Časopis pro pěstování matematiky

Recense

Časopis pro pěstování matematiky, Vol. 97 (1972), No. 4, 421--430

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/117777`

Časopis pro pěstování matematiky, roč. 97 (1972), Praha

RECENSE

J. L. Lions, E. Magenes: PROBLÈMES AUX LIMITES NON HOMOGÈNES ET APPLICATIONS. Díl 3. Dunod, Paříž 1970. XVIII + 328 stran. Cena 94 F.

Dva význační odborníci v teorii parciálních diferenciálních rovnic — profesor pařížské university a profesor university v Pávii — sepsali a nakladatelství Dunod vydalo *třídílnou* monografii. Do redakce však řízením osudu (či pošty) došel pouze poslední díl; dodejme tedy pro úplnost, že první díl vyšel v roce 1968, má XX + 372 stran a stojí 94 F, zatím co druhý díl, který vyšel v témže roce, má XVI + 252 stran a stojí 71 F. Tato recenze se pochopitelně týká celé trilogie, která vyšla jako sv. 17, 18 a 20 v edici *Travaux et recherches mathématiques,* řízené A. Lichnerowiczem.

Trilogie je věnována *lineárním* problémům. Nehomogenní okrajovou úlohou nazývají autoři tuto úlohu: Je-li $\mathcal{O}$ otevřená množina v $\mathbf{R}^N$ s hranicí $\partial\mathcal{O}$, F jistý prostor funkcí definovaných na $\mathcal{O}$ a G_j ($j = 1, \ldots, \nu$) jisté prostory funkcí definovaných na $\partial\mathcal{O}$ a konečně f resp. g_j dané funkce z F resp. G_j, jest najíti funkci u z prostoru $\mathcal{U}$ tak, aby platilo

$$Pu = f \text{ na } \mathcal{O}\,, \quad Q_j u = g_j \text{ na } \partial\mathcal{O} \quad (j = 1, \ldots, \nu)\,, \tag{1}$$

kde P a Q_j jsou dané lineární diferenciální operátory na $\mathcal{O}$ a $\partial\mathcal{O}$. Operátory Q_j se přitom mohou na části hranice $\partial\mathcal{O}$ anulovat (jinými slovy: podmínka $Q_j u = g_j$ má být splněna jen na části $\partial\mathcal{O}$) — to nastává velmi často v okrajových úlohách evolučního typu.

Prostory $\mathcal{U}$ a $\{F; G_j\}$ lze ovšem volit velmi rozmanitým způsobem: autoři to v předmluvě ilustrují na příkladu Dirichletova problému pro Laplaceovu rovnici, kde klasická formulace úlohy pracuje s jinými prostory než zobecněná formulace, používající aparátu Sobolevových prostorů. Při jistém zjednodušení lze říci, že autoři si v monografii kladou tento úkol: určit takové třídy prostorů $\mathcal{U}$ a $\{F; G_j\}$, které s okrajovou úlohou (1) souvisejí „přirozeným" způsobem a jsou přitom vhodné i pro aplikace. Jedná se jim ovšem vždy o volbu takových prostorů, které zaručují jednoznačnou řešitelnost úlohy (1) a spojitou závislost řešení u na daných funkcích f a g_j. Tento úkol tedy autoři řeší pro daný systém operátorů $\{P; Q_j\}$, přičemž svůj postup dělí na tyto etapy: (i) studují *regularitu* problému (1) (tj. předpokládají, že f a g_j jsou v jistém smyslu regulární, a usuzují pak na odpovídající regularitu řešení u); (ii) *transpozicí* etapy (i) zkoumají řešení problému (1) pro f a g_j z prostorů distribucí; (iii) *interpolací* etap (i) a (ii) pak dospívají k „intermediárním" výsledkům.

Již první etapa poskytuje mnoho možností, které autoři z pochopitelných důvodů nevyčerpávají. Vycházejí v etapě (i) v podstatě ze dvou hledisek a tato hlediska také dělí trilogii na dvě odlišné části. První část tvoří oba první díly. Zde autoři vyšetřují problém (1) pro některé speciálnější třídy operátorů $\{P, Q_j\}$ v Sobolevových prostorech hilbertovského typu (autoři je značí H^s resp. $H^{2s,s}$). V etapě (i) uvažují prostory kladného řádu ($s > 0$, i když může být necelé), transpozicí z etapy (ii) však dospívají i k prostorům záporného řádu. První kapitola, nazvaná „Hilbertovská teorie prostorů stop a interpolačních prostorů", je věnována vlastnostem všech takových prostorů, kterých se pak v dalším podstatně využívá. Má tedy pomocný charakter, současně však podává velmi pěkný přehled teorie Sobolevových prostorů. V kapitole druhé, nazvané „Eliptické operátory. Hilbertovská teorie" je pak vyšetřován případ, kdy operátor P je eliptický (je pak značen A) s odpovídajícími hraničními operátory B_j (které zde zastupují operátory Q_j), zatím co v kapitole třetí („Variační evoluční rovnice") jsou uvažovány především okrajové úlohy pro operátory P typu $(\partial/\partial t) + A$, $(\partial^2/\partial t^2) + A$ a $(\partial/\partial t) + iA$. Tyto tři kapitoly tvoří *první* díl. Díl *druhý* je pak věnován především podrobnějšímu vyšetřování speciálních evolučních rovnic. Základní množina $\mathcal{O}$ zde má tvar $Q = \Omega \times (0, T)$, kde Ω je oblast v $\mathbf{R}^N$ s hranicí Γ, a značná část čtvrté kapitoly, nazvané „Parabolické evoluční rovnice. Hilbertovská teorie" je věnována definici a vlastnostem různých (anisotropních) Sobolevových prostorů na oboru Q; aparát těchto prostorů hraje v dalších částech tohoto dílu důležitou roli. Pátá kapitola je pak věnována obdobnému studiu hyperbolických rovnic (ve smyslu Petrovského) a rovnic Schrödingerova typu. V kapitole šesté jsou výsledky obou předcházejících kapitol aplikovány na úlohy optimální regulace, které jsou popsány evolučními rovnicemi, a druhý díl uzavírá dodatek, nazvaný „Okrajové úlohy a prodlužování operátorů" a obsahující charakterizaci všech korektně formulovaných úloh pro rovnice, uvažované v předchozích odstavcích knihy.

Třetí díl pak tvoří zmíněnou druhou část trilogie, odlišující se od první části tím, že v etapě (i) autoři vycházejí z prostorů funkcí nekonečně diferencovatelných nebo analytických nebo z tříd funkcí Gevreyova typu; etapa (ii) pak umožňuje zkoumání okrajové úlohy (1) v prostorech distribucí, analytických funkcionálů a ultradistribucí Gevreyova typu. Přístup zde užitý je méně obvyklý a také obtížnější než v části první. Potíže jsou topologického rázu a souvisejí mj. s tím, že se zde už nemusí jednat o Hilbertovy nebo Banachovy prostory. Proto je třetí díl uveden kapitolou 7, nazvanou „Skalární a vektorové ultradistribuce" a obsahující minimum, nutné pro pochopení dalších partií knihy. Následující kapitoly pak představují analogii kapitol 3—6: jsou zde z daného hlediska zkoumány rovnice eliptické (kap. 8), obecné evoluční rovnice (kap. 9), parabolické rovnice (kap. 10) a rovnice hyperbolické (kap. 11). Je třeba poznamenat, že v této druhé části trilogie se autoři soustřeďují na první dvě z výše zmíněných tří etap. Celá monografie je pak uzavřena dodatkem, jehož obsah vystihuje název: „Variační počet v prostorech Gevreyova typu".

Tolik tedy velmi stručně k obsahu díla, z něhož je snad patrno, že se zde jedná o moderní teorii parciálních diferenciálních rovnic, využívající bohatě metod funkcionální analýzy. Pro ilustraci uveďme charakteristickou formulaci jednoho z výsledků (autoři ji uvádějí v předmluvě): Jedná se o Dirichletovu úlohu pro Laplaceovu rovnici

$$\Delta u = f \text{ na } \Omega\,, \quad u = g \text{ na } \Gamma\,,$$

kde Ω je oblast v $\mathbf{R}^N$ s hranicí Γ, a jedno z tvrzení kapitoly 2 říká, že *operátor* $u \to \{\Delta u, u|_\Gamma\}$ *je isomorfismem prostoru* $H^{s+2}(\Omega)$ *na kartézský součin* $H^s(\Omega) \times H^{s+3/2}(\Gamma)$ *pro každé* $s \geqq 0$.

Podle textu na záložce bude kniha „zajímat matematiky čisté i aplikované, především pak odborníky v parciálních diferenciálních rovnicích a v teorii regulace, kteří najdou v knize i velký počet otevřených problémů, které mohou být předmětem jejich dalšího zkoumání". Trilogie tedy poslouží těm, kteří se chtějí *teorii* parciálních diferenciálních rovnic hlouběji zabývat, a bude pro ně dobrým odrazovým můstkem i zdrojem inspirace. K orientaci čtenáře ve složité a rozsáhlé problematice přispívá i (u Lionsových knih už tradiční) bohatý a zasvěcený přehled po literatuře, který je obsažen v komentáři k jednotlivým kapitolám. Tento komentář a seznam otevřených problémů různého stupně obtížnosti také každou kapitolu uzavírá. Postrádal jsem u této monografie rejstřík, který by jistě přispěl k orientaci čtenáře v kvantu materiálu, obsaženého v trilogii; je ovšem třeba říci, že celé dílo působí velmi přehledným dojmem a že obsah jednotlivých dílů je členěn velmi detailně.

Trilogie představuje završení jedné etapy rozvoje moderní teorie parciálních diferenciálních rovnic a český čtenář jistě uvítá skutečnost, že se připravuje ruský překlad, který mu bude dostupnější než francouzský originál.

Alois Kufner, Praha

Jean-Pierre Kahane: SÉRIES DE FOURIER ABSOLUMENT CONVERGENTES. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970. VIII + 170 stran. Cena DM 44,—.

Teorie Fourierových řad je jednou z nejhezčích partií matematické analýzy, a ačkoliv její kořeny sahají dosti daleko do minulosti, je stále zdrojem nových idejí. Dokazuje to i posuzovaná kniha, jejímž předmětem je studium funkcí z třídy A — tj. třídy funkcí spojitých na kružnici, jejichž Fourierova řada konverguje absolutně — a funkcí z třídy $A(E)$, tvořené restrikcemi funkcí z A na uzavřenou množinu E na kružnici.

První kapitola shrnuje známé výsledky o Fourierových řadách spojitých funkcí a obsahuje vedle definic základních tříd funkcí i některé jejich vlastnosti. Kapitola druhá nese název „Deskriptivní teorie", čímž je míněno srovnání vlastnosti funkce f patřit do A s jinými vlastnostmi (především jsou to podmínky na modul spojitosti, konečnost variace funkce f apod.); tato problematika má svůj původ již v pracích Bernštejnových, jehož výsledky se však zde objevují v novém světle. Jsou tu uvedeny podmínky nutné a postačující k tomu, aby funkce patřila do A resp. do $A(E)$, a též řada zajímavých příkladů a protipříkladů. Další vlastnosti tříd $A(E)$ lze zkoumat pomocí pseudoměr (= spojitých lineárních forem na A); to je předmětem kapitoly třetí a čtvrté. Pomocí metody, pocházející od M. G. Krejna, je ve čtvrté kapitole dokázáno, že jistá podmínka, nutná k tomu, aby $f \in A(E)$, je postačující za jistých předpokladů o E; na příkladu, který sestrojili Katznelson a McGehee, je současně ukázáno, že tato podmínka není postačující vždy. Dále jsou zde studovány Helsonovy množiny, tj. takové množiny E, že každá funkce spojitá na E už patří do $A(E)$. Pátá kapitola je věnována problematice harmonické (nebo spektrální) syntézy, tj. úloze hledat množiny E, pro něž je prostor $M(E)$ měr soustředěných na E slabě hustý v prostoru $PM(E)$ pseudoměr na E. Kapitola šestá se zabývá zkoumáním asymptotického chování normy $\|e^{inf}\|_A$ pro $n \to \infty$ (třída A je Banachova algebra, v níž je norma funkce definována jako součet absolutních hodnot jejích Fourierových koeficientů); tento problém souvisí úzce s klasickou větou Wienerovou-Lévyovou o složených funkcích. Sedmá kapitola je věnována studiu Kroneckerových a Dirichletových množin; v osmé kapitole je k dosažení nových výsledků užito metody tensorových algeber, kterou zavedl Varopoulos v roce 1965, a je zde ukázána též zajímavá souvislost s algebrou absolutně konvergentních Walshových-Fourierových řad. Devátá kapitola se zabývá otázkou isomorfismu dvou algeber $A(E)$ a $A(E')$, kapitola desátá lakunárními řadami a předmětem jedenácté kapitoly je shrnutí některých výsledků o absolutně konvergentních Taylorových řadách.

Kniha je doplněna třemi stránkami bibliografických poznámek, rozsáhlým seznamem literatury (172 citací), jmenným a věcným rejstříkem a seznamem označení. Úvod ke knize podává zasvěcený přehled o širších souvislostech vyšetřované problematiky i o historii předmětu.

I při poměrně malém rozsahu obsahuje knížka řadu moderních výsledků a odkrývá nové zajímavé pohledy i na výsledky již klasické. Je psána dosti stručným stylem a vyžaduje mj. též dobré znalosti z funkcionální analýzy. Ačkoliv je členěna velmi účelně do krátkých paragrafů, nezdá se mi její celkové uspořádání nejpřehlednější. Také označení není vždy vhodně voleno — uveďme např. symboly $\mathrm{e}^{\mathrm{inf}}$ a e^{iuf}, kde k matení čtenáře přispívá též občasné střídání kursivy a antikvy v exponentu.

Kniha předpokládá zasvěceného čtenáře, které v ní však vedle poučení najde v řadě otevřených problémů i podněty pro svou další práci.

Alois Kufner, Praha

J. Lévy-Bruhl: INTRODUCTION AUX STRUCTURES ALGÉBRIQUES. Vydal Dunod, Paris 1968, 323 str., cena váz. 76 F.

Kniha se skládá ze 7 kapitol hlavního textu, za nimiž následuje 5 dodatků. Vznikla z autorových přednášek na Faculté des Sciences de Reims a autor pro její četbu nepředpokládá žádné speciální předběžné znalosti. Kapitoly 0 a 1 mají úvodní charakter a jsou věnovány jednak přehledu základních pojmů a faktů týkajících se množinového a algebraického jazyka používaného dále v knize, jednak výkladu elementárních faktů o základních algebraických strukturách jako jsou grupoidy, kategorie, struktury s vnější operací, okruhy a tělesa, algebry a moduly. Po tomto úvodním výkladu se přistupuje ke studiu již méně elementárních vlastností algebraických struktur. Přitom základní autorova idea výkladu je idea částečně uspořádané altebraické struktury, jejíž operace je kompatibilní s relací uspořádání (kapitola 2). Ve třetí kapitole se vykládá teorie grupoidů s involucí, které jsou objektem vlastní autorovy vědecké práce. V rámci této teorie je též vyložena teorie homomorfismů algebraických struktur i teorie binárních relací. Podrobnějšímu studiu některých klasických kategorií je věnována čtvrtá kapitola; celkem lze říci, že kategorie jsou vyloženy čistě algebraickým způsobem. Pátá kapitola je věnována kategoriím s involucí, šestá radikálům a sedmá pojednává o relacích modularity a normality ve svazech a polosvazech. Obecný způsob výkladu, jakož i snaha nezatěžovat příliš hlavní text, vedly autora k tomu, že aplikacím teorie vyhradil místo na konci knihy v pěti dodatcích, které lze chápat též jako cvičení. Dodatek A pojednává o některých aplikacích algebraických struktur v souvislosti s konečnými množinami, např. aplikace v kombinatorické analýze a teorii matic. Dodatek B je věnován studiu množiny částí grupoidu (normalita, centralizátor, komutátory aj.). Některým speciálním příkladům ideálů a radikálů je věnován dodatek C a dodatek D pojednává o speciálních příkladech a aplikacích kategorií (např. kategorie množin, kategorie grup, diferenciální moduly aj.). V posledním dodatku E se autor zmiňuje o distributivních svazech, Booleových algebrách, logických teoriích a topologických svazech.

Jaroslav Morávek, Praha

Bernard Roy: ALGÈBRE MODERNE ET THÉORIE DES GRAPHES ORIENTÉES VERS LES SCIENCES ÉCONOMIQUES ET SOCIALES, tome 2, Dunod, Paris 1970 — 753 stran.

Jde o druhý díl knihy, o jejímž prvním dílu pojednávala recense v čísle 3 ročníku *95* tohoto časopisu. Kniha je rozdělena do pěti kapitol, přičemž jejich číslování navazuje na číslování kapitol prvního dílu, začíná tedy šestou kapitolou. Jsou to tyto kapitoly: VI. Sous-ensembles de sommets remarquables d'un graphe. VII. Arrangements remarquables d'arcs ou d'arêtes d'un graphe. VIII. Problèmes d'ordonnancement et ensembles de potentiels sur un graphe. IX. Problèmes de circulation et flots sur un graphe. X. Procédures d'exploitation, procédure par séparation et évaluation progressive et description segmentée.

V prvním dílu byly vyloženy základní pojmy teorie grafů; v druhém dílu přistupuje autor nejprve k hlubšímu zkoumání jednotlivých vlastností grafů. Tyto vlastnosti jsou rozděleny do prvních dvou kapitol podle toho, zda se týkají určitých podmnožin uzlů nebo určitých vzájemných uspořádání uzlů a hran. V šesté kapitole se zkoumá číslo vnitřní a vnější stability, úplné podgrafy, jádro grafu, centrum, poloměr grafu, base a antibase orientovaného grafu, kořen grafu a řezy grafu. Sedmá kapitola se zabývá extremálními podgrafy o daném stupni souvislosti, cestami extremální délky, eulerovskými a hamiltonovskými tahy a jejich zobecněními (tzv. „hyperparcours préeuleriens et préhamiltoniens“). Osmá kapitola zevrubně podává teorii potenciálu na grafu. Devátá kapitola se zabývá problémy toku na grafu, v podstatě tedy dopravními problémy. Konečně desátá kapitola zkoumá obecné metody řešení problémů uvedených v předešlých kapitolách. Stejně jako v prvním dílu je za každou kapitolou řada příkladů, rozdělených na teoretické a praktické (označené písmenem T nebo P).

V celé knize se v maximální míře přihlíží k možným aplikacím, zejména ekonomickým. Ráz knihy je veskrze praktický; není tu příliš mnoho teoretických vět, zato je tu však řada algoritmů pro řešení různých úloh. Ve srovnání s prvním dílem jde o knihu značně náročnější, její četba je dosti obtížná. Stejně jako první díl je i tento určen spíše pro ekonomy, pro matematiky však rozhodně není bez významu.

Bohdan Zelinka, Liberec

G. Szász: THÉORIE DES TREILLIS. Akadémiai kiadó, Budapest, 1971.

Po maďarském vydání této knihy, které vyšlo r. 1959, následovalo vydání německé (1962) a anglické (1963). Německé vydání bylo recenzováno v Časopise pro pěstování matematiky *88* (1963), str. 377.

Proti německému vydání nedoznala francouzská verze podstatných změn. Změny se týkají zejména přesunu některých paragrafů a rozdělení některých paragrafů na dva. Nově je vložen § 25 o kompaktních prvcích a kompaktně generovaných svazech. Jím je uveden paragraf o svazu podalgeber algebry, jenž představuje významný příklad kompaktně generovaných svazů. Jiný příklad udává věta 85, rovněž neobsažená v německém vydání. Nečetné nově zařazené vložky (jako např. odstavec s pokazem na nemožnost obrácení věty 36, pojem konvexní podmnožiny v § 6, věta 81 v § 54) a nezbytné formální úpravy, související s dělením paragrafů, mění tvářnost díla jen nepatrně. Úhrn cvičení je rozšířen asi o 30 úloh, seznam literatury o 50 titulů. Kniha je pěkně typograficky upravena a přes poněkud rozšířený obsah má jen 227 stran proti 251 stranám německého vydání.

František Šik, Brno

L. M. Blumenthal, K. Menger: STUDIES IN GEOMETRY. W. H. Freeman and Company, San Francisco 1970. Str. XVI + 512.

Předmětem knihy, určené pokročilým studentům a jejich učitelům, jsou vztahy různých geometrických teorií k algebře a topologii. L. M. Blumenthal napsal části I (Geometrie svazů) a III (Metrická geometrie), K. Menger pak části II (Projektivní a příbuzné struktury) a IV (Teorie křivek). Úvod začíná L. M. Blumenthal takto:

»„Algebraický" pojem *svazu* a „geometrická" idea *metrického prostoru* jsou dva důležité objevy, které sjednocují rozsáhlé oblasti matematiky. Ačkoliv dějiny matematiky naznačují, že velcí matematikové minulosti dosáhli svých klasických výsledků řídíce se antickým návodem *divide et impera,* moderní badatelé učinili mnoho ze svých nejpozoruhodnějších příspěvků přijetím velmi odlišného principu *conjuge et impera* (spoj a panuj).«

K. Menger končí předmluvu slovy:

»Dále je jiná skupina, která může těžit ze studia této knihy — studenti filosofie. Nejen filosofové vědy, ale každý filosof by měl rozumět sjednocujícím aspektům některých moderních matematických teorií, detailům některé zvláštní axiomatické partie a postupu vysvětlujících pojmů, které nejsou nikde ukázány jasněji než v teorii křivek. Filosofové, kteří o tom pochybují, by si měli připomenout slavná slova, která Platón napsal na bránu své akademie: *Nechť nevstupuje nikdo, kdo nezná geometrii.*«

Část I (str. 3—132) začíná teorií svazů a jejími geometrickými hledisky. Pokračuje studiem abstraktní geometrie, kterou založil L. M. Blumenthal před necelými dvaceti lety. Každým dvěma elementům a, b z Booleovy algebry B se přiřadí v B „vzdálenost" $d(a, b) = ab' + a'b$, kde čárkou je označen komplement. Tato vzdálenost má formální vlastnosti metriky. Kongruence dvou útvarů z B se definuje jako jedno-jednoznačná příbuznost mezi jejich elementy, zachovávající vzdálenost. Po studiu pohybu jakožto kongruence B s B je závěr věnován topologickým vlastnostem prostoru B.

Část II (str. 135—233) obsahuje aplikaci teorie svazů na projektivní geometrii. Východiskem je známé Birkhoffovo začlenění. První oddíl obsahuje axiomatiku projektivní geometrie na algebraickém základě. Druhý pokračuje studiem projektivních a příbuzných rovin a trojrozměrných prostorů včetně konečných projektivních rovin, obsahuje Coxeterův důkaz Hessenbergova teorému a ústí v aplikace na Einsteinovu-Minkowskiho kinematiku.

Část III (str. 237—387) začíná kapitolou 6 s „metrisačním programem" — určit ty vlastnosti, které má „vzdálenost" v normovaném lineárním prostoru navíc oproti situaci v obecném metrickém prostoru. Pokračuje pak kapitolami 7 a 8 o metrických postulátech pro Banachovy a euklidovské prostory. Kapitola 9 o integrální geometrii metrických oblouků má v čele důvtipnou Schoenbergovu konstrukci rovnostranné lomené čáry [s délkou strany $\lambda(n)$] vepsané do oblouku, pokračuje studiem rektifikovatelnosti, vztahem $l = \lim_{n \to \infty} n \, . \, \lambda(n)$ pro délku l oblouku a končí vyšetřováním kontinua K s tou vlastností, že (zhruba řečeno) ke každému bodu z K existuje okolí, v němž z každé trojice bodů z K lze utvořit tupý úhel; K je pak buďto oblouk nebo jednoduchá uzavřená křivka. Nejrozsáhlejší kapitoly 10 (str. 319—361) a 11 (str. 362—387) jednají o metrisaci křivosti oblouku a plochy. Těchto kapitol si všimneme podrobněji.

Část IV (391—506) patří topologické teorii křivek, podnícené neočekávaným Peanovým objevem z roku 1890 o spojitém zobrazení úsečky a nezávisle rozvinuté ve dvacátých letech P. Urysohnem a K. Mengerem, který ve spolupráci s G. Nöbelingem shrnul svou teorii v knize „Kurventheorie" (Leipzig—Berlin 1932, reprint New York 1967). Její podstatné části autor nově rekapituluje a doplňuje.

Vraťme se nyní ke kapitolám 10 a 11 o křivosti.

Buďte q, r, s tři vzájemně různé body kontinua K. Křivostí bodové trojice $\{q, r, s\}$ se rozumí podíl $k_M(q, r, s) = 2(\sin \sphericalangle qrs) : qs$ a metrickou křivostí v bodě $p \in K$ pak $k_M(p) = \lim k_M(q, r, s)$ pro $q, r, s \to p$. Jedna ze základních vět říká: Má-li K v každém bodě konečnou křivost, je K buďto rektifikovatelný oblouk anebo rektifikovatelná jednoduchá uzavřená křivka (tj. homeomorfní s kružnicí). Pro analytickou křivku dává $k_M(p)$ v jejím regulárním bodě p klasickou první křivost. Podobně, jen vycházeje z čtveřice bodů v K, se definuje metrická torse. Protějšek k určenosti křivky přirozenými rovnicemi v klasické diferenciální geometrii v E_3 pak zní: Nutná a postačující podmínka, aby dva analytické oblouky v E_3 s positivní metrickou křivostí a torsí byly kongruentní, je existence jedno-jednoznačné korespondence mezi jejich body, která zachovává oblouk i metrickou křivost a metrickou torsi. Jsou uvedeny ještě jiné definice metrické křivosti a torse a je obsáhle vyšetřována jejich ekvivalence.

Daleko obtížnější jsou analogie pro plochy. Budiž $Q = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ čtveřice bodů metrického prostoru M. Tato čtveřice má — v Blumenthalově terminologii — vnořenou křivost $K(Q) = k = 0$ resp. >0 resp. <0, lze-li ji kongruentně vnořit do euklidovské roviny resp. kulové plochy s křivostí k resp. hyperbolické roviny s křivostí k. Nikoliv každá čtveřice má vnořenou křivost a ne vždy je vnořená křivost určena jednoznačně. V roce 1936 vyslovil A. Wald definici křivosti, která pro kompaktní a metricky konvexní prostory splývá s Gaussovou křivostí, definovanou v geodetických souřadnicích jako součinitel ve známé diferenciální rovnici 2. řádu pro koeficient první základní formy. M má v hromadném bodě p Waldovu křivost $K_W(p)$, jestliže k libovolnému $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ tak, že pro každou čtveřici $Q = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$ z M, pro niž $pp_i < \delta$ ($i = 1, 2, 3, 4$), platí $|K_W(p) - K(Q)| < \varepsilon$. Kapitola vrcholí modifikací, jíž Waldovu křivost podrobil W. Kirk v roce 1964, a srovnáním s křivostí, kterou zavedl W. Rinow v knize „Die innere Geometrie der metrischen Räume", Berlin 1961.

Zbyněk Nádeník, Praha

Herbert Busemann: RECENT SYNTHETIC DIFFERENTIAL GEOMETRY. Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1970. Str. VI + 110. (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, sv. 54.)

Je to třetí kniha známého amerického geometra k stejné tematice. První byla „Metric Methods in Finsler Spaces and in the Foundations of Geometry", Princeton 1942, druhá pak (*) „The Geometry of Geodesics", New York 1955 (ruský překlad 1962). Její podstatné části pojal nově W. Rinow v knize „Die innere Geometrie der metrischen Räume", Berlin—Göttingen—Heidelberg 1961. S problematikou souvisí volněji i společná učebnice H. Busemanna a P. Kellyho „Projective Geometry and Projective Metrics", New York 1953 (ruský překlad 1957), kap. IV o Minkowskiho a Hilbertově geometrii.

Nová syntetická diferenciální geometrie — co znamenají tyto přívlastky? Nejsnadněji objasníme první. Kniha velmi úzce navazuje na monografii (*). Je jejím pokračováním, shrnuje autorovy objevy i výsledky jiných geometrů za posledních patnáct let a podává tak nejnovější přehled o stavu nauky, kterou H. Busemann založil.

V představách mnoha našich matematiků splývá diferenciální geometrie s tensorovým anebo Cartanovým počtem. Vskutku se často nelze ubránit dojmu, že metoda je v ní povýšena nad obsah. И. M. Яглом v předmluvě k ruskému překladu knihy (*) mluví o „bakchanálii indexů" a ani vnější formy nejsou prosty nebezpečí podobného sklouznutí. Reakcí na komplikovaný analytický aparát je v diferenciální geometrii hodně, ale nejvýrazněji a nejrozsáhleji se prosadily tři směry. Jeden založil A. Д. Александров knihou „Внутренняя геометрия выпуклых поверхностей", Moskva 1948 (německý překlad 1955), druhý L. Blumenthal*) dílem „Theory and Applications of Distance Geometry", Oxford 1953, další pak H. Busemann. Diferencovatelnost je v Busemannově geometrii nahrazena požadavkem existence geodetické čáry spojující dva body s možností prodloužení za ně.

Nechť R je topologický prostor s body $x, y, \ldots$ a nechť v $R \times R$ je definována vzdálenost xy splňující požadavky $xx = 0$, $xy \geqq 0$, ale nikoliv nutně $xy = yx$. Úsečkou $T(x, y)$ se rozumí Jordanův oblouk mezi x a y, který je isometrický s intervalem délky xy na číselné ose; $T(x, y)$ lze tedy se spojitou funkcí $z(t)$, $t \in \langle\alpha, \alpha + xy\rangle$, vyjádřit ve tvaru $z(\alpha) = x$, $z(\alpha + xy) = y$ a pro $t_1 < t_2$ $z(t_1)\, z(t_2) = t_2 - t_1$. Geodetika v R je spojitý a lokálně isometrický obraz číselné osy do R. Při ní je $t \in (-\infty, \infty)$ a kolem každého t existuje interval, v němž platí (**). Geodetika je přímka, platí-li (**) pro všecka $t_1 < t_2$. Jak ukázal zvláště E. M. Zaustinsky asi před deseti lety, lze teorii prostorů se souměrnou vzdáleností přenést na nesymetrický případ alespoň v důležitých situacích. Autor se v (*) i v recensované knize omezil — nikoliv tedy jen pro jednoduchost — na souměrnou vzdálenost a obšírně studuje tzv. G-prostory, definované těmito požadavky: Jsou metrické, finitně kompaktní a k daným dvěma bodům existuje úsečka, kterou lze jediným způsobem lokálně prodloužit za koncový bod. Písmeno G připomíná geodetiku. Připojme hned ukázku intesivní práce a obtížné otevřené problematiky: Už v (*) dokázal autor, že jedno- a dvourozměrné G-prostory jsou topologické variety. Otázku z (*), zda je tomu tak i pro dimensi 3, zodpověděl positivně před třemi roky B. Krakus a v recensované knize uvádí autor jeho důkaz. Pro konečnou dimesi > 3 je však problém zatím nepřístupný.

Možnost jednoznačného prodloužení geodetiky byl první krok k diferenciální geometrii. Naznačíme ještě další, asi zřetelnější. Je-li xyz geodetický trojúhelník v Riemannově prostoru a y', z' středy stran s vrcholy x, y a x, z, pak křivost tohoto prostoru je nikoliv positivní tehdy a jen tehdy, když $2y'z' \leqq yz$. Tato vlastnost přirozeně vede k definici, podle níž má G-prostor zápornou (nulovou) křivost, jestliže pro nedegenerované trojúhelníky $2y'z' < yz$ $(2y'z' = yz)$. Připojme, že tato definice umožnila přenést na G-prostory teorii Riemannových prostorů nekladné křivosti. Máme tak další z neformálních náběhů k představě, proč v názvu knihy je přívlastek „diferenciální". Stejně stručně uveďme ještě jiný důvod. Busemannova teorie zahrnuje Finslerovy prostory (n-rozměrný Finslerův prostor se pojímá jako n-rozměrná topologická varieta, která je opatřena diferencovatelnou strukturou a na které každému jejímu bodu a každému vektoru z n-dimensionálního afinního prostoru je předpisem, splňujícím jisté podmínky, přiřazeno číslo) a umožňuje i oprostit se od lokálního studia, na které se klasické metody nutně omezovaly. V Busemannově pojetí nesouvisí tedy označení „diferenciální" vůbec s metodou. Vystihuje studium prostorů, které byly dříve výhradní doménou aplikací diferenciálního počtu.

„Syntentická" geometrie — to zní velmi příjemně některým našim geometrům, kteří nechtějí vidět posun různých disciplín. Ale Busemannova „syntetická diferenciální" geometrie nemá vůbec nic společného se starou známou syntetickou geometrií, v níž třeba vyrýsování kuželosečky z pěti

*) Srv. recensi knihy L. M. Blumenthal, K. Menger: „Studies in Geometry", San Francisco 1970, v Čas. pěst. mat. *97* (1972), 425—426.

jejích bodů patřilo k obligátním úkolům. Jeho pojmenování není ani analogií k projektivní diferenciální geometrii, která je sjednocením dvou geometrií — projektivní a diferenciální. Busemannovo adjektivum „syntetická" označuje eliminaci analytických metod.

G-prostor, v němž všecky geodetiky jsou přímky, nazývá autor stručně přímkový. Teorie těchto prostorů — recensovaná kniha obsahuje i její zobecnění — vede k hluboké analyse rovnoběžnosti a kolmosti a široce rozvíjí otázky, které D. Hilbert zhustil ve čtvrtém problému své slavné přednášky na pařížském kongresu v roce 1900*). Souvislost se základy geometrie je podtržena axiomatickým postupem, ale ještě více historickým vývojem. V něm není jistě pro nás bez zajímavosti, že k prvnímu soustavnému rozvoji Hilbertovy problematiky, z níž H. Busemann vyšel, došlo v Praze — zasloužili se o to L. Berwald**) a P. Funk (1886—1969), kteří působili na bývalých pražských německých vysokých školách a na jejichž práce autor i v recensované knize úzce navazuje.

Přípojme závěrem, že Busemannova teorie se váže i k variačnímu počtu i k teorii relativity. Jde za Darbouxův pokus založený na klasické Eulerově rovnici („Leçons sur la théorie générale des surfaces" III, Paris 1894) určit v rovině všecky variační problémy, jejichž řešeními jsou přímky. Při indefinitní metrice zahrnuje Lorentzův prostor a umožňuje i studium obecnějších případů. Těchto vztahů se už recensovaná kniha nedotýká.

Její četba je mnohem obtížnější než studium monografie (*). Je daleko stručnější, sevřenější, důkazy jsou často jen naznačeny. Bez znalosti (*) je z větší části nepřístupná.

Zbyněk Nádeník, Praha

I. Gumovski, C. Mira: L'OPTIMISATION — LA THÉORIE ET SES PROBLÈMES (Monographies universitaires de mathématiques), Dunod, Paris 1970, XI + 327 str.

Recenzovaná kniha je rozšířený překlad díla obou autorů „Optimization in control theory and practice", které vyšlo v nakladatelství Cambridge University Press v roce 1968. Recenze původní verze byla otištěna v časopise Aplikace matematiky *14* (1969), 6, str. 85.

Jde o pozoruhodné syntetické dílo věnované hledání extrémů funkcionálů jak v pojetí úloh variačního počtu tak úloh optimální regulace. Ukazuje se, že optimalizační úlohy přirozeným způsobem vedou k okrajovým úlohám pro parciální diferenciální rovnice. Některé úlohy variačního počtu, potom jsou speciálním případem zobecněného Huyghensova principu — tento přístup k variačním úlohám pochází od C. Carathéodoryho. Autoři v tomto směru rozšiřují teorii optimální regulace a ukazují že současné metody optimalizace (Eulerovy rovnice, princip maxima (Pontrjagin), princip dynamického programování (Bellman)) jsou speciálními případy této teorie.

Ve srovnání s anglickou verzí knihy je tato verze rozšířena o několik odstavců týkajících se pojmu strukturální stability a na několika místech je zdokonalen původní text.

Pro zájemce je kniha k dispozici v knihovně Matematického ústavu ČSAV v Praze.

Štefan Schwabik, Praha

Harold R. Jacobs: MATHEMATICS, A HUMAN ENDEAVOR. Freeman & Comp., San Francisco 1970. xvii + 529 str., cena neuvedena.

V deseti kapitolách pojednává autor o tématech z různých odvětví matematiky — o posloupnostech, funkcích, křivkách, logaritmech, pravidelných mnohoúhelnících, o kombinatorice, statistice i topologii. Snaží se ukázat možné aplikace probíraných témat a oživuje látku pokusy,

*) Srovnej recensentův článek „Čtvrtý Hilbertův problém", Pokroky matematiky a fyziky *17* (1972), 16—23.

**) Jeho nekrolog se soupisem prací je v Čas. pěst. mat. *92* (1967), 229—238.

matematickými hříčkami, řadou obrázků, grafů a fotografií i kreslenými vtipy a krátkými comicsy (zejména známého amerického kreslíře J. Harta), které často souvisí s látkou jen velmi vzdáleně. Jednotlivé kapitoly jsou doplněny řadou cvičení rozmanitého charakteru. K některým cvičením jsou uvedena řešení; těžko však posoudit důvody, proč právě to či ono řešení bylo vynecháno.

Je dost těžké rozhodnout, komu je knížka určena. Její podtitul zní „Učebnice pro ty, kteří si myslí, že nemají rádi matematiku". Zpracováním a konec konců i výběrem látky se však blíží knihám typu „zábavné matematiky". Čtenáři — nematematikovi poskytne jistě řadu zajímavých poznatků i náměty k přemýšlení. Srovnáme-li ji však s klasickým dílem H. Steinhause, které vyšlo již v r. 1938, nezdá se, že by její přínos odpovídal třiceti letům dalšího vývoje matematiky.

Jiří Jarník, Praha

F. L. Bauer, G. Goos: INFORMATIK, 1. díl, Springer-Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1971 (Heidelberger Taschenbücher, Sammlung Informatik), stran XII + 213 (110 obr.), cena brož. výtisku DM 9,80.

Kniha je první částí připravovaného dvoudílného přehledného úvodu do oblasti informatiky (= nový název pro computer science). Je napsána tak, aby jí bylo možno použít jako podkladu pro dvousemestrovou úvodní přednášku (informatika byla nedávno zavedena na vysokých školách v NSR jako samostatný studijní obor). Hlavní náplní informatiky jsou otázky, které souvisí s programováním pro počítače. Toto téma také tvoří jádro recenzované knihy. Kromě toho autoři pro úplnost přehledu zařadili do knihy některé části další, jejichž cílem je stručnou formou jednak ozřejmit všeobecné základy informatiky, jednak ukázat, jak spolu souvisí speciální témata, kterým jsou v rámci studia informatiky věnovány samostatné přednášky. Názvy jednotlivých kapitol knihy jsou tyto: 1. Informace a zpráva. 2. Pojmové základy programování. 3. Strojové algoritmické jazyky. 4. Sítě a obvody.

Kniha je napsána přístupně, přitom však moderním způsobem a obsahuje značné množství konkrétního materiálu. Jejím nejvýznačnějším rysem je nesporně to, že za základ, na kterém jsou ve 2. kapitole demonstrovány principy výstavby programovacích jazyků, je vzat Algol 68. V textu tohoto druhu je to patrně poprvé. Autoři vycházejí z názoru, že v teorii programování je účelné postupovat od obecného ke speciálnímu a vyhnout se zprvu technickým komplikacím, které jsou podmíněny speciálními vlastnostmi jednotlivých počítačů a nepřispívají k vyjasnění podstaty věci. Tomuto stanovisku podřizují způsob výkladu a uspořádání látky.

V 1. kapitole jsou shromážděny údaje a instruktivní příklady, které osvětlují povahu znaků a způsoby kódování zpráv. Jsou též mj. připomenuty některé hlavní výsledky z teorie informace. V ústřední, 2. kapitole knihy jsou postupně probrány základní pojmové konstrukce, na kterých spočívají moderní programovací jazyky: objekty (jsou to dvojice, zahrnující jak označení, tak i hodnotu), jména (jakožto objekty s tzv. referenční hodnotou), proměnné, operace a formule, procedury, parametry, bloky, seznamy, pole atd. Závěrem je zařazeno několik příkladů konkrétních programů. I když se výklad neváže na nějaký jednoznačně určený programovací jazyk, je veden v duchu Algolu 68, s použitím obdobných syntaktických prostředků, ovšem podaných podstatně jednodušším způsobem a bez formálních definic. Je zdůrazněna sémantická stránka věci, výklad má deskriptivní charakter. Autoři se zmiňují o tom, že přesnější analýza některých zatím pouze nadhozených otázek bude obsažena ve 2. dílu knihy. 3. kapitola je věnována převodu původních programů do strojových jazyků (při použití tříadresového a pak jednoadresového principu), způsobu zpracování formulí z hlediska použití paměti, využití kolaterálních (paralelních) výpočtů, realizaci podprogramů atd. Výklad se opět soustřeďuje především na podstatu věci. Závěrečná 4. kapitola přechází stručnou formou k další konkretizaci: Je věnována booleovským funkcím, jejich realizaci pomocí binárních sítí, sítím s paměťovými elementy a popisu skutečného uspořádání jednotlivým funkčních částí počítačů (spolu se zmínkou o hranicích současné technologie).

Dosáhnout cíle, který si autoři v knize vytkli, je úloha značně nesnadná. Je známo, jaké potíže jsou spojeny s volbou základního hlediska, ze kterého by měl vycházet výklad obecných principů programování, aby byl srozumitelný, aby se však přitom neomezoval na popis receptů, použitelných pouze ve speciálních případech. Vyjít přitom z koncepcí Algolu 68, dnes nejbohatšího a pojmově nejpropracovanějšího programovacího jazyka, je idea odvážná, ale přitažlivá a recenzent se domnívá, že v budoucnu půjde i řada dalších autorů podobným směrem. Nejde přitom ani tak o to reprodukovat právě formální rysy Algolu 68, ale o to vyjít ze stupně analýzy podstaty programování, kterého v tomto jazyce bylo dosaženo. Autoři recenzované knihy našli takovou cestu a v tom je nesporně jejich zásluha. Praxe ukáže, nakolik jejich pojetí bude záhodno modifikovat resp. výklad doplnit. Nelze si totiž dělat iluze v tom, že jde o látku přístupnou. Analýza programování algoritmických procesů je přinejmenším tak komplikovaná (navíc dosud není definitivně uzavřena) jako analýza sémantiky a syntaxe formálních jazyků, kterou provádí matematická logika; dokonce jde v některých směrech dále, protože zahrnuje řadu nových konstrukcí. Na druhé straně existuje u programování jistá výhoda v tom, že nesprávná analýza se zpravidla reálně projeví nežádoucími situacemi ve výpočtovém mediu. V tom smyslu má význačné místo kontrola na konkrétních příkladech. K osvětlení některých zvlášť důležitých základních pojmů jako je např. jméno nebo proměnná by skutečně přispělo, kdyby byly v textu knihy bezprostředně ilustrovány pomocí příkladů. Tím by bylo možno kompensovat fakt, že zvolený, ne zcela formální způsob podání necharakterizuje tyto pojmy dostatečně úplně. Lze očekávat, že prohloubení těchto a dalších otázek bude věnována ta část 2. dílu knihy, která má souhrnně pojednávat o syntaxi a sémantice programovacích jazyků. Uveďme pro informaci ještě přehled některých témat z připravovaného 2. dílu: dynamické využití paměti; vnější paměti a periferní zařízení; informační systémy; automaty a formální jazyky.

Tuto podnětnou a pečlivě napsanou knihu lze doporučit jak těm, kteří se zajímají o pochopení podstaty programování a informatiky, tak i odborníkům, kteří o principech programování přednášejí studentům.

Jiří Bečvář, Praha