Jiří Keprt Studium otvorové vady za předpokladu malých vad

Acta Universitatis Palackianae Olomucensis. Facultas Rerum Naturalium. Mathematica-Physica-Chemica, Vol. 10 (1969), No. 1, 127--139

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/119904

# Terms of use:

© Palacký University Olomouc, Faculty of Science, 1969

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* http://project.dml.cz

### 1969 – ACTA UNIVERSITATIS PALACKIANAE OLOMUCENSIS – TOM 30 FACULTAS RERUM NATURALIUM

Laboratoř optiky přírodovědecké fakulty Vedoucí laboratoře: prof. RNDr. Bedřich Havelka, doktor věd

# STUDIUM OTVOROVÉ VADY ZA PŘEDPOKLADU MALÝCH VAD

## JIŘÍ KEPRT

(Předloženo dne 27. května 1968)

## Poloha nejpříznivější obrazové roviny a toleranční kritérium

Při hledání maxima intenzity na optické ose soustavy vycházíme ze známého vztahu, odvozeného v teorii ohybových jevů [viz. 1]

$$I = I_0 \left( C^2 + S^2 \right), \tag{1}$$

kde  $I_0$  je intenzita fyzikálně dokonalé soustavy ve středu rozptylové funkce a symboly C, S jsou integrální výrazy, definované vztahy:

$$S = \int_{0}^{1} \sin \left[ \xi \ U(q) \right] dq , \qquad (3)$$

přičemž v našem označení je

$$\xi U(q) = k W(q), \qquad (4)$$

což znamená součin vlnového čísla  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  a vlnové aberace soustavy W(q).

Jak bylo již zavedeno v minulé studii [viz. 14] je možno vyjádřit  $\xi$  jako  $\pi$  násobek otvorové vady zvoleného pásma  $\Delta x'_2$ , která je udána v násobcích  $\lambda c^2$ , přičemž  $\lambda$  je vlnová délka užitého světla a c clonové číslo soustavy. Je tedy:

$$\xi = \pi \, \frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} \,. \tag{5}$$

Mnohočlen 
$$U(q)$$
 má tvar:

 $U(q) = A_1 q + A_3 q^2 + A_5 q^3 + A_7 q^4$ , (6) kde uvažujeme

$$q = v^2 + w^2 = \left(\frac{h}{h_k}\right)^2. \tag{7}$$

127

Sec. Sec.

Zde h značí dopadovou výšku,  $h_k$  maximální výšku, resp. poloměr výstupní pupily, v a w redukované pravoúhlé souřadnice v rovině výstupní pupily.

Koeficienty  $A_3$ ,  $A_5$ ,  $A_7$  ve vztahu (6) určují charakter a druh korekce otvorové vady,  $A_1$  polohu obrazové roviny a  $\Delta x'_i$  velikost otvorové vady pro zvolenou dopadovou výšku  $\sqrt{q_i}$ .

Rozvineme-li integrované goniometrické funkce ve výrazech (2) a (3) v řadu a omezíme-li se na první členy rozvoje, obdržíme:

$$C = \int_{0}^{1} \mathrm{d}q - \frac{1}{2} \xi^{2} \int_{0}^{1} U^{2}(q) \,\mathrm{d}q$$
(8)

а

$$S = \xi \int_{0}^{1} U(q) \,\mathrm{d}q \,\,. \tag{9}$$

Zavedeme-li dále pro lepší přehled

1

$$U(q) = A_1 q + V, \qquad (10)$$

kde

$$V = A_3 q^2 + A_5 q^3 + A_7 q^4, \tag{11}$$

je v tom případě

$$U^2(q) = A_1^2 q^2 + 2A_1 V q + V^2$$
(12)

a tudíž dosazením (10) a (12) do (8) a (9) obdržíme:

$$C = 1 - \frac{\xi^2}{2} \left[ \frac{A_1^3}{3} + 2A_1 \int_0^1 Vq \, \mathrm{d}q + \int_0^1 V^2 \, \mathrm{d}q \right]$$
(13)

a

$$S = \xi \left[ \frac{A_1}{2} + \int_0^1 V \,\mathrm{d}q \right]. \tag{14}$$

Užijeme-li základního vztahu (1) a zanedbáme-li všechny malé veličiny vyšší druhého řádu, dostaneme:

$$\frac{I}{I_0} = 1 + \xi^2 \left\{ \left[ \left( \int_0^1 V \, \mathrm{d}q \right)^2 - \int_0^1 V^2 \, \mathrm{d}q \right] + A_1 \left[ \int_0^1 V \, \mathrm{d}q - 2 \int_0^1 V \, \mathrm{d}q \right] - \frac{A_1^2}{12} \right\}.$$
(15)

Při zkoumání polohy nejpříznivější obrazové roviny hledáme maximum intenzity vzhledem k poloze obrazové roviny, která je charakterizována koeficientem

rozostření  $A_1$ . Z podmínky lokálního extrému  $\frac{d\left(\frac{I}{I_0}\right)}{dA_1} = 0$  plyne:

$$\frac{A_1}{6} = \int_0^1 V \,\mathrm{d}q - 2 \int_0^1 V q \,\mathrm{d}q \,. \tag{16}$$

Užitím vztahu (11) můžeme provést jednoduché integrace v (16) a po úpravě dostaneme podmínku nejpříznivější obrazové roviny v závislosti na korekci soustavy:

$$A_1 = -\frac{1}{10} \left( 10A_3 + 9A_5 + 8A_7 \right) \,. \tag{17}$$

Naopak dosazením (16) do (15) obdržíme:

$$\frac{I}{I_0} = 1 + \xi^2 \left[ \left( \int_0^1 V \, \mathrm{d} q \right)^2 - \int_0^1 V^2 \, \mathrm{d} q + \frac{A_1^2}{12} \right]. \tag{18}$$

Užitím (11), integrací a úpravou dostaneme:

$$\frac{I}{I_0} = 1 - \frac{\xi^2}{10} \,\Omega\,,\tag{19}$$

kde

$$\Omega = \frac{1}{18} A_3^2 + \frac{9}{70} A_5^2 + \frac{8}{45} A_7^2 + \frac{1}{6} A_3 A_5 + \frac{4}{21} A_3 A_7 + \frac{3}{10} A_5 A_7.$$
(20)

Žádáme-li, aby podíl intenzit neklesl podle Strehlova kritéria pod 0,8 musí být

$$rac{\xi^2}{10}\,arOmega\leq 0,2\;,$$

odkud plyne:

$$\Delta x_i' \leq \frac{\lambda c^2}{\pi \sqrt{\frac{1}{2} \Omega}} .$$
(22)

Jelikož jde o přibližný výraz, je možno provést vhodná zjednodušení tak, že výsledný toleranční vztah nabude tvaru:

$$\Delta x_{i}' \leq \frac{12 \,\lambda \,c^{2}}{\sqrt[]{35A_{3}^{2} + 81A_{5}^{2} + 112A_{7}^{2} + 105A_{3}A_{5} + 120} \,A_{3}A_{7} + 189\,A_{5}A_{7}}}$$
(23)

Vztahy (17) a (23) charakterizují nejpříznivější obrazovou rovinu a maximální toleranci v případě malých vad, obecně pro jakýkoli případ studované otvorové vady.

Nejobecnější případ nastává pro dvojnásobnou korekci, neboť všechny koeficienty otvorové vady jsou od nuly různé a souvisí s geometricko optickými veličinami, charakterizujícími jemnou korekci, vztahy:

$$P_0 = -\frac{3}{4}\frac{A_5}{A_7}; \qquad Q_0 = \frac{1}{2}\frac{A_3}{A_7}.$$
 (24)

Z tolerančního kritéria (23) můžeme určit vhodnou velikost otvorové vady  $\Delta x'_i$  pro zvolené pásmo  $q_i$ , takže otvorovou vadu v závislosti na dopadové výšce je možno jednoznačně charakterizovat vztahem:

$$\Delta x' = q \left( q^2 - P_0 q + Q_0 \right) \frac{\Delta x'_i}{M},$$
(25)

kde

$$M = q_i \left( q_i^2 - P_0 \; q_i + Q_0 
ight)$$
, (26)

přičemž  $q_i$  značí pásmo přidružené otvorové vadě  $\Delta x'_i$ . Korekční výšky počítáme ze vztahu:

$$q_0, q'_0 = \frac{P_0 \pm \sqrt{P_0^2 - 4Q_0}}{2},$$
 (27)

neboť  $h_0 = h_k \sqrt[3]{q_0}$  a  $h'_0 = h_k \sqrt[3]{q'_0}$ . V případě jednoduché korekce je  $A_7 = 0$ , výrazy  $A_3$ ,  $A_5$ , charakterizující tento druh korekce, jsou od nuly různé. Korekční pásmo je stanoveno výrazem

$$q_0 = -\frac{2}{3} \frac{A_3}{A_5}, \qquad (28)$$

přičemž korekční výška  $h_0 = h_k \sqrt[3]{q_0}$ . Jestliže v tolerančním vztahu (23) uvažujeme maximální vadu  $\Delta x' = \Delta x'_m$ odpovídající pásmu  $q_i = \frac{q_0}{2}$  je závislost otvorové vady na dopadové výšce vyjádřena vztahem

$$\Delta x' = 4q(q - q_0) \frac{\Delta x'_m}{q_0^2}.$$
 (29)

## Nejpříznivější korekční stav

Studujme nyní z hlediska tolerančního kritéria (23) nejpříznivější korekční stav optické soustavy. Přepišme vztah (21) do tvaru:

$$\pi^2 \left(\frac{\varDelta x_i'}{\lambda c^2} A_7\right)^2 \Omega' \le 2, \qquad (30)$$

kde

$$\Omega' = \frac{1}{18} \left(\frac{A_3}{A_7}\right)^2 + \frac{9}{70} \left(\frac{A_5}{A_7}\right)^2 + \frac{1}{6} \frac{A_3}{A_7} \frac{A_5}{A_7} + \frac{4}{21} \frac{A_3}{A_7} + \frac{3}{10} \frac{A_5}{A_7} + \frac{8}{45},$$
(31)

a studujme podmínku maximální tolerance otvorové vady sedmého řádu  $\frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} A_7$ , resp. hledejme minimum funkce  $\Omega'$  v závislosti na  $\frac{A_3}{A_7}$  a  $\frac{A_5}{A_7}$  jež podle (24) vyjadřují jemnou korekci optické soustavy. Obdržíme:

$$rac{\partial arOmega'}{\delta \left( rac{A_3}{A_7} 
ight)} = rac{1}{9} rac{A_3}{A_7} + rac{1}{6} rac{A_5}{A_7} + rac{4}{21} = 0 \, , 
onumber \ rac{\partial arOmega'}{\partial \left( rac{A_5}{A_7} 
ight)} = rac{1}{6} rac{A_3}{A_7} + rac{9}{35} rac{A_5}{A_7} + rac{3}{10} = 0 \, .$$

Řešením této soustavy rovnic dostaneme:

$$\frac{A_3}{A_7} = \frac{9}{7}$$
 a  $\frac{A_5}{A_7} = -2$ . (32)

Dosadíme-li takto získané vztahy do (24), obdržíme v podmínkách geometrické optiky hodnoty:

$$P_0 = \frac{3}{2}, \quad Q_0 = \frac{9}{14}.$$
 (33)

Uvažujeme-li dále  $\Delta x'_i = \Delta x'_k$ , tj. velikost otvorové vady pro maximální dopadovou výšku  $\sqrt[n]{q_k} = 1$ , je podle (26)  $M = \frac{1}{7}$ , resp.  $A_7 = \frac{7}{16}$ . Dosazením do vztahu (23) obdržíme podmínku maximální otvorové vady:

$$\Delta x'_k \leq 69 \ \lambda \ c^2 \ . \tag{34}$$

Hledáme-li korekční výšky, charakterisované čísly  $q_0$ ,  $q'_0$  zjistíme, že jde o průběh otvorové vady připomínající nekorigovanou soustavu. Dosazením do podmínky nejpříznivější obrazové roviny (17) obdržíme:

$$A_1 = -\frac{1}{8}, \tag{35}$$

neboť  $A_7 = \frac{7}{16}$ ,  $A_5 = -\frac{7}{8}$ ,  $A_3 = \frac{9}{16}$ . Protože platí:

$$A_{1} = -\frac{1}{4}\eta, \text{ kde } \eta = \frac{x_{0}}{\Delta x_{k}'}, \qquad (36)$$

je v našem případě také  $x_0 = \frac{1}{2} \Delta x'_k$ .

Kvalitu zobrazení v nejpříznivější obrazové rovině a jejím okolí podává křivka kontrastu v závislosti na prostorové frekvenci. Optickou funkci přenosu  $D(\varrho)$  je možno počítat [viz. 14] z výrazu:

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi} \iint_{S_1} \cos \left[ 2\varrho \, \xi \, U(v, w, \varrho) \right] \, \mathrm{d}v \, \mathrm{d}w \,, \tag{37}$$

kde  $\rho$  je redukovaná prostorová frekvence  $\rho = \frac{1}{p} \lambda c$ ,  $\lambda$  délka užitého světla, c clonové číslo soustavy, p velikost prostorové periody v mm;  $S_1$  je integrační oblast, která je čtvrtinou společné části jednotkových kruhů se středy v bodech  $\pm \rho$ ,  $\xi$  značí již dříve zavedený výraz (5) a funkce  $U(v, w, \rho)$  je mnohočlen:

$$\begin{split} U(v,\,w,\,\varrho) &= 2A_1v + 4A_3\,(v^3 + vw^2 + \varrho^2 v) + \\ &+ \, 6A_5 \left[ v^5 + 2v^3\,w^2 + v\,w^4 + \varrho^2 \left( \frac{10}{3}\,v^3 + 2v\,w^2 \right) + \varrho^4\,v \right] \\ &+ 8\,A_7 \left[ v^7 + 3\,v^5\,w^2 + 3\,v^3\,w^4 + v\,w^6 + \varrho^2 \left( 7v^5 + 10v^3\,w^2 + 3v\,w^4 \right) + \\ &+ \varrho^4 \left( 7v^3 + 3v\,w^2 \right) + \varrho^6\,v \right]. \end{split}$$

Optickou funkci přenosu počítejme pro právě studovanou nejpříznivější korekci otvorové vady sedmého řádu, tj.  $A_3 = \frac{9}{16}$ ,  $A_5 = -\frac{7}{8}$ ,  $A_7 = \frac{7}{16}$ , přičemž v mezích tolerance volená okrajová vada  $\Delta x'_k = 64\lambda c^2$ , a studujme průběh kontrastu v nejpříznivější obrazové rovině  $x_0 = \frac{1}{2} \Delta x'_k$ , resp.  $A_1 = \frac{1}{2} \Delta x'_k$ 

 $=-\frac{1}{8}$ a v jejím blízkém okolí s krokem rozostření vždy  $\Delta x_0 = 3,2 \lambda c^2$ .

Křivka C na obr. la a obr. lb značí přenos kontrastu v nejpříznivější obrazové rovině, křivky B a A přenosové funkce v zastavovacích rovinách posunutých směrem k paraxiální rovině, křivky D, E přenosové funkce v rovinách posunutých vždy o týž krok rozostření směrem opačným. Čárkovaná křivka znázorňuje optickou funkci přenosu fyzikálně dokonalé soustavy v paraxiální obrazové rovině.





Pro optickou soustavu, zatíženou otvorovou vadou pátého řádu, resp. korigovanou pro jednu dopadovou výšku  $h_0$ , nabývá vztah (21) tvaru:

$$\pi^2 \left(\frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} A_5\right)^2 \Omega' \le 2, \qquad (39)$$

kde

$$\Omega' = \frac{1}{18} \left(\frac{A_3}{A_5}\right)^2 + \frac{1}{6} \frac{A_3}{A_5} + \frac{9}{70}, \qquad (40)$$

a studujme opět podmínku maximální tolerance otvorové vady pátého řádu  $\frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} A_5$ , resp. hledejme minimum funkce  $\Omega'$  v závislosti na výraze  $\frac{A_3}{A_5}$ , jež podle (28) je úměrný korekčnímu pásmu  $q_0$ . Vychází:

$$rac{\partial arOmega'}{\partial \left( rac{A_3}{A_5} 
ight)} = rac{1}{9} rac{A_3}{A_5} + rac{1}{6} = 0 \, ,$$

odkud

$$\frac{A_3}{A_5} = -\frac{3}{2}$$
 resp.  $q_0 = 1;$  (41)

což značí, že z hlediska maximální tolerance je okrajová korekce nejvýhodnější. V tomto případě je zvykem charakterizovat otvorovou vadu její maximální hodnotou  $\Delta x'_i = \Delta x'_m$  pro pásmo odpovídající dopadové výšce  $\frac{h_k}{\sqrt{2}}$ . Korekční koeficienty [viz. 14] v daném případě jsou

$$A_3 = \frac{1}{2}, \quad A_5 = -\frac{1}{3},$$
 (42)

takže po dosazení do (23) obdržíme podmínku:

$$\Delta x'_{m} \leq 24 \,\lambda c^{2} \,. \tag{43}$$

Koeficient  $A_1$  charakterizující rozostření, získáme z výrazu (17) pro nejpříznivější obrazovou rovinu:

$$A_1 = -\frac{1}{5},$$
 (44)

což značí, že zastavovací rovina je ve vzdálenosti  $x_0 = 0.8 \Delta x'_m$  od paraxiální obrazové roviny, neboť je opět  $A_1 = -\frac{1}{\Delta} \eta$  a  $x_0 = \eta \Delta x'_m$ .

Optická funkce přenosu, počítaná pro okrajovou korekci při  $\Delta x'_m = 24 \lambda c^2$ , v nejpříznivější obrazové rovině a jejím okolí, je znázorněna na obr. 2a a obr. 2b jako křivka C. Křivky B, A na obr. 2a značí přenos kontrastu v zastavovacích rovinách, posunutých vždy o  $\Delta x_0 = 3,2 \lambda c^2$  směrem k paraxiální obrazové rovině. Křivky D, F na obr. 2b vyjadřují optickou funkci přenosu v zastavovacích rovinách, posunutých vždy o týž krok rozostření směrem opačným.



Pro nekorigovanou soustavu vychází z toleranční podmínky (23) přibližně:  $\Delta x'_k \leq 16 \lambda c^2$ , (45) neboť pro tento druh otvorové vady je  $A_5 = A_7 = 0$  a  $A_3 = \frac{1}{8} \cdot \Delta x'_k$  značí velikost otvorové vady při maximální dopadové výšce  $h_k$ , které odpovídá hodnota  $q_k = 1$ . Koeficient  $A_1$ , charakterizující rozostření, je podle (17), což je případ nejpříznivější obrazové roviny,

$$A_1 = -\frac{1}{8},\tag{46}$$

tedy stejný jako v případě nejpříznivějšího korekčního stavu otvorové vady sedmého řádu; značí tudíž, že  $x_0 = \frac{1}{2} \Delta x'_k$ .



Obr. 3a a obr. 3b ukazují funkce přenosu kontrastu nekorigované optické soustavy v nejpříznivější obrazové rovině a okolí, pro případ, že otvorová vada na okraji  $\Delta x'_k = 16 \lambda c^2$ . Křivka C značí nejpříznivější případ, křivka B znázorňuje přenos kontrastu při posuvu obrazové roviny o  $\Delta x_0 = 4\lambda c^2$  směrem k paraxiální obrazové rovině, křivka A pak udává zobrazení v paraxiální obrazové rovině, pro kterou je  $A_1 = \eta = x_0 = 0$ . Křivky D, E na obr. 7b znázorňují přenosové funkce při posuvech  $\Delta x_0 = 4\lambda c^2$  z nejpříznivější polohy, směrem od Gaussovy roviny.

Pro úplnost si všimněme fyzikálně dokonalé soustavy zatížené pouze vadou rozostření. Platí tudíž:  $A_3 = A_5 = A_7 = 0$ . Užitím vztahů (5) a (36) je možno vyjádřit optickou funkci přenosu (37) v integrálním tvaru, který lze vyhodnotit explicitně užitím Besselových funkcí. Protože v našem případě

$$2\varrho \xi U(v, w, \varrho) = 4\varrho \pi \frac{\Delta x'_i}{\lambda c^2} A_1 v = -\pi \varrho \frac{x_0}{\lambda c^2} v, \qquad (47)$$

a jelikož  $\cos \alpha$  je funkce sudá, je možno v dalším zápisu vynechat záporné znaménko. a je tedy zřejmé, že přenos kontrastu v obou směrech od paraxiální obrazové roviny je rovnocenný. Označíme-li

$$\pi \varrho \; \frac{x_0}{\lambda c^2} = a \; , \tag{48}$$

obdržíme vztah (37) ve tvaru:

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi} \int_{0}^{\sqrt{1-\varrho^2}} \int_{0}^{\sqrt{1-w^2}-\varrho} \cos av \, \mathrm{d}v \, \mathrm{d}w \,, \tag{49}$$

kde pravou stranu lze vzhledem k proměnné v integrovat; takže

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi a} \int_{0}^{\sqrt{1-\varrho^{2}}} \sin a \left( \sqrt{1-w^{2}} - \varrho \right) \, \mathrm{d}v \, \mathrm{d}w \,. \tag{50}$$

Zavedením substituce sin  $\alpha = w$  obdržíme:

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi a} \int_{0}^{\widehat{\alpha}} \sin a (\cos \alpha - \varrho) \cos \alpha \, \mathrm{d}\alpha,$$

kde  $\alpha = \arccos \varrho$ . Užitím známých goniometrických vztahů dostaneme dále: 136

$$P(\varrho) = \frac{4}{\pi a} \cos a \, \varrho \int_{0}^{\widehat{\alpha}} \sin (a \cos \alpha) \cos \alpha \, d\alpha - \frac{4}{\pi a} \sin a \, \varrho \int_{0}^{\widehat{\alpha}} \cos \alpha \, (a \cos \alpha) \cos \alpha \, d\alpha \, .$$

Rozvineme-li pak sin  $(a \cos \alpha)$  a cos  $(a \cos \alpha)$  pomocí Besselových funkcí, lze oba integrály snadno vypočítat. Výsledek lze vyjádřit ve tvaru řady:

$$D(\varrho) = \frac{4}{\pi a} \cos a \, \varrho \left\{ \widehat{\alpha} \, \mathcal{J}_1(a) + \frac{1}{2} \sin 2\widehat{\alpha} \, [\mathcal{J}_1(a) - \mathcal{J}_3(a)] - \frac{1}{4} \sin 4\widehat{\alpha} \, . \, [\mathcal{J}_3(a) - \mathcal{J}_5(a)] + \dots \right\} - \frac{4}{\pi a} \sin a \, \varrho \, \left\{ \sin \widehat{\alpha} \, [\mathcal{J}_0(a) - \mathcal{J}_2(a)] - \frac{1}{3} \sin 3\widehat{\alpha} \, [\mathcal{J}_2(a) - \mathcal{J}_4(a)] + \dots \right\},$$
(51)

kde již dříve zavedené symboly značí  $a = \pi \frac{x_0}{\lambda c^2} \rho$  a  $\alpha = \arccos \rho$ .

Pro paraxiální rovinu je  $a = x_0 = 0$  a výraz (51) přejde v limitě na známý tvar:

$$D(\varrho) = \frac{2}{\pi} \left( \arccos \, \varrho - \varrho \, \sqrt{1 - \varrho^2} \right). \tag{52}$$



Křivka C na obr. 4 značí průběh optické funkce přenosu v paraxiální obrazové rovině, křivka, B v rovině vzdálené od paraxiální o  $x_0 = 4\lambda c^2$  a křivka A, v rovině vysunuté o  $x_0 = 8\lambda c^2$  z paraxiální polohy. Jak již bylo řečeno, je kvalita zobrazení stejná pro týž posuv z Gaussovy roviny jak ve směru k optické soustavě, tak i ve směru opačném.

#### LITERATURA

- [1] Havelka B.: Geometrická optika I, ČSAV Praha 1955.
- [2] Havelka B.: Geometrická optika II, ČSAV Praha 1956.
- [3] Havelka B.: Tři práce o kvalitě optického obrazu, Rozpravy ČSAV, Praha 1956.
- [4] Havelka B.: Zobrazení z hlediska vlnové optiky, SPN Praha 1966 (Učební texty vysokých škol).
- [5] Maréchal et Françon: Diffraction structure des images, Paris 1960.
- [6] Hopkins H. H.: The aberration permissible in optical system, 1957, Proc. Phys. Soc. B 70, 449.
- [7] Hopkins H. H.: The frequency response of a defocused optical system, 1955, Proc. Roy. Soc. A 231, 91.
- [8] Black and Linfoot: Spherical aberration and the information contend of optical images, 1957, Proc. Roy. Soc. Y, 239, 522.
- [9] Linfoot E. H.: Focal tolerances and best focal sthing model photographic images with primary spherical aberration, 1961, Optica Acta 3, 233.
- [10] Linfoot E. H.: On the best fine correction of photographic lenses with 2-term spherical aberration, 1963, Optica Acta 1, 77.
- [11] Barakat R.: Numerical results concerning the transfer functions and total illuminance for optimum balanced fifth order spherical aberration, 1964, JOSA 54, 38.
- [12] Rosenhauer, Rosenbruch and Sunder Plassmann: The relations between the axial aberrations of photographic lenses and their optical transfer functions, 1966, Applied Optics 5, 415.
- [13] Keprt J.: Die Übertragungsfunktion der am besten korrigierten sphärischen Aberration der siebenten Ordnung, 1967, Optik 25, 502.
- [14] Keprt J.: Qualität eines optischen Systems mit sphärischer Aberration, 1968, Optik 27.

#### ZUSAMMENFASSUNG

# STUDIUM DER SPHÄRISCHEN ABERRATION UNTER DER VORAUSSETZUNG KLEINER ABERRATIONEN

#### JIŘÍ KEPRT

Unter der Voraussetzung kleiner sphärischer Aberrationen kann man die Intensität auf der optischen Achse als Polynom erfassen. Es bedeutet, dass die Intensität als kvadratische Funktion (15) der Koeffizienten  $A_1$ ,  $A_3$ ,  $A_5$ ,  $A_7$  ausgedrückt wird. Der Koeffizient  $A_1$ , der die Lage der Bildebene charakterisiert, wird dann für den günstigsten Zustand aus der Beziehung (17) bestimmt. Die günstigste Lage der Bildebene kann man mit Hilfe der Beziehung (17) nur für diejenigen optischen Systeme berechnen, bei welchen die sphärische Aberration  $Ax'_i$  nicht das Toleranzkriterium (23) überschreitet. Bei sphärischen Aberrationen, die das Toleranzkriterium (23) erfüllen, kann man auch die Abbildung für vollkommen halten. Die Beziehungen (17) und (23) gelten allgemein für die sphärische Aberration der beliebigen Ordnung, resp. für die sphärische Aberration der siebenten Ordnung. Wenn  $A_7 = 0$  gelegt wird, bekommt man die Werte, die für sphärische Aberration der fünften Ordnung gelten. Vom Standpunkt des Toleranzkriteriums (23) können wir dann die günstigste Korrektion der siebenten und fünften Ordnung versuchen. Die Resultate sind in den Ausdrücken (32), (33), resp. (41) angeführt. Die Qualität der Übertragung für diese beste Korrektion wird mit Hilfe der Übertragungsfunktion in den Bildern 1a, 1b, resp. 2a, 2b in der günstigsten Bildebene bewertet. Der Vollständigkeit wegen führen wir weiter die Übertragungsfunktionen

Der Vollständigkeit wegen führen wir weiter die Übertragungsfunktionen für das unkorrigierte System und für das ideale System an, siehe Bilder 3a, 3b, resp. Bild 4.

#### PE3IOME

## ИЗУЧЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ АБЕРРАЦИИ ПРИ УЧЕТЕ НЕ-СКОЛЬКИХ АБЕРРАЦИЙ

#### ИРЖИ КЕПРТ

Учитывая малые аберрации, интенсивность на осе оптической системы можно выразить в форме многочлена, именно как функцию коэффициентов коррекций  $A_1$ ,  $A_3$ ,  $A_5$ ,  $A_7$ . Коэффициент  $A_1$ , характеризующий положение плоскости изображения, можно потом установить для самого благоприятного случая с помощью отношения (17). Самое благоприятное положение может быть установлено при помощи (17) только для тех оптических систем, у которых сферическая аберрация не переступит границу допуска, определенную отношением (23). Для указанной границы допуска можно также считать изображение при помощи данной оптической системы совершенным. Отношения (23) и (17) предусматривают вообще ситуацию для сферической аберрации любого порядка или для сферической аберрации седьмого порядка. Если мы предположим, что  $A_7 = 0$ , то получим величины, действительные для сферической аберрации пятого порядка.

С точки зрения критерия допуска (23) можно потом изучать самые благоприятные коррекции седьмого и пятого порядка. Мы получим величины, приведенные в (32), (33) или (41). Качество переноса для этих самых благоприятных коррекций оценивается функциями переноса на рисунках 1а, 1b или на 2а, 2b в самой благоприятной плоскости изображения и ее окружении.

Далее ради полноты определены функции переноса некорригированной системы, у которой сферическая аберрация находится на границе критерия допуска (23) и физически совершенной системы, рисунок За, 3b или же 4.