konvexních oblouků, jejichž jedním společným krajním bodem je bod vratu a druhým inflexní bod (inflexní tečna je opět nevlastní). Podobně lze popsat i zbývající tři typy.

V r. 1914 učinil C. Juel pozoruhodný objev: V projektivní rovině má každá jednoduchá křivka C s vlastností J^3 (viz výše) tvar jako typ 1) nebo 2δ) (při vhodné poloze nevlastní přímky ovšem), tj. je výše uvedeným způsobem složena z konvexních oblouků. C. Juel ještě předpokládal, že křivka C je sjednocením konečného počtu konvexních oblouků, a že má spojitou tečnu. V r. 1925 ukázal O. Haupt, že Juelův druhý předpoklad je nadbytečný a první plyne též z vlastnosti J^3.

Připomeneme, jak J. Hjelmslev (= Petersen) definoval v r. 1926 kružnici oskulační a kružnici křivosti pro konvexní křivku Γ bez předpokladů o diferencovatelnosti: Buďte P, Q dva body na Γ a p opěrná přímka v bodu P. Uvažujme kružnice, které jdou body P, Q a dotýkají se v P přímky p. Kružnicí oskulační křivky Γ v „elementu" (P, p) se rozumí každá limitní poloha těchto kružnic pro $Q \to P$. Kružnice křivosti v (P, p) je pak každá limitní poloha takové kružnice, která jde bodem P a má střed v průsečíku normál křivky Γ v bodech P, Q (tj. kolmic k opěrným přímkám v těchto bodech) pro $Q \to P$. Středy oskulačních kružnic tvoří úsečku a stejně tak i středy kružnic křivosti; první je vždy obsažena ve druhé. Ukázalo se, že zvláštní význam mělo vyšetřování, kolik je na uzavřené konvexní křivce Γ vrcholů. Bez předpokladů o diferencovatelnosti se vrcholem rozumí takový bod na Γ, v jehož libovolném okolí existují čtyři body na Γ, kterými je možno proložit kružnici; při dostatečné diferencovatelnosti je to bod, v němž se anuluje derivace poloměru křivosti. Vrcholy jsou samozřejmě význačné body na Γ, které v jistém smyslu korespondují třeba inflexním bodům na kubice, v jejichž libovolném okolí vždy leží tři její body na přímce. Juelův problém o křivkách s vlastností J^3 je pak možno modifikovat takto: Jaký tvar mají rovinné čáry, které mají s každou kružnicí společné nejvýš čtyři body? Je známa např. dolní hranice pro počet bodů, v nichž je dosaženo čtyř průsečíků, tj. pro počet vrcholů podle dříve uvedené definice. Je to známá věta o čtyřech vrcholech, kterou pro ovály dokázal r. 1909 S. Mukhopadhyaya a pro Jordanovy křivky se spojitou křivostí A. Kneser v r. 1912. Bez předpokladů o diferencovatelnosti se dolní hranice pro vrcholy snižuje na 2.

Problematiku, kterou jsme tak na dvou různých příkladech naznačili, je možno formulovat společně v obecném tvaru: V topologickém prostoru G (v projektivní rovině v prvním příkladu anebo v euklidovské rovině ve druhém) je dán systém $\mathfrak{k}$ podmnožin K (přímek nebo kružnic), tzv. řádových charakteristik (Ordnungscharakteristiken). Je-li každá řádová charakteristika jednoznačně určena k body, označuje se k jako základní číslo (Grundzahl). O množině $M \subset G$ (čáry v obou příkladech) se říká, že má bodový řád m (Punktordnungswert) vzhledem k systému $\mathfrak{k}$, má-li M s každým prvkem $K \in \mathfrak{k}$ maximálně m bodů společných ($m = 3$ v prvním a $m = 4$ v druhém příkladu). Bod z M, v jehož libovolném okolí existuje m bodů, jimiž lze proložit nějaké $K \in \mathfrak{k}$, se nazývá řádově singulární (ordnungssingulär; inflexní body nebo vrcholy). Část z M, jejíž každá podmnožina má stejný bodový řád, se jmenuje řádově homogenní (ordnungshomogen; konvexní oblouky v prvním příkladu, které mají bodový řád ovšem 2). Problémy o geometrickém řádu (geometrische Ordnung — viz název knihy) jsou pak otázky o tvaru množiny M vzhledem ke $\mathfrak{k}$, tj. o jejich řádově homogenních podmnožinách (srv. první příklad), o řádově signulárních bodech (srv. zvláště druhý příklad) atp.

Kniha je rozdělena na tři části, z nichž první obsahuje systematický výklad o rovinných obloucích a uzavřených křivkách a druhá je věnována problematice v n-rozměrném projektivním prostoru a některých obecnějších prostorech. Třetí část je podrobným přehledem novějších i zcela nových výsledků, na nichž se zvláště podíleli M. Barner, D. Derry, F. Fabricius-Bjerre, N. D. Lane, A. Marchaud, P. Scherk, G. von Sz.-Nagy a oba autoři. Seznam literatury obsahuje okolo 300 prací asi osmdesáti autorů. Kniha je excelentním dílem — výběrem i zpracováním — novějšího odvětví geometrie, které vzniklo spojením problémů algebraické a diferenciální geometrie se silným topologickým akcentem nebo i poutem. Problematika je v podstatě názorná, ale řešení je velmi často obtížné a není pro ně universální metoda. Tyto dvě vlastnosti mohou být označeny jako základní rysy velmi rozsáhlého úseku geometrie, který je stále v prudkém vývoji. Kniha je dokladem, jak z řady původně isolovaných problémů na okraji klasických geometrických disciplin vznikalo nové odvětví. Současně ukazuje, že zdánlivý protiklad „konkrétní problém — obecná teorie“ je povrchní a že každý z jeho pólů vytváří a ovlivňuje druhý.

Závěrem uvedeme ještě malou ukázku z nejnovějších objevů. Plochou třetího stupně v projektivním trojrozměrném prostoru rozumějme uzavřenou množinu, jejíž průnik s libovolnou rovinou je buďto prázdný anebo křivka nejvýš třetího stupně v Juelově smyslu J^3 (kromě z počátku uvedených se připouštějí i degenerované případy) a alespoň pro jednu rovinu nedegenerovaná křivka třetího stupně. A. Marchaud v r. 1964 dokázal, že pro plochy S třetího stupně, které obsahují více než 7 přímek, jsou možny jen tyto případy: a) S je buďto kuželová plocha anebo ji obsahuje. b) S je přímková plocha s jednou nebo dvěma řídícími přímkami. c) Na S leží právě 8, 9, 10, 11, 12, 15, 16, 21 nebo 27 přímek.

Zbyněk Nádeník, Praha

Jiří Raichl, PROGRAMOVÁNÍ V ALGOLu. ACADEMIA, nakladatelství Československé akademie věd, Praha 1967 — cena vázaného výtisku 20,— Kčs.

Kniha je učebnicí mezinárodního programovacího jazyka ALGOL. Výklad se vyznačuje velmi dobrou srozumitelností a dále tím, že použití jazyka ALGOL je ukázáno na bohatém výběru příkladů z matematiky, techniky, ekonomie i administrativy. Z těchto důvodů ji lze vřele doporučit jako učebnici pro každého, kdo se chce seznámit s programováním v ALGOLu. Protože autor na několika místech diskutuje i otázky efektivnosti zvoleného způsobu naprogramování úlohy a dále některé semantické nejasnosti ALGOLu a s tím související potíže při konstrukci kompilátorů, bude kniha jistě prospěšná i odborníkům.

Kniha má následující obsah: V úvodní kapitole se čtenář seznámí s pojmem výpočtového procesu, principem práce samočinného počítače a zobrazením informace v počítači.

Ve druhé kapitole je vyložen pojem algoritmu, blokového schématu, jsou uvedeny příklady na algoritmizaci a nakonec se dospívá k pojmu programovacího jazyka.

Vlastní výklad jazyka ALGOL začíná ve třetí kapitole, kde jsou definovány základní pojmy a výrazy ALGOLu: abeceda, čísla, identifikátory, proměnné pole, aritmetické výrazy a standardní funkce.

Ve čtvrté kapitole se zavádějí příkazy, dosazovací příkazy, podmíněné příkazy, příkazy složené, příkazy skokové a příkaz cyklu.

Pátá kapitola obsahuje zavedení deklarací a bloků. Jsou vyloženy deklarace typu a polí, bloky, příkazy pro čtení a zápis a některé příklady.

Výklad procedur je podán v šesté kapitole. Jsou v ní popsány příkazy a deklarace procedur, funkční procedury, vyvolávání jedné procedury druhou, vykládá se též použití procedur a jsou vyloženy procedury definované rekurentně.

V sedmé kapitole autor vykládá boolské proměnné a výrazy, přepínače, podmíněné výrazy, řetězy a příkazy pro čtení a zápis.

V závěrečné osmé kapitole je naznačena historie vývoje ALGOLu, odchylky verzí pro konkrétní počitače od referenční verze ALGOLu, některé nejasnosti v revidovaném ALGOLu 60, IFIP SUBSET-ALGOL 60 a kapitola je zakončena zmínkou o Backusově normální formě, sloužící k formálnímu způsobu zavedení ALGOLu.

Na konci knihy je anglicko-český slovník termínů jazyka ALGOL 60 a seznam použité literatury.

Jaroslav Morávek, Praha

STUDIEN ZUR THEORIE DER QUADRATISCHEN FORMEN, Lehrbücher und Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften, Mathematische Reihe — Band 34, Birkhäuser Verlag Basel und Stuttgart 1968, 254 stran, 4 obr. Cena neudána.

Profesor B. L. van der Waerden, který spolu s H. Grossem tento sborník připravil, vybral serii devíti prací z klasické i moderní teorie kvadratických forem a doplnil ho přehledným úvodem a poznámkou o Gaussových výsledcích z teorie representace čísel binárními kvadratickými formami. Kromě práce prof. Waerdena z r. 1956 o teorii redukce jsou všechny zbývající práce dílem jeho žáků. Vznikly v letech 1957—66 na jeho semináři v Curichu; z větší části již byly publikovány. Velmi zhruba lze říci, že jednotlivé práce rozvíjejí řadu myšlenek starších autorů (Hurwitz, Jacobi, Brandt, Siegel, Eichler atd.) a obsahují řadu originálních významných výsledků.

Přejděme k jejich stručné charakteristice. Je-li dána n-nární positivně definitní kvadratická forma

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = f_{11}x_1^2 + f_{12}x_1x_2 + \ldots + f_{1n}x_1x_n + f_{22}x_2^2 + f_{23}x_2x_3 + \ldots + f_{nn}x_n^2$$

říkáme, že jiná forma f' je s ní ekvivalentní, existuje-li celočíselná lineární substituce s determinantem ± 1, která převádí f v f'. Tímto způsobem tedy definujeme třídy ekvivalentních forem. Je zřejmé, že formy jedné třídy mají stejný determinant a že pro celočíselné hodnoty proměnných nabývají stejného systému hodnot. Vzniká tedy otázka, jak lze charakterisovat jednotlivé třídy při zvoleném determinantu. Vydatným pomocníkem je zde tzv. teorie redukce, zpracovaná v binárním případě již Lagrangem a jejímuž výkladu v obecném případě je věnována práce prof. Waerdena. Kromě přehledného vybudování celé teorie (včetně např. Mahlerovy a Weylovy nerovnosti) obsahuje tato práce velmi jednoduchý důkaz tzv. „druhé věty o konečnosti". Zavedeme-li pojem redukované formy (v Minkowského smyslu tj. pro $k = 1, 2, \ldots, n$ platí $f_{kk} \leqq f(s_1, s_2, \ldots, s_n)$ pro všechna celá $s_1, s_2, \ldots, s_n$, pro něž je $(s_k, s_{k+1}, \ldots, s_n) = 1$), říká základní věta teorie, že v každé třídě ekvivalentních forem existuje forma redukovaná. Z definice je vidět, že podmínek pro redukovanou formu máme nekonečně mnoho. Tzv. „prvá věta o konečnosti" však říká, že lze vybrat jistý konečný počet podmínek, z nichž již ostatní plynou. „Druhá věta o konečnosti" řeší otázku o počtu celočíselných lineárních transformací s determinantem ± 1, které převádějí jednu redukovanou formu ve druhou. Waerdenův důkaz této věty je vtipně založen na analogické myšlence, jako (v podstatě od Schura a Bieberbacha pocházející) důkaz „prvé věty o konečnosti", tj. na odhadu absolutní hodnoty prvků matice příslušné transformace.

S teorii redukce jsou spjaty i tři práce, které se týkají positivně definitních kvaternárních kvadratických forem. O. Weber vyšetřuje třídy těchto (celočíselných) forem s diskriminantem 5 a 13 (diskriminant je v tomto případě šestnáctinásobek determinantu formy) a v obou případech ukazuje, že existuje jediná třída ekvivalentních forem. Pro diskriminant 5 vyšetřuje všechny transformace převádějící redukovanou formu opět v redukovanou (jde o celočíselné transformace s determinantem ± 1) a na základě Chapelonových výsledků dokazuje formuli pro počet vyjádření daného čísla m pomocí formy $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + xy + yz + zt$ (která representuje tedy všechny pos. definitní kvaternární formy s celými koeficienty a diskriminantem 5). Práce K. Germana obsahuje odvození tabulek všech redukovaných pos. def. kvaternárních celočíselných kvadratických forem s diskriminantem nepřesahujícím 64. German vyšetřuje podrobně i možnosti jejich ekvivalence i některé jemnější otázky (vlastní a nevlastní ekvivalenci). P. Höflinger v další práci vyšetřuje i rod těchto forem.

Práce E. Benze, P. Fuchse a P. Demutha mají jeden společný rys: obsahují aplikací dříve známých postupů neb obecných myšlenek na nalezení počtu representací daného čísla určitou pos. def. celočíselnou kvaternární kvadratickou formou. Obsáhlá Benzova práce obsahuje aplikaci thetafunkcí (Chapelonův postup) v případě dvou konkrétních forem (Benz v podstatě dokazuje správnost vzorců, které uvádí Liouville resp. Pepin). P. Fuchs využívá jistou Eichlerovu ideu (dochází však jen k dílčím výsledkům). P. Demuth využívá úspěšně jedné Siegelovy formule (dochází k výsledkům, které zahrnují všechny doposud známé formule).

Zbývající dvě práce považuji z celého sborníku za nejzajímavější a také nejlepší. Jejich rozsáhlost (čtvrtina sborníku) a terminologické potíže mne nutí bohužel ke stručnosti. G. Aeberli a H. Gross vycházejí v podstatě z Hurwitzovy myšlneky o využití kvaternionů při hledání počtu vyjádření daného čísla formou $x^2 + y^2 + z^2 + t^2 + (x + y + z)\,t$ ve směru, který ukázal H. Brandt skoro před padesáti lety. Základní myšlenka spočívá ve vyšetřování jistých zobecněných „algeber kvaternionů". Poznamenejme, že Aeberliho práce byla v r. 1957 poctěna cenou holandské mat. společnosti a dokazuje isomorfismus mezi grupoidem tříd ideálů v algebře kvaternionů a grupoidem tříd jistých forem s diskriminantem $D = m^2$, kdežto Grossova práce používá těchto výsledků k odvození počtu representací čísla kvadratickou formou ve velmi obecném případě (její diskriminant musí být čtvercem).

Závěrem možno říci, že sborník poskytuje pěkný přehled o současném stavu uvedené části teorie kvadratických forem. V celém složitém textu jsem nenalezl patrných nedostatků (nekontroloval jsem ovšem řadu tabulek a číselných výpočtů). Přesto, že jeho četba není snadná (např. dosti odrazuje skutečnost, že v jednotlivých pracech jsou znovu opakovány definice — někdy jen ve speciálním tvaru — což je nutno stále čísti, protože se vyskytují i definice nové), lze sborník doporučit všem zájemcům, již jako dokument, jak lze úspěšně pracovat i v klasických disciplinách.

Břetislav Novák, Praha

N. Bourbaki, ÉLÉMENTS DE MATHÉMATIQUE, Fasc. XXII: Théorie des ensembles, Chap. 4: Structures (Hermann, Paris 1966; deuxieme édition revue et diminuée).

Jak se praví hned na začátku, je cílem této kapitoly provést jednou provždy jisté konstrukce a důkazy často se vyskytující v matematice. Pojem struktura má precizovat intuitivní pojem množiny „na níž je něco dáno" (ať je to podmnožina, relace, systém částí, binární operace nebo zobrazení do reálných čísel atd. atd.). Autoru jde o co nejobecnější vymezení možných způsobů definice struktury na množině a souvisejících pojmů (morfismy). Jde přitom o vymezení *metamatematické* — je udán tvar takových definic, a to za jistých předpokladů o dokazatelnosti různých vztahů mezi formulemi použitými k definici. Jde tedy o obecné metamatematické schema zavádění jistých pojmů; konkretní teorie (viz příklady níže) jsou vždy dílčí aplikací tohoto schematu.

Celé pojetí je velmi obecné a velmi přesné, na druhé straně — obávám se — méně srozumitelné, zejména čtenáři, který se nesetkal s matematickou logikou. Zato se však domnívám, že k porozumění recensované kapitoly není nezbytné prostudovat formalizaci logiky a teorie množin právě v tom rouše, jak je podána v předchozích kapitolách Bourbakiho Teorie množin. Protože považuji myšlenky a koncepce recensovaného díla za velmi užitečné, pojímám tuto recensi spíše jako návod ke čtení a přehled užívaných pojmů. Je možno doporučit Bourbakiho Théorie des ensembles, Fascicule des résultats par. 8 jako přehled obsahu par. 1 recensované kapitoly. (Je k dispozici ruský překlad Teorie množin; souhrn výsledků najde čtenář též v ruském překladu Obecné topologie.)

$\mathfrak{P}(X)$ je term (výraz) označující množinu všech částí množiny X; $X \times Y$ je term, označující kartézský součin množin X, Y. Příklady „něčeho, co může být zadáno na množině X" uvedené výše můžeme postupně reformulovat takto: prvek množiny $\mathfrak{P}(X)$, $\mathfrak{P}(X \times X)$, $\mathfrak{P}(\mathfrak{P}(X))$, $\mathfrak{P}(X \times \times X \times X)$, $\mathfrak{P}(X \times R)$. To vede k myšlence, brát za „struktury" na nějaké množině (množinách) prvky některé z množin, které je možno z výchozích množin dostat iterovanou aplikací operace $\mathfrak{P}$ a $\times$. Každou z takových iterací nazývá autor stupněm (échelon).

1. Struktury, isomorfismy. Přesnou (metamatematickou) definici stupně můžeme podat takto: Buďte $X_1, \ldots, X_n$ proměnné (pro množiny). (a) Každá z proměnných X_i $(i = 1, \ldots, n)$ je stupeň nad $X_1, \ldots, X_n$. (b) Jsou-li A, B stupně nad $X_1, \ldots, X_n$, pak $\mathfrak{P}(A)$, $A \times B$ jsou *stupně* nad $X_1, \ldots, X_n$. (c) Každý stupeň vznikne ze stupňů sub (a) konečným počtem aplikací pravidla (b). Zdá se mi, že autorův pojem *schematu konstrukce stupně* je až příliš formální a přebytečný, pokud je čtenář ochoten připustit, že je jasné, co znamená dosadit do stupně $\mathcal{S}(X_1, \ldots, X_n)$ za proměnné $X_1, \ldots, X_n$ proměnné $X'_1, \ldots, X'_n$.

Každé zobrazení $f: X \to Y$ lze (v teorii množin) „kanonicky" rozšířit na zobrazení $\hat{f}: \mathfrak{P}(X) \to \to \mathfrak{P}(Y)$ a každá dvě zobrazení $f: X \to Y, g: X' \to Y'$ lze „kanonicky" rozšířit na zobrazení $(f \hat{\times} g): (X \times X') \to (Y \times Y')$. To dává možnost ke každému stupni $\mathcal{S}(X_1, \ldots)$ definovat, co je *kanonické rozšíření zobrazení* $f_1 : X_1 \to Y_1, \ldots$ na zobrazení $\langle f_1, \ldots \rangle^{\mathcal{S}} : \mathcal{S}(X_1, \ldots) \to \to S(Y_1, \ldots)$. V dalším se pro jednoduchost omezíme na stupně vytvořené z jediné proměnné (toto omezení dělá autor až od paragrafu 2).

Rodem struktury se rozumí 1) typizace, tj. nějaký stupeň $\mathcal{S}(X)$ (jehož prvkem má být libovolná struktura tohoto rodu na X), 2) nějaký axiom $R(X, S)$ vymezující požadavky kladené na prvek $S \in \mathcal{S}(X)$. Tento axiom musí splňovat požadavek přenosnosti, tj. v teorii množin musí být dokazatelné: Je-li f prosté zobrazení X na Y a $\hat{f}$ kanonické rozšíření f na $\mathcal{S}(X)$, pak jest $R(X, S)$ právě tehdy, když je $R(Y, \hat{f}(S))$.

Je-li Σ libovolný rod struktury, nazýváme *Σ-množinou* libovolnou dvojici (X, S) takovou, že $S \in \mathcal{S}(X)$ a $R(X, S)$. Jsou-li (X, S), (X', S') dvě Σ-množiny, je prosté zobrazení $f: X \to X'$ *isomorfismem* (X, S) a (X', S') právě tehdy, když pro kanonické rozšíření $\hat{f}$ zobrazení f na $\mathcal{S}(X)$ jest $f(S) = S'$. (Čtenář nechť si uvědomí, že bylo podáno schema definic: pro každý rod máme jednu definici.)

Ve zbytku paragrafu se zavádí pojem *vyvození* struktury z jiné (déduction), což je obecný pojem, pod nějž spadá např. „isolace" grupové struktury resp. topologické struktury ze struktury topologické grupy (tj. „zapomnění" topologie resp. grupové operace). *Ekvivalentní rody* jsou takové rody Σ_1, Σ_2, že existují termy $P(S)$, $Q(S)$ takové, že v teorii množin je dokazatelné: Pro každou Σ_1-množinu (X, S) (Σ_2-množinu (X, S')) je $(X, P(S))$ Σ_2-množina (($X, Q(S')$ Σ_1-množina) a přitom $Q(P(S)) = S$, $P(Q(S')) = S'$. (Př.: různé definice topologického prostoru.)

2. Morfismy, odvozené struktury (structures dérivées). Term $\sigma(X, S, X', S')$ je (vhodný jakožto) *definice morfismu mezi Σ-množinami* (Σ je rod struktury), jestliže v teorii množin je dokazatelné: 1) je-li $f \in \sigma(X, S, X', S')$, (X, S), (X', S') Σ-množiny, pak f je zobrazení X do X'; 2) jsou-li $(X, S), (X', S'), (X'', S'')$ Σ-množiny, $f \in \sigma(X, S, X', S')$, $g \in \sigma(X', S', X'', S'')$, je $g . f \in \sigma(X, S, X'', S'')$ ($g . f$ je složení zobrazení f, g). 3) Jsou-li (X, S), (X', S') Σ-množiny, pak f je isomorfismus těchto Σ-množin právě tehdy, když $f \in \sigma(X, S, X', S')$ a současně $f^{-1} \in \sigma(X', S', X, S)$.

Má-li σ tyto vlastnosti, pak definujeme v teorii množin: f je *σ-morfismus* $(X, S), (X', S')$, jestliže $f \in \sigma(X, S, X', S')$. Definice morfismu není dána rodem struktury Σ; např. pro strukturu topologických prostorů lze brát za morfismy spojitá zobrazení, ale také otevřená zobrazení. Dále se tedy předpokládá, že ke každému rodu, který se vyšetřuje, je zvolen nějaký pojem morfismu σ. Jsou-li (X, S), (X, S') dvě Σ-množiny, pak řekeneme, že struktura S je jemnější než S', jestliže identické zobrazení množiny X na sebe je morfismus (X, S) do (X', S'). Jsou-li (X_γ, S_γ) Σ-množiny pro $\gamma \in I$, X množina a jsou-li $f_\gamma : X \to X_\gamma$ zobrazení, pak (X, S) je *iniciální struktura* pro $(X_\gamma, S_\gamma, f_\gamma)$, jestliže pro libovolnou Σ-množinu (X', S') a zobrazení $g : X' \to X$ je g morfismus (X', S') do (X, S) právě tehdy, když pro každé $\gamma \in I$ je $f_\gamma . f$ morfismus (X', S') do (X_γ, S_γ). Existuje-li takováto iniciální struktura, je jediná (nejhrubší Σ-struktura na X). Příklady: Vzor struktury (X, S) v zobrazení f: $Y \to X$. 2) Speciálně, je-li f z minulého příkladu injekce, nazývá se příslušná iniciální struktura struktura indukovaná na podmnožině Y. 3) Produkt struktur (X_γ, S_γ) je iniciální struktura příslušná projekcím kartézského součinu množin X_γ na jednotlivé složky. Duálně jsou vyšetřovány finální struktury.

3. Universální zobrazení. Buď dán rod Σ a pojem morfismu σ, dále proměnná E a term $\alpha(X, S)$ tak, že v teorii množin je dokazatelné: 1) je-li $f \in \alpha(X, S)$, pak f je zobrazení E do X($f \in \alpha(X, S)$ čti tedy: f je α-zobrazení E do (X, S)); 2) jsou-li (X, S), (X', S') Σ-množiny, g morfismus (X, S) do (X', S') a f α-zobrazení E do (X, S), pak $g . f$ je α-zobrazení E do (X', S'). Za těchto předpokladů definujme v teorii množin: Σ-množina (F_E, S_E) a α-zobrazení g_E množiny E do (F_E, S_E) jsou *universální*, jestliže pro každé α-zobrazení g množiny E do (X, S) (kde (X, S) je libovolná Σ-množina) existuje jediný morfismus f (F_E, S_E) do (X, S) takový, že $g = f . g_E$. Existuje-li (F_E, S_E), g_E, nazývá se řešení problému universálního zobrazení. Existuje-li, je určeno jednoznačně až na isomorfismus.

Je formulována postačující podmínka pro existenci řešení problému universálního zobrazení. Příklady pojmů, které jsou speciálnímu případy řešení problému universálních zobrazení: 1) volné algebraické struktury (E je množina generátorů), 2) podílové těleso oboru integrity, 3) tensorový součin (komutativních modulů ($E = A \times B$; $(F_E, S_E) = A \otimes B$; α-zobrazení jsou bilineární zobrazení $A \times B$ do libovolného modulu); 4) rozšíření okruhu operátorů v modulu; 5) zúplnění uniformního prostoru; 6) Stone-Čechova kompaktifikace (Σ-množiny jsou kompaktní prostory; E je úplně regulární prostor; α-zobrazení jsou spojitá zobrazení E do kompaktních prostorů); 7) volné topologické grupy; 8) kompaktní grupa asociovaná topologické grupě; 9) Albanezovy variety.

Tyto tři paragrafy zabírají polovinu sešitu; druhá polovina je pozoruhodný padesátistránkový historický přehled k tematice kapitol 1—4 Teorie množin, uvedený Leibnizovým citátem „*Domnívám se, že několik vybraných lidí může věc dovršit během pěti let*“. (Jistě nepotřebuje komentáře.) Odstavce: Formalizace logiky. Pojetí pravdy v matematice. Objekty, modely, struktury. ((a) Objekty, struktury. (b) modely, isomorfismy. (c) aritmetizace klasické matematiky.) Teorie množin. Paradoxy teorie množin a krize základů. Metamatematika.

Petr Hájek, Praha

UNIVERSITAS BRUNENSIS 1919—1969. Vydala Universita J. E. Purkyně v Brně. Redigovali O. Borůvka, F. Hejl, J. Macůrek, J. Sajner. 422 str. 40,— Kčs.

Publikace vydaná k 50. výročí založení brněnské university je věnována přehledu hlavních vědeckých výsledků pracovníků všech fakult university za celou dobu jejího trvání. Matematickou část (str. 203—217, angl.) zpracovali O. Borůvka, M. Novotný, K. Svoboda, F. Šik.

V krátkém úvodu je vzpomenuto prvého profesora matematiky na brněnské universitě Matyáše Lercha. Na tento úvod navazují čtyři kapitoly přinášející přehled výsledků z matematické analýzy, algebry, topologie a geometrie.

Vl. Doležal, Praha