Václav Láska

Jak určíme hmotu těles nebeských a intensitu síly gravitační na jich povrchu?

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 22 (1893), No. 2, 149--152

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/122041`

$$\frac{\alpha J_{2n} - \beta C_{2n}}{\alpha C_{2n}} < \frac{J_{2n}C_{2n+1} - C_{2n}J_{2n+1}}{C_{2n}C_{2n+1}}$$

$$\frac{\alpha J_{2n} - \beta C_{2n}}{\alpha} < \frac{1}{C_{2n+1}};$$

čítatel levé strany $\gtreqless 1$; tedy i $\alpha > C_{2n+1}$; tím více pak

$$\beta > J_{2n},\ \alpha > C_{2n}.$$

Jak určíme hmotu těles nebeských a intensitu síly gravitační na jich povrchu?

Podává

dr. V. Láska.

Newtonem nezvratně dokázaná všeobecnosť síly gravitační, usnadňuje nám poměrně jednoduchým způsobem stanoviti hmoty těles nebeských.

Označme 1 hmotu slunce, písmenou μ hmotu měsíce, a je-li hmota m tělesa nebeského, pak dle známého zákona Keplerova jest v platnosti pro oběžnici rovnice

$$k = \frac{2A^{\frac{3}{2}}\pi}{T\sqrt{1+m}} \tag{1}$$

a podobně pro měsíc

$$k = \frac{2a^{\frac{3}{2}}\pi}{t\sqrt{\mu+m}}. \tag{2}$$

Zde značí k Gaussovu konstantu gravitační; T, t dobu oběhu, A a a velké osy drah obou těles.

Z rovnic uvedených odvodíme snadno vztahy:

$$1 + m = \frac{4A^3\pi^2}{T^2k^2} \tag{3}$$

$$\mu + m = \frac{4a^3\pi^2}{t^2k^2}, \tag{4}$$

z kterých dělením plyne:

$$\frac{m+\mu}{1+m} = \frac{t^2A^3}{T^2a^3}. \tag{5}$$

Je-li, jak obyčejně, μ proti m a m proti 1 poměrně malá veličina, pak možno psáti:

$$m = \frac{t^2}{a^3} \cdot \frac{A^3}{T^2}. \tag{6}$$

Tímto způsobem stanovil již Newton hmotu Jupitera. Pro tuto oběžnici jest

$$A = 5{\cdot}20280$$
$$T = 4332{\cdot}588 \text{ dnů},$$

a pro první jeho měsíc

$$a = 0{\cdot}00282$$
$$t = 1{\cdot}76914 \text{ dnů}.$$

Tyto veličiny dosazeny do vzorce (6) dají

$$m = \frac{1}{1048}.$$

Pochod tento přestává býti přesným, jestli poměr mezi m a μ není dostatečně velký. Tak na př. u země a měsíce jest přibližně

$$\frac{\mu}{m} = \frac{1}{80}.$$

Zde nutno stanoviti m způsobem jiným a to buď přímo aneb nepřímo z poruchův ostatních těles nebeských. Při zemi jest dvojí pochod možným: buď stanovíme hutnost pomocí některé známé methody a z této vzhledem na známý kubický obsah země vypočítáme hmotu, aneb změříme sílu, která působí na těleso nějaké, na povrchu zemském se nalézající.

Zrychlení síly gravitační jest, jak známo

$$g = 9{\cdot}79586 \; m/s.$$

Veličina ta zvětší se však působením síly odstředivé o

$$\frac{2}{867}$$

vlastní hodnoty, tak že síla působící na hmotný bod na povrchu ($A = 6364551$ m), bude

$$g = 9{\cdot}79586\left(1 + \frac{2}{867}\right) m/s = 9{\cdot}81645\, m/s\,.$$

Je-li tudíž m hodnota země, pak máme

$$g = k^2 \frac{m}{a^2}$$

aneb

$$k^2 = \frac{ga^2}{m}\,.$$

Dosadíme-li tuto hodnotu do rovnice (3) obdržíme:

$$\frac{4\pi^2 A^3}{gT^2a^2} = \frac{1+m}{m}$$

aneb

(7) $$\frac{1}{m} = \frac{4\pi^2 A^2}{gT^2a^2} - 1\,.$$

Abychom vypočítali intensitu síly gravitační na povrchu jiného tělesa nebeského, jehož poloměr jest ϱ a jehož hmota rovná se μ, uvažme, že

$$\gamma = k^2 \frac{\mu}{\varrho^2}$$

a že platí pro zemi

$$g = k^2 \frac{m}{a^2},$$

z kterýchžto rovnic plyne dělením

$$\gamma = g \frac{\mu}{m}\left(\frac{r}{\varrho}\right)^2.$$

Pro slunce jest

$$\frac{\mu}{m} = 324439$$

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{1}{108}$$

$$\gamma = 27{\cdot}62\, g\,.$$

Působí tudíž na povrchu slunce síla gravitační na jednotku hmoty 28krát intensivněji než na povrchu země. Kilogram vykonal by tamtéž tutéž práci jako 28 kilogramů na povrchu země a k zvednutí kilogramu bylo by 28× tak velké síly zapotřebí jako na zemi.

Co se délky l sekundového kyvadla týče, tu platí známý vztah:

$$l = \frac{g}{\pi^2}.$$

Na jiné oběžnici máme podobně

$$\lambda = \frac{\gamma}{\pi^2},$$

tak že bude

$$\lambda = \frac{\gamma}{g} l. \tag{8}$$

Pro slunce jsme příkladně našli

$$\frac{\gamma}{g} = 28,$$

bude tedy i

$$\lambda = 28_1 l.$$

Poněvadž u nás délka kyvadla sekundového jest skoro 1 *m*, bude délka jeho na povrchu slunce as 28 metrů.

Poznámka k rektifikaci kruhu.

Napsal

dr. **Ant. Pleskot**, s. professor v Plzni.

V předešlém ročníku (str. 83—88) uvedeny jsou některé konstrukce, týkající se rektifikace kruhu.

Při kruhu, jehož poloměr jest 1, činí chyba pro polovinu obvodu 0·00079 a tedy pro celý obvod již více než 0·001.

Nalezl jsem velmi jednoduchou konstrukci, při níž chyba pro celý obvod činí méně než 0·0004 poloměru.