Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 96 (1971), No. 1, 109--113

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/117705

RECENSE

MATHEMATISCHE HILFSMITTEL DES INGENIEURS. Vydávají Robert Sauer a István Szabó. *Část druhá:* Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1969. XX + 684 strany, 148 obrázků. Cena DM 136,—.

Druhá část příručky vychází po dílu prvém a třetím, o nichž byla řeč v Čas. pěst. mat. *94* (1969), str. 480—482; nedodržení pořadí jednotlivých částí však neznamená pro čtenáře žádnou újmu, neboť jednotlivé oddíly čtyřdílné příručky tvoří víceméně samostatné celky. Svazek třetí je tvořen dvěma oddíly:

D. Willi Törnig: *Počáteční problémy pro obyčejné a parciální diferenciální rovnice* (292 strany).
E. Lothar Collatz a Rüdiger Nicolovius: *Okrajové úlohy a problémy vlastních hodnot pro obyčejné a parciální diferenciální rovnice a pro integrální rovnice* (377 stran).

Druhá část příručky je tedy věnována jedné ze základních disciplin matematické analýzy — teorii a praxi diferenciálních (a integrálních) rovnic. Zajímavé a neobvyklé je členění knihy: Místo obvyklého dělení na rovnice obyčejné a parciální je zde třídění prováděno podle toho, o *jaký typ problému* se jedná. A tak jsou v části D vyšetřovány nejen obyčejné diferenciální rovnice (kap. I) a parciální diferenciální rovnice prvního řádu (kap. II), ale i rovnice hyperbolické (kap. III) a parabolické (kap. IV). Protože jde o obsahově velmi široké pole, je pochopitelné, že musel být proveden jistý výběr; přesto však jsou u parciálních diferenciálních rovnic vyšetřovány nejen obligátní lineární úlohy, ale i problémy nelineární (přesněji kvazilineární), a je učiněno zadost i rostoucí důležitosti přibližných metod řešení. Všude se ovšem jedná jen o náznaky, podrobně jsou zkoumány jen některé počáteční úlohy, u nichž existuje uzavřená teorie. Autor se omezuje převážně na rovnice druhého řádu a ve značné míře i na dvourozměrný případ. Vzhledem k tomu, že se jedná o příručku a že autor byl předem omezen dovoleným rozsahem této části, je to pochopitelné; teprve podrobnější zkušenosti s používáním knihy těmi, jimž je především určena, tj. techniky, ukáže, do jaké míry byl výběr subjektivní. Autor je si tohoto úskalí vědom a snaží se mezery, k nimž byl nucen, alespoň částečně zaplnit odkazem na další literaturu.

Část E této knihy je pak věnována okrajovým úlohám a problémům vlastních čísel, a to nejen pro rovnice diferenciální, ale i integrální. Lze ji charakterizovat podobně jako část D; různorodost jejího obsahu je patrna už z názvů jednotlivých kapitol: Okrajové úlohy pro obyčejné diferenciální rovnice a pro integrální rovnice (kap. I) a pro parciální diferenciální rovnice (kap. II), úlohy teorie potenciálu a další problémy matematické fyziky (kap. III), problémy vlastních čísel u diferenciálních a integrálních rovnic (kap. IV), vztahy z variačního počtu (kap. V), exaktní řešení a úvod do numerických metod (kap. VI), diferenční a kvadraturní metody (kap. VII) a konečně iterační metody (kap. VIII). Již z tohoto výčtu je vidět, že výklad může být těžko homogenní. Autoři vedle partií takřka klasických (u nichž předpokládají s odkazem na existující literaturu čtenáře již zasvěceného) uvádějí i partie moderní, obecnější, v nichž jsou vyloženy metody, použitelné nejen u diferenciálních rovnic; zde je pak výklad podrobnější. Ačkoliv L. Collatz je přímo autorem jen čtvrté kapitoly, nese celá část E výraznou pečeť jeho stylu, jak ho známe např. z knihy Funkcionální analýza a numerická matematika. Numerickým aspektům je v této části knihy věnována též značná pozornost.

Pokud jde o obecnou charakterizaci této části příručky, lze jen opakovat to, co už bylo řečeno v recenzi části první a třetí. Členění této druhé části je tedy značně netradiční a v předložené formě mi nepřipadá příliš přesvědčující; je to však bezpochyby zajímavý a užitečný pokus, který lze uvítat stejně jako celý záměr s vydáním této příručky.

Alois Kufner, Praha

Jaques-Louis Lions: CONTRÔLE OPTIMALE DE SYSTÈMES GOUVERNÉS PAR DES ÉQUATIONS AUX DÉRIVÉES PARTIELLES. Dunod a Gauthier-Villars, Paříž 1968. XIV + 426 stran. Cena 97 F.

V průběhu posledních patnácti let se značně rozvinula teorie optimální regulace pro systémy, popsané obyčejnými diferenciálními rovnicemi; s jednou z fundamentálních monografií tohoto oboru měl český čtenář možnost seznámit se v překladu*). Méně podrobné a všestranné bylo vyšetřování těchto otázek pro systémy, popsané parciálními diferenciálními rovnicemi. Lionsova kniha je jednou z prvních monografií v této disciplíně; shrnuje mj. též řadu výsledků, roztroušených po různých časopisech, a znamená značný krok vpřed v rozvoji této moderní matematické teorie.

Monografie vychází v edici „*Études mathématiques*" a uvádí ji předmluva P. Lelonga, který tuto edici řídí. V úvodu podává autor krátkou, ale přesto (či právě proto) velmi výstižnou charakterizaci základů a úkolů teorie optimální regulace; domnívám se, že tato část úvodu knihy stojí za ocitování:

„Teorie optimální regulace (deterministická) vychází z těchto dat:

(1) z jisté *regulace* u z množiny $\mathcal{U}_{ad}$ (z množiny „přípustných regulací");

(2) ze *stavu* $y(u)$ regulované soustavy, který je pro hledané u dán jako řešení rovnice

$$A\, y(u) = \text{dané funkci proměnné } u\,;$$

zde je A (známý) operátor, který „reprezentuje" regulovaný systém (A je „modelem" tohoto systému);

(3) z *pozorování* $z(u)$, které je (známou) funkcí stavu $y(u)$;

(4) z „*funkce nákladů*" $J(u)$ (tzv. „ekonomická funkce"), která je definována pomocí nezáporné číselné funkce $\Phi(z)$ na „prostoru pozorování" předpisem

$$J(u) = \Phi(z(u))\,.$$

Hledá se (což je problém variačního počtu)

$$\text{infimum } J(u) \quad \text{pro} \quad u \in \mathcal{U}_{ad}\,.$$

Teorie si klade tyto cíle:

(i) nalézt nutné (nebo nutné a postačující) podmínky pro extrém či extrémy (nebo minima);

(ii) studovat strukturu a vlastnosti rovnic, vyjadřujících tyto podmínky;

(iii) nalézt konstruktivní algoritmy, kterých by bylo možno užít při numerické aproximaci toho (nebo těch) $u \in \mathcal{U}_{ad}$, které realizuje zmíněné infimum (a kterému se říká „optimální regulace")."

Kniha je rozdělena do pěti kapitol. Kapitola první nese název „*Minimalizace funkcionálů a jednostranné* („unilatéraux") *okrajové úlohy*" a má spíše úvodní charakter. Je zde mj. zkoumán problém minimalizace definitní nebo semidefinitní kvadratické formy, definované na konvexní množině Hilbertova prostoru, a jako aplikace jsou zkoumány tzv. jednostranné okrajové úlohy,

*) Potrjagin, L. S.; Boltjanskij, V. G.; Gamkrelidze, R. V.; Miščenko, E. F.: *Matematická teorie optimálních procesů.* SNTL, Praha 1964.

které jsou jednoduchými prototypy úloh, vyšetřovaných v dalším. Jde o okrajové úlohy tohoto typu: $Au = f$ na oblasti Ω, kde A je eliptický operátor druhého řádu, s „jednostrannými“ okrajovými podmínkami tvaru $u \geqq 0$, $(\partial u/\partial n) - g \geqq 0$ a $u[(\partial u/\partial n) - g] = 0$ na hranici Γ oblasti Ω.

Jádro monografie tvoří další tři kapitoly, pojednávající o optimální regulaci soustav, popsaných rovnicemi eliptickými (kap. 2), parabolickými (kap. 3) a hyperbolickými (kap. 4). Jsou zde dokázány věty o existenci a jednoznačnosti optimální regulace, udávají se nutné a postačující podmínky optimality a je zkoumána řada dalších vlastností. Vedle lineárních soustav jsou (i když v menší míře) vyšetřovány i jednoduché nelineární systémy. Výklad se opírá o moderní teorii parciálních diferenciálních rovnic; autor zde podstatně využívá výsledků, které společně s E. Magenesem vyložil v díle *Problèmes aux limites non homogènes et applications* (Dunod, Paříž 1968).

Závěrečná pátá kapitola, nazvaná „*Regularizace, aproximace a penalizace*“, je věnována především otázce různých numerických metod, vhodných pro efektivní praktické řešení výše zkoumaných úloh. Knihu doplňuje rozsáhlý seznam literatury a před první kapitolou je uveden ještě seznam užívaných symbolů.

I když jde o náročnou monografii, je svým jasným způsobem výkladu, přehledností a množstvím zajímavých příkladů přístupná dosti širokému okruhu čtenářů. Orientaci usnadňují i podrobné bibliografické poznámky na konci každé kapitoly. Kniha tak podává další důkaz, že její autor je nejen významným matematikem, ale i vynikajícím pedagogem.

Základem knihy byla autorova přednáška na Faculté des Sciences v Paříži ve školním roce 1965—66; v létě roku 1967 nabyla konečného tvaru a v roce 1968 byl dokončen její rukopis. Uvědomíme-li si, že kniha ještě téhož roku vyšla a že informace stárnou rychleji než cokoliv jiného, nemůžeme zatím než autorovi a jeho čtenářům závidět.

Alois Kufner, Praha

FUNKTIONALANALYTISCHE METHODEN DER NUMERISCHEN MATHEMATIK. Sborník. Birkhäuser Verlag, Basel 1969. Str. 143, cena 24,— sFr.

Od 19. 11. do 25. 11. 1967 se konala v Oberwolfachu (NSR) konference o funkcionálně-analytických metodách v numerické matematice. Sborník patnácti příspěvků byl připraven L. Collatzem a H. Ungrem a vyšel v Birkhäuser Verlag v roce 1969 v edici ISNM (International Series of Numerical Mathematics).

Sdělení obsažené ve sborníku je možno rozdělit do několika skupin (uvádím vždy autora s kratičkým obsahem)

1. Iterační metody (*H. Amann* — Řešení rovnic Hammersteinova typu pomocí teorie monotónních operátorů; *H. P. Helferich* — Rychlost konvergence jisté modifikace Newtonovy metody s aplikacemi na okrajovou úlohu).
2. Problémy optimalizace numer. výpočtů (*J. Nitsche* — O rychlosti konvergence optimálního diferenčního schématu pro Dirichletův problém).
3. Intervalová technika (*R. R. Moore* (USA) — Krátký přehled možnosti použití a aplikace na řešení rovnice na pevný bod).
4. Variační metody (*H. Leipholz* — Souvislost mezi Grammelovou a Galerkinovou metodou).
5. Rovnice evolučního typu (*R. Ansorge* — Konvergence diferenční metody k slabému řešení okrajové úlohy pro nelineární $u_t = A(t)u$).
6. Matematické programování (*F. Fazekas* (Maďarsko) — přehledný článek o „Vial-Centre-Location“ a pokračování ve sdělení z konference o problémech optimalizace 1967 (*L. Collatz, W. Wetterling*) o SMA algoritmech).
7. Teorie aproximací — tomuto tématu byla věnována veliká pozornost. Sdělení byla většinou dosti teoretická. (*E. Schock* — Nejlepší aproximace v jaderných prostorech; *P. J. Laurent* (Francie) — Aproximace konvexními množinami včetně přibližného řešení (analogie Remesova

algoritmu); *B. Brosowski* — Kritéria Kolmogorovova typu pro nabývání nejlepší aproximace; *K. Hofmann* — stejná tématika jako Brosowski; *J. Blatter* — Aproximace racionálními funkcemi v integrální normě (pouze stručný obsah); *H. van Iperen* (Holandsko) — Aproximace pomocí polynomů Bernsteinova typu (optimalita vzhledem k volbě jistého parametru); *H. Werner* — Čebyševovské aproximace pomocí exponenciálních součtů).

Jaroslav Milota, Praha

C. Müller: FOUNDATIONS OF THE MATHEMATICAL THEORY OF ELECTROMAGNETIC WAVES. Springer-Verlag, Berlin—Heildelberg—New York, 1969. 8 obr., VII + 353 str., vázané DM 58,—

Předmětem recenzované knihy je vyšetření vztahů mezi elektromagnetickým polem a proudy (jak prostorovými, tak povrchovými), jež jsou popsány Maxwellovými rovnicemi. V kapitole IV. je tento problém řešen v homogenním prostředí (tj. dielektrická konstanta a permeabilita jsou konstatní), zatímco v kapitole VI. je vyšetřován problém difrakce a to v několika speciálních případech, jež jsou pro praxi obzvláště významné. Chování elektromagnetického pole je vyšetřováno jednak uvnitř, jednak vně jisté omezené plochy; v druhém případě autora především zajímají asymptotické vlastnosti pole. Konečně ve stručných kapitolách VII. a VIII. je studován problém odrazu a polarizace v nekonečnu. Ostatní kapitoly jsou věnovány pomocným matematickým výsledkům. V kapitole I. jsou vyloženy základy vektorové analýzy. Kapitola II. se zabývá sférickými a Besselovými funkcemi. V kapitole III. se formuluje a přesně matematicky dokazuje velká řada vět o lokálním i asymptotickém chování řešení Helmholtzovy rovnice (v autorově terminologii redukované vlnové rovnice) $\Delta u + k^2 u = 0$ pro konstantní i nekonstantní k. V kapitole V. jsou uvedeny některé základní pojmy a výsledky z funkcionální analýzy. Tuto knihu jest třeba uvítat jako jednu z mála těch knih, které řeší důležité fyzikální problémy exaktními matematickými metodami.

Otto Vejvoda, Praha

H. Cramér: RANDOM VARIABLES AND PROBABILITY DISTRIBUTIONS (Náhodné veličiny a rozložení pravděpodobností). Vyšlo jako 36. svazek sbírky Cambridge Tracts in Mathematics and Mathematical Physics v Cambridge University Press, 1970; třetí vydání, 118 stran, cena 35 s.

Nikomu, kdo se jen trochu seriózněji zabýval matematickou statistikou, není třeba autora této knížky představovat: jméno švédského matematika Haralda Craméra je natrvalo spojeno s obdobím rozkvětu matematické statistiky, kterou pomáhal vybudovat svou známou monografií Matematické metody statistiky. I když toto jeho velké dílo poněkud zastínilo starší Cramérovu knížku o náhodných veličinách a zákonech rozložení — s níž má ovšem v podstatě společný úvodní výklad základních pojmů teorie pravděpodobnosti pomocí teorie míry a integrálu — není pochyby o tom, že i ona patří dodnes ke stěžejním dílům literatury z oboru teorie pravděpodobnosti.

Chceme-li plně docenit význam této menší Cramérovy knížky (tzv. „malého Craméra"), musíme si uvědomit, v jakém stavu byly teorie pravděpodobnosti a statistika v době, kdy vyšlo její první vydání. Bylo to v r. 1937, nedlouho po tom, co se objevily Kolmogorovovy Grundbegriffe, jimiž byly po dlouhém vývoji konečně položeny skutečně solidní a moderní základy teorie pravděpodobnosti jako ryze matematické disciplíny, na nichž od té doby téměř všichni další staví. Společně s Grundbegriffe byla i Cramérova knížka signálem začátku nové epochy v rozvoji teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky. Bylo to průkopnické dílo, které v duchu nových principů souborně zpracovávalo jedno z ústředních témat teorie pravděpodobnosti: problematiku z okruhu tzv. centrální limitní věty.

I když od této doby uplynulo již více než třicet let, nelze považovat Cramérovu knížku za pouze historickou záležitost; o tom ostatně svědčí již samotná skutečnost, že byla znovu — již potřetí — vydána. Kdežto druhé vydání z r. 1962 bylo oproti prvnímu jen velmi málo změněno, byla pro toto třetí vydání přepracována významná sedmá kapitola o odhadech rozdílů mezi distribuční funkcí součtu n nezávislých náhodných veličin a příslušnou limitní distribuční funkcí normální; bylo tu využito některých novějších výsledků (Berryova-Esseenova nerovnost). Také jinak byla knížka poněkud zmodernizována. Dá se tedy očekávat, že nové vydání „malého Craméra" znovu vzbudí zájem mezi odborníky.

František Zítek, Praha

J. F. Adams: LECTURES ON LIE GROUPS. W. A. Benjamin, Inc., New York—Amsterdam, 1969. Stran XII + 182, cena neudána.

Účelem knihy je podati základní materiál o Lieových grupách, který se předpokládá při čtení moderních prací např. Borelových a Bottových.

V prvních dvou kapitolách jsou zavedeny základní pojmy. Definují se diferencovatelné variety, Lieovy grupy, pro exponenciální zobrazení se dokazuje jeho hladkost a další přirozené vlastnosti. Torus T^n je definován jako R^n/Z^n, kde R^n je grupa při sčítání a Z^n je množina bodů s celočíselnými souřadnicemi. Hlavní věty druhé kapitoly říkají, že souvislá abelovská Lieova grupa je tvaru $T^a \times R^b$ a každá uzavřená podgrupa Lieovy grupy je Lieovou podgrupou.

Třetí kapitola je věnována elementární teorii representací. Nechť Λ je některé z klasických těles: R (reálná čísla), C (komplexní čísla) nebo Q (kvaterniony). Jestliže G je topologická grupa, definujeme ΛG-prostor jako vektorový prostor V nad Λ, dim $V < \infty$, s daným spojitým homomorfismem $\theta : G \to \mathrm{Aut}\, V$. Jsou uvedeny základní konstrukce s ΛG-prostory (tenzorový součin atd.). První důležitou větou této kapitoly je tvrzení, že ΛG-prostor je direktním součtem ireducibilních ΛG-podprostorů pro G kompaktní. Nechť V a W jsou ΛG-prostory. ΛG-zobrazení je Λ-lineární zobrazení, pro něž $f(gv) = g(fv)$ pro každé $g \in G$, $v \in V$; ΛG-isomorfismus je ΛG-zobrazení, ke kterému existuje inversní. ΛG-prostory V a W se nazývají ekvivalentní, jestliže jsou ΛG-isomorfní. Nyní důležitá definice: Nechť G je kompaktní topologická grupa, potom $K_\Lambda(G)$ je volná abelovská grupa generovaná třídami ekvivalence ireducibilních ΛG-prostorů; elementy z $K_\Lambda(G)$ se nazývají virtuálními G-prostory. Standardní metodou pro studium grupy $K_\Lambda(G)$ je teorie charakterů, která je rozvinuta v dalším. Kapitola končí nalezením grupy $K_C(T^k)$.

Čtvrtá kapitola pojednává o maximálních torech v kompaktních souvislých Lieových grupách. V následujících kapitolách je probrána obvyklá teorie kořenů, representací a speciálně komplexních representací klasických kompaktních grup, tj. nalezení grup $K_C(G)$.

Alois Švec, Praha