August Seydler
O nové mathematické hře

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 10 (1881), No. 2, 84--86

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/120955

takže tu perioda jest *realní* a sice

$$p = 2\pi,$$

obdobně platí podlé vzorce (16)

$$e^{x+2k\pi i} = \mathfrak{Cos}\,(x + 2k\pi i) + \mathfrak{Sin}\,(x + 2k\pi i)$$
$$= \mathfrak{Cos}\,x + \mathfrak{Sin}\,x = e^x, \qquad (21)$$

takže tu perioda jest *imaginarní* a sice

$$p = 2\pi i.$$

Ostatně tu možná též užiti stejniny

$$e^{x+2k\pi i} = e^x\, e^{2k\pi i} = e^x\,(\cos 2k\pi + i \sin 2k\pi) = e^x.$$

Poněvadž obrácením funkce exponencialní obdrží se funkce *logarithmické*, jakož obrácením funkcí cyklických funkce *cyklometrické*, poznáváme, že i tyto funkce jsou jednoperiodické a sice mají tyto periodu realní, ony pak imaginarní, čímž vzájemnost těchto nižších funkcí transcendentních jest vytčena.

Další provedení, zejména grafické znázornění druhé periodičnosti pomocí konjugovaných hyperbol atd. nechť hledá se v *Güntherově* citovaném díle a sice pag. 99 et scqq.

O nové mathematické hře.

(Vyňato z časopisu „La Nature, č. 382.) Od dra. **Seydlera.**

Většina čtenářů našich zná zajisté hru, která před několika měsíci pod různými názvy (Boz Puzzle, Taquin atd.) se rozšířila. Na čtverci rozděleném na 16 stejných polí umístěno jest 15 kamenů, majících tvar a velkost těchto polí a znamenaných

A.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

B.

4	3	2	1
8	7	6	5
12	11	10	9
	15	14	13

číslicemi od 1 do 15. Jedno pole zůstává prázno, ostatní jsou obsazena v libovolném uspořádání a úlohou jest, pouhým pošinováním bez vyzvednutí jednotlivých kamenů dociliti uspořádání naznačené v obrazci *A*.

Časopis „La Presse illustrée" vypsal cenu 500 franků na úplné řešení této úlohy.

Nyní píše *Piarron de Mondesir* o této hře v časopise „La Nature":

„Nikdo posud nerozřešil úlohu takto položenou, z té jednoduché příčiny, že jest řešení nemožné, či vlastně, že jest možné jen v polovici případů.

Můžeme v skutku vždy vhodným přestavováním uvésti 13 prvních kamenů na jejich místo. Avšak na místě co bychom obdrželi pak v poslední řadě vždy 13, 14, 15, obdržíme stejně často pořádek 13, 15, 14.

V posledním případě lze však vždy spořádati kameny dle obrazce *B*, který jest souměrný vzhledem k obrazci *A*.

Budiž dán jakýkoli případ, můžeme jej tudíž řešiti jedním neb druhým spůsobem.

Zda-li však jest možno, již z předu a bez pošinutí jediného kamene předpověděti, povede-li daný případ k výsledku *A* aneb k výsledku *B*? Nic není snadnějšího.

Vezměme příklad naznačený obrazcem *C*.

C.

15	4	12	2
3	8	11	7
14	5	1	10
9	13	6	

D.

7	15	11	8
13	6	1	3
10	14	2	5
12	9	4	

Pravím nyní: 1 stojí na místě 11, 11 na místě 7, 7 na místě 8, 8 na místě 6, 6 na místě 15, 15 na místě 1.

Napíšu tudíž tuto řadu:

1. řada: 1, 11, 7, 8, 6, 15, 1... (6) sudé.

Poznamenám počet bodů neb kamenů v této řadě obsažených (6) a poznamenám, že číslo to jest sudé. Podobným spůsobem zjednám si, počínaje 2, 3, 4 ... ostatní řady, pokračuje tak dlouho, až jsou všechna čísla vyčerpána:

2. řada: 2, 4, 2 .... (2) sudé)
3. rada: 3, 5, 10, 12, 3 ... (4) sudé)
4. řada: 9, 13, 14, 9 ..... (3) liché.

Součet čísel označujících jednotlivé řady: $6 + 2 + 4 + 3$ obnáší 15, poněvadž se žádný kámen nenalezá na vlastním svém místě. V příkladu *D* obdržím řady tyto:

1. ř.: 1, 7, 1 ... (2) sudé, 2. ř.: 2, 11, 3, 8, 4, 15, 2 (6) sudé 3. ř.. 5, 12, 13, 5 ... (3) liché, 4. ř.: 9, 14, 10, 9 (3) liché.

Součet $2 + 6 + 3 + 3$ obnáší zde jen 14, poněvadž se jeden kámen — 6 — nalezá na vlastním svém místě.

Obdržíme nyní následující pravidlo:

Nepřihlížejíce k jednotlivým kamenům umístěným na svém místě, aniž k řadám lichým, počítejme jen řady sudé. Je-li počet jejich sudý (2, 4 neb 6), lze uvésti daný případ na tvar A. Je-li počet jejich lichý (1, 3, 5 neb 7), lze jej uvésti na tvar B.

V případě *C* máme 3 sudé řady, obdržíme tudíž řešení úlohy ve tvaru *B;* v příkladu *D* máme 2 sudé řady, obdržíme tudíž řešení ve tvaru *A.*"

Ke konci připomíná p. *Piarron*, aby se čtenář nedomníval, že zúmyslna oba příklady *C* a *D* si upravil, a vyzývá jej, by se o pravdivosti pravidla daného přesvědčil, dávaje si tolik příkladů, kolik mu je libo. Zároveň upozorňuje na to, že by celé živobytí lidské nevystačilo na vyčerpání všech případů, jichž jest patrně

$$15! = 1307674368000.$$

Nastává nyní otázka: kterak lze pravidlo Piarronovo odůvodniti?

Úloha 7.

V pravoúhelném trojúhelníku jest přepona o 208^m kratší nežli součet obou odvěsen; zároveň pak měří ostrý jeden úhel

$$x = 41^0\ 42'\ 32''\ 1.$$

Jak dlouhé jsou jednotlivé jeho strany a jak velký obsah?