Adolf Mach

Základní úlohy mathematického zeměpisu a sférické astronomie řešené konstrukcí. [II.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 28 (1899), No. 2, 129--145

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122052

Základní úlohy mathematického zeměpisu a sférické astronomie řešené konstrukcí.

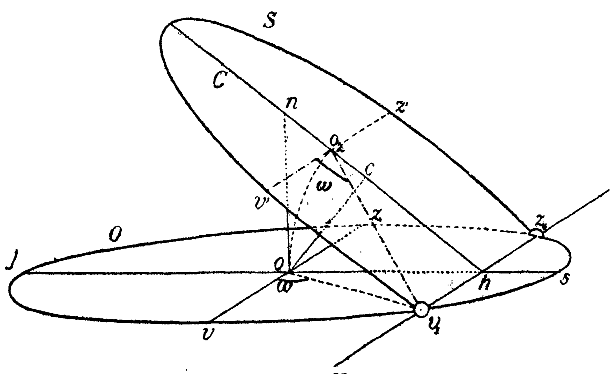
Podává

Adolf Mach,
professor c. k. vyšší reálky v Jičíně.

(Pokračování.)

III. Ranní a večerní vzdálenost hvězd.

Oblouk horizontu mezi bodem východním a bodem, v němž hvězda vychází, jest *ranní vzdálenost* hvězdy; oblouk mezi bodem západním a bodem, ve kterém hvězda zapadá, jest její *večerní vzdálenost*.



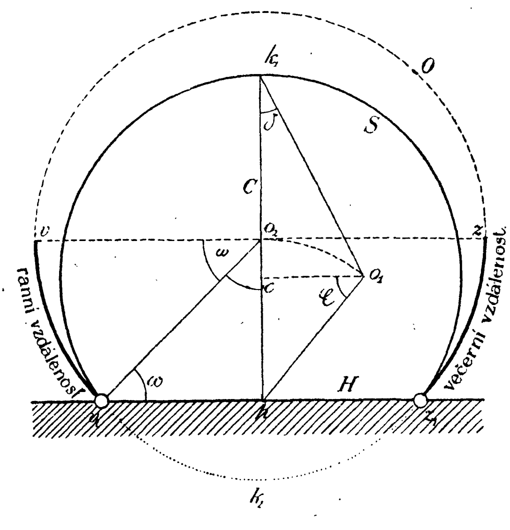
Obr. 8.

V obr. 8. jest obloukem $v v_1$, jemuž přísluší středový úhel ω, stanovena ranní vzdálenost, obloukem zz_1 večerní vzdálenost.

Abychom oblouk vv_1, a tím i $\sphericalangle\ \omega$ obdrželi v pravé velikosti, otočme horizont O kolem přímky H jako osy, až se ztotožní s rovinou nebeské rovnoběžky S.

Při tomto otáčení opíše bod o kruhový oblouk oo_2, jehož střed jest v bodu h a jehož poloměr $= ho$. Při tomto otáčení nevybočí bod o z trojúhelníka hon, poněvadž rovina tohoto trojúhelníka jest kolmá k přímce H, což jest též příčinou, že otočený bod o_2 nemůže jinam padnouti než do přímky C.

Poněvadž $vz \parallel v_1 z_1$, kteráž rovnoběžnost se otáčením horizontu nezrušila, jest i $v'z' \parallel v_1 z_1$, načež $\sphericalangle \omega = \sphericalangle v_1 o_2 v'$.



Obr. 9.

Je-li v obr. 9. rovina papíru rovinou rovnoběžky S, φ výška pólu místa pozorovacího, δ deklinace, v_1 a z_1 body, ve kterých hvězda vychází a zapadá, o_1 kolem přímky hn do roviny σ otočený střed o, pak obdržíme o_2 jako průsečík přímky C s kruhovým obloukem, který poloměrem ho_1 z h jest opsaný. Kružnice O, opsaná z bodu o_2 poloměrem $o_2 v_1$, jest otočený horizont O, body v a z otočené body východní a západní.

I jest oblouk vv_1 *ranní vzdálenost* hvězdy, jež počtem stupňů rovná se $\sphericalangle\ v_1 o_2 v = hv_1 o_2$; zz_1 jest *večerní vzdálenost*.

Z obrazce jest patrno, že vzdálenost ranní rovná se vzdálenosti večerní.

Obrazcem 9. řešena jest úloha: *Jak daleko od bodu východního vychází u nás hvězda α v Andromedě ($\delta = 28^1/_2{}^0$)?*

Poněvadž $\sphericalangle \omega = 45^0$, vychází u nás tato hvězda v severovýchodu.

Mathematický vzorec pro ω vyplývá z následující úvahy:

Je-li $co_1 = 1$,

jest

$$ho_1 = ho_2 = \sec\varphi,$$
$$k_1o_1 = \operatorname{cosec}\delta;$$

ale

$$k_1o_1 = v_1o_2,$$

jsouť to, jak z obr. 8. vysvítá, dva poloměry nebeské koule, proto i

$$v_1o_2 = \operatorname{cosec}\delta.$$

V trojúhelníku v_1ho_2 jest

$$\sin\omega = \frac{ho_2}{v_1\,o_2} = \frac{\sec\varphi}{\operatorname{cosec}\delta}$$

čili

$$\sin\omega = \frac{\sin\delta}{\cos\varphi}.$$

Rozbor.

A. Ranní vzdálenost na téže zeměpisné šířce.

a) Pro určitou zeměpisnou šířku jest přímka H stálá a jen kružnice S mění poloměr. Ranní vzdálenost roste, roste-li deklinace, neboť pak zmenšuje se poloměr ck_1 a bod v_1 posouvá se na přímce H v pravo, čímž ω se stále zvětšuje.

Proto také v zimě a z jara, kdy deklinace sluneční přibývá, přibývá i ranní vzdálenosti slunce.

b) Je-li deklinace rovna nulle, posune se bod k_1 na přímce C do nekonečna, bod v_1 posune se též do nekonečna na přímce H, načež rameno o_2v_1 se stotožní s ramenem o_2v, t. j. $\omega = 0$.

Hvězdy, jež jsou v nebeském rovníku, vycházejí v bodu východním, zapadají v bodu západním.

Sluneční deklinace rovná se nulle 20. března a 22. září; v ty dny vychází slunce všude v bodu východním, zapadá v bodu západním. Kdyby slunce v tyto dni zanechalo za sebou světelnou stopu, byl by jí vyznačen na obloze *nebeský rovník*.

c) Je-li δ záporné, pak jest denní oblouk vyznačen obloukem $v_1 k_2 z_1$, bod východu jest z_1, bod západu v_1; hvězda vychází v pravo od bodu východního, ale velikostí absolutní rovná se ranní vzdálenosti při témž, ale kladném δ.

Na podzim a v zimě vychází u nás slunce v pravo od bodu východního, poněvadž v té době jest deklinace sluneční záporná.

B. Ranní vzdálenost pro touž deklinaci a různou pólovou výšku.

Při témž δ nemění se velikost kružnice S.

a) Ranní vzdálenost roste, roste-li φ, neboť pak přímka H posouvá se rovnoběžně dolů, bod v_1 postupuje v pravo, ω se zvětšuje.

Táž hvězda má na 20.° s. š. menší ranní vzdálenost než na 30.°, na tomto zase menší než na 50.° atd.

b) Je-li $\varphi = 90^0 - \delta$, přímka H stane se tečnou v bodu k_2.

Zapadající hvězda dotkne se horizontu v bodu severním, načež opět vychází.

c) Je-li $\varphi = 0$, přímka H se sjednotí s přímkou co_1, a poněvadž v tomto případě $co_1 = co_2$, jest trojúhelník $ho_2 v_1 \cong co_1 k_1$, t. j. $\sphericalangle \omega = \sphericalangle \delta$.

Na rovníku rovná se ranní vzdálenost deklinaci.

Všude jinde jest ranní vzdálenost větší než deklinace. Proč?

d) Ranní vzdálenost pro libovolné místo jižní polokoule zemské jest tak veliká jako ranní vzdálenost místa o téže severní šířce zeměpisné.

e) Je-li $\varphi = -(90^0 - \delta)$, pak je přímka H tečnou v bodu k_1. Vycházející hvězda dotkne se horizontu v bodu jižním a zapadne v příštím okamžiku.

Je-li řešiti příklady, týkající se téže zeměpisné šířky, pak jednou pro vždy sestrojme si na příslušném horizontu body odpovídající určitým ranním vzdálenostem a postupující třeba po 1^0 nebo po 2^0.

To provedeno jest v obr. 7., kde pro náš horizont (50.°) vyznačeny jsou ranní vzdálenosti pokračující od 23.°—40.° po jednom stupni, od 40.°—90.° po dvou stupních body, v nichž paprsky vycházející z o_2 v úhlech, rovnajících se doplňku ranní vzdálenosti, protínají horizont 50.°.

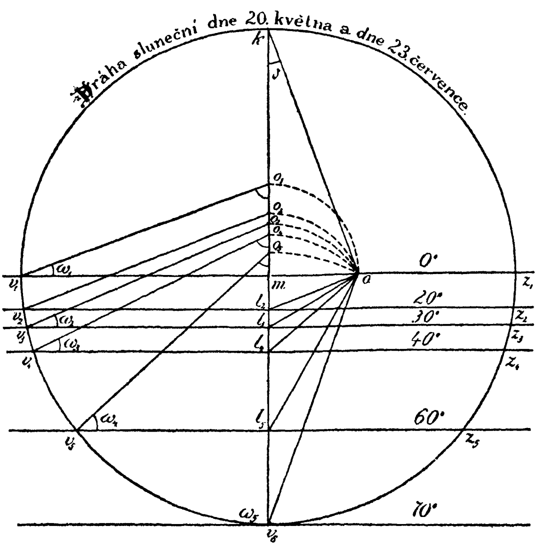
Pak možno beze všeho dalšího sestrojování určiti:

1. *Ve kterém bodu horizontu vychází u nás slunce*

a) dne 21. června a 21. prosince;

b) dne 20. května a 23. července, dne 21. listop. a 20. ledna?

Kružnice proložené polohou slunce v jmenovaných dnech stanoví na horizontu příslušné ranní vzdálenosti.



Obr. 10.

Seznáme, že slunce vychází:

a) dne 21. června $38^1/_4{}^0$ severně, dne 21. prosince $38^1/_4{}^0$ jižně od bodu východního.

b) dne 20. května a 23. července $32^1/_2{}^0$ s.,

„ 21. listop a 20. ledna $32^1/_2{}^0$ j.

2. *Která jest u nás ranní vzdálenost Arctura?*

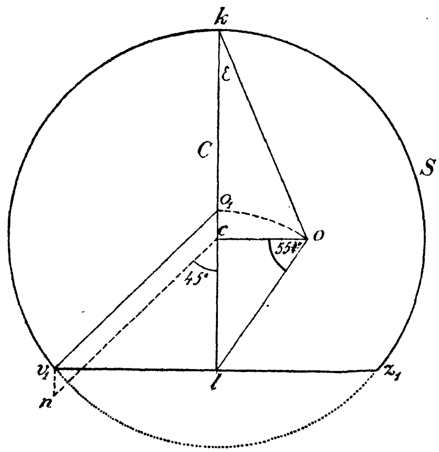
Kružnice Arcturem proložená protíná horizont v bodu $31^1/_4$. *Arctur* vychází $31^1/_4{}^0$ severně od bodu východního.

3. *Které hvězdy vycházejí u nás v severovýchodu?*

Vzdálenost bodu severovýchodního od východního jest 45^0; kružnice proložená bodem 45 prochází hvězdou *α v Andromedě* a *Polluxem,* kteréž u nás vycházejí v severovýchodu.

4. *Jak veliká jest ranní vzdálenost sluneční dne 20. května nebo 23. července* ($\delta = 20^0$) *na rovníku, na 20.*^{0}*, 30.*^{0}*, 40.*^{0}*, 60.*^{0} a *70.*^{0} *s. š.*?

V obr. 10. jest řešení. Změříme-li úhly ω_1, ω_2, ..., seznáme, že ranní vzdálenost $= 20^0$, $21^1/_2{}^0$, $23^1/_4{}^0$, $26^1/_2{}^0$, 43^0 a 90^0.



Obr. 11.

5. *Která jest první rovnoběžka, počínajíc od rovníka, na které slunce může vycházeti v severovýchodu?*

Největší ranní vzdálenost má slunce 21. června, proto tento den jest vzíti v úvahu.

Opišme (obr. 11.) kružnici S, k přímce C a vrcholu *c* nanesme 45^0, učiňme $cn = ok$, bodem *n* veďme $nv_1 \parallel C$; přímka $v_1 z_1 \perp C$ stanoví zeměpisnou šířku φ, jež se rovná $55^3/_4{}^0$; na této rovnoběžce leží *Moskva.*

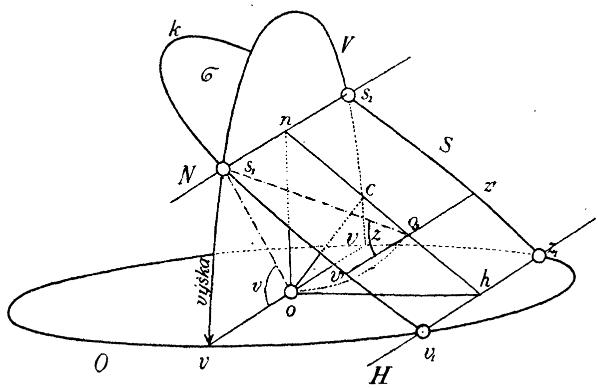
IV. Hvězdy v prvním vertikálu.

První vertikál jest hlavní kruh na obloze, jehož obvod prochází zenithem, bodem východním a západním.

Vstoupí-li hvězda do prvního vertikálu, jest právě nad bodem východním; vstoupí-li zapadající hvězda do prvního vertikálu, jest nad bodem západním.

a) Má se vyšetřiti, v kolik hodin před kulminací vstoupí hvězda do prvního vertikálu.

V obr. 12. jest ellipsa V šikmý průmět prvního vertikálu; přímka N jest průsečnice jeho s rovinou hvězdné dráhy σ. Jakmile hvězda vstoupí do N, jest v prvním vertikálu. Jde tu tedy především o sestrojení přímky N.



Obr. 12.

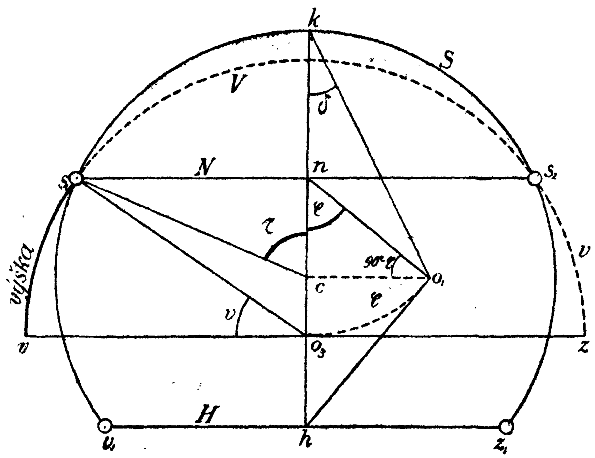
Jest na jevě, že přímka N jest rovnoběžná s přímkou H, neboť horizont, první vertikál i nebeský rovník protínají se v přímce vz a poněvadž rovina σ jest rovnoběžná s rovinou nebeského rovníka, musí průsečnice její s rovinou horizontální a vertikální býti rovnoběžny s vz, poněvadž průsečnice dvou rovnoběžných rovin s rovinou třetí jsou rovnoběžny; tedy

$$H \parallel N \parallel vz.$$

Z dřívějších úvah jest již známo, jak se určí přímka H pomocí φ a δ.

Abychom stanovili přímku $N \parallel H$, třeba stanoviti její jeden bod n, jenž jest vrcholem pravoúhlého trojúhelníka hon.

Za tou příčinou otočme nejdříve pravoúhlý trojúhelník hoc do roviny σ kolem strany hc, obdržíme (obr. 13.) $\triangle ho_1e$, vztyčíme-li pak v bodu o_1 kolmici o_1n na ho_1, jest n hledaný bod, jímž prochází přímka $N \parallel H$. Průsečíky s_1 a s_2 s S jsou polohy hvězdy vstoupivší do prvního vertikálu; $\sphericalangle\ s_1ck$ jest hledaný úhel τ, jímž stanovena jest doba, za kterou hvězda po vstupu svém do prvního vertikálu bude kulminovati.



Obr. 13.

Mathematický vzorec:
Budiž $co_1 = 1$, pak jest

$$\text{v } \triangle cno_1, \text{ jehož úhel } cno_1 = \varphi,$$
$$cn = \operatorname{cotg} \varphi,$$
$$\text{v } \triangle cko_1, \text{ jehož úhel } cko_1 = \delta,$$

jest
$$ck = \operatorname{cotg} \delta,$$
$$\text{v } \triangle cns_1, \text{ v němž } cs_1 = ck = \cot \delta,$$

$$\cos \tau = \frac{cn}{cs_1} = \frac{\operatorname{cotg} \varphi}{\operatorname{cotg} \delta}$$

čili

$$\cos \tau = \frac{\operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi}.$$

b) Kterou výšku má hvězda, vstoupivší do prvního vertikálu?

Výška hvězdy jest oblouk vertikální kružnice, jdoucí od hvězdy k horizontu.

V obr. 12. jest výška hvězdy s_1 rovna oblouku $s_1 v$, jejž možno vyjádřiti též středovým úhlem v.

Abychom oblouk $s_1 v$, tedy i $\sphericalangle v$ obdrželi v pravé velikosti, otočme první vertikál kolem přímky N do roviny σ.

I v tomto případě opíše bod o v rovině $\triangle hno$ kruhový oblouk oo_3, jehož střed jest v n a jehož poloměr se rovná úsečce no.

Přímka vz, jsouc i po otočení rovnoběžna s N i H, zaujme polohu $v'z'$, a poněvadž bod s_1 při otáčení jest stálý, jest úhel $v'o_3 s_1$ otočený úhel v.

Sjednotí-li se zase rovina σ s rovinou papíru, pak pohyb bodu o jest vyznačen obloukem $o_1 o_3$ (obr. 13.) a bod o_3 jest středem otočeného vertikálu V, jehož poloměr $= o_3 s_1$; bod v jest otočený bod východní, oblouk $s_1 v$ pravá velikost výšky, jež počtem stupňů rovná se $\sphericalangle\ v o_3 s_1 = v$.

Mathematický vzorec pro výšku lze odvoditi z $\triangle\ o_3 n s_1$ v němž

$$o_3 n = o_1 n = \operatorname{cosec} \varphi,$$
$$o_1 k = \operatorname{cosec} \delta;$$

poněvadž $o_3 s_1 = o_1 k$, jako poloměry téže nebeské koule, plyne z $\triangle\ o_3 n s_1$:

$$\cos(90 - v) = \frac{o_3 n}{o_3 s_1} = \frac{\operatorname{cosec} \varphi}{\operatorname{cosec} \delta}$$

čili

$$\sin v = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi}.$$

Rozbor.

A. Pro touž zeměpisnou šířku φ.

a) Zmenšuje-li se při témž φ deklinace δ, zvětšuje se kružnice S a bod s_1 pohybuje se na levo; τ se zvětšuje, v se zmenšuje.

b) Je-li $\delta = 0$, ustoupí bod k do nekonečna, totéž učiní bod s_1; $\tau = 90^0$, $v = 0$.

Dne 20. března a 22. září slunce vycházejíc, vstupuje do prvního vertikálu.

c) Je-li δ záporné, pak denní oblouk hvězdy jest pod přímkou H, z čehož vysvítá, že hvězda vstoupí do prvního vertikálu pod horizontem, slunce v noci.

B. **Pro určitou deklinaci** δ.

Kružnice S jest stálá, přímka N posouvá se rovnoběžně s původní polohou.

a) Zmenšuje-li se φ, posouvá se N nahoru, s_1 v pravo; τ se zmenšuje, v zvětšuje.

V jižních krajinách vstupuje táž hvězda později do prvního vertikálu než u nás, majíc při tom větší výšku než u nás.

b) Je-li $\varphi = \delta$, pak přímka N dotýká se kružnice S v bodu k; $\tau = 0$, $v = 90^0$.

Hvězda kulminuje v zenithu.

V *Rivě* kulminuje hvězda *Kapella* v zenithu, poněvadž zeměpisná šířka Rivy $= 45^0 53'$ a deklinace hvězdy rovná se též $45^0 53'$.

Slunce kulminuje dne 20. května ($\delta = 20^0$) na 20.^{0} s. š. v zenithu.

c) Je-li $\varphi < \delta$, pak přímka N neprotíná kružnici S, aniž se jí dotýká, z čehož plyne, že hvězda do prvního vertikálu nevstoupí.

Hvězda β v *Cassiopeji*, jejíž deklinace $= 58^0 36'$, nevstoupí u nás do prvního vertikálu. Slunce nevstoupí dne 31. května ($\delta = 22^0$) ve všech místech povrchu zemského do prvního vertikálu, jichž zeměpisná šířka jest menší než 22^0.

d) Je-li φ záporné, pak přímka N objeví se pod přímkou H. Z toho plyne, že při kladném δ protíná hvězda na jižní polokouli zemské první vertikál pod horizontem, při záporném δ nad horizontem.

Poněvadž $\sphericalangle co_1 n = 90^0 - \varphi$, jest přímka N též horizontem pro jižní zeměpisnou šířku rovnou $90^0 - \varphi$, takže příkladem v obr. 7. jest horizont pro 40.^{0} j. š. zároveň přímkou N pro

50.° s. š. Z té příčiny připsány jsou k těmto přímkám písmena N s příslušnou zeměpisnou šířkou, načež lze v obr. 7. řešiti úlohy jako:

1. *V kolik hodin vstoupí slunce do prvního vertikálu dne 1. května na 20.° a 50.° s. š.?*

Poloměry, jdoucí průsečíky dráhy sluneční s přímkami N_{20} a N_{50}, ukazují hledané hodiny.

Na 20.° s. š. v $9^1/_4{}^h$ a ve $2^3/_4{}^h$;
na 50.° s. š. v 6^h 55^m a v 5^h 5^m.

2. *V kolik hodin jest* **Pollux** *dne 31. července u nás v prvním vertikálu?*

Je-li *Pollux* v prvním vertikálu na 50.° s. š., dospěl, otáčeje se, do bodů p_2 a p_3, slunce v týchž okamžicích jest v s_9 a v s_{10}; v s_9 v $6^3/_4{}^h$, v s_{10} ve $3^1/_4{}^h$, při čemž zase jest míti jen na paměti, že úhel paprsků proložených *Polluxem* a polohou slunce dne 31. července velikost nemění.

V. Osvětlení svislých stěn.

A. Svislá stěna má směr od východu k západu.

Na základě předešlého odstavce lze též řešiti úlohy, týkající se osvětlení stěny svislé, jež jde od východu k západu, neboť rovina této stěny sjednocuje se s prvním vertikálem.

Severní strana stěny bude osvětlena přímými paprsky slunečními od okamžiku, kdy slunce vyjde (obr. 12.), do okamžiku, kdy vstoupí do prvního vertikálu; pak začne slunce ozařovati jižní stranu stěny, tak dlouho, pokud slunce podruhé nevstoupí do prvního vertikálu, neboť pak opět přichází řada na stranu severní, která osvětlena bude nepřetržitě až do západu slunce.

Místo celé stěny lze i zde v úvahu vzíti jen průsečnici N sluneční dráhy σ s prvním vertikálem, poněvadž jakmile slunce vstoupí do přímky N, nastává osvětlení oné stěny, jež před tím byla ve stínu.

Poněvadž přímky N pro některé horizonty jsou sestrojeny v obr. 7., lze hned řešiti některé zajímavé úlohy.

1. *V kolik hodin dopoledne přestává býti severní strana*

stěny u nás osvětlena dne 20. května nebo 23. července; v kolik hodin odpoledne začíná býti opět ozařována přímými paprsky?

Sluneční dráha ve zmíněných dnech protíná přímku N_{50} v bodu s_{11}, jehož poloměr směřuje k $7^1/_4{}^h$, a v bodu s_{12}, jehož poloměr směřuje ke $4^3/_4{}^h$.

Ve čtvrt na osm přestává a ve $^3/_4$ na 4 odp. zase začíná býti ozařována přímými paprsky slunečními.

2. *Kolik hodin jest osvětlena severní, kolik hodin jižní strana stěny dne 21. června a) na 20.°, b) na 50.°, c) na 70.° s. š.?*

a) Kružnice, jíž znázorněna jest dráha sluneční dne 21. června, neprotíná přímku N_{20}, jež přísluší 20.° s. š., což znamená, že severní strana osvětlena jest přímými paprsky slunečními po celý den; strana jižní po celý den jest ve stínu.

b) U nás vychází slunce dne 21. června ve $3^h\ 56^m$; od této chvíle až do okamžiku, kdy slunce vstoupí do přímky N_{50}, což se stane v $7^h\ 29^m$ dopoledne, jest severní strana stěny osvětlena; od $7^h\ 29^m$ dopoledne až do $4^h\ 32^m$ odpoledne jest osvětlena jižní strana; pak zase až do západu slunce v $8^h\ 4^m$ večer padají paprsky sluneční na stranu severní.

Jest tedy strana severní osvětlena celkem $7^h\ 3^m$, strana jižní $9^h\ 2^m$.

c) Soudíme-li podobně ve třetím případě, shledáme, že strana severní jest dne 21. června na 70.° s. š. osvětlena $13^h\ 12^m$, strana jižní $10^h\ 48^m$.

3. *Vertikální hodiny sluneční umístěny jsou na jižní straně stěny východozápadní. V kolik hodin začnou a kdy přestanou ukazovati čas 12. května nebo 1. srpna?*

Dokud slunce na své denní dráze dne 12. května nepostoupí do s_{13}, dotud jižní strana stěny jest ve stínu a ručička slunečních hodin nemůže vrhati stínu. Do s_{13} dospěje slunce v $7^h\ 2^m$ ráno; od této hodiny počínajíc až do $4^h\ 58^m$ odpoledne, kdy opět jižní strana začíná býti ve vlastním stínu, ukazují sluneční hodiny čas.

4. *Kterého dne jest Hybernská ulice v Praze, jež má směr východozápadní, ve $4^h\ 55^m$ odpoledne bez stínu?*

Poněvadž lze míti za to, že průčelí domů na obou stranách ulice jsou v rovině prvního vertikálu, nebudou vrhati stínu v 4^h 55^m odp. v onen den, kdy slunce v tuto hodinu dosáhne prvního vertikálu čili přímky N_{50}.

Spojíme-li tedy bod, jenž stanoví danou hodinu odpolední se středem, a proložíme-li jejím průsečíkem s N_{50} kružnici, stanoví tato kružnice deklinaci δ, pro niž v tabulkách deklinačních najdeme příslušný den.

Zde prochází kružnice polohou slunce dne 12. května a 1. srpna, kteréžto dni odpovídají úloze.

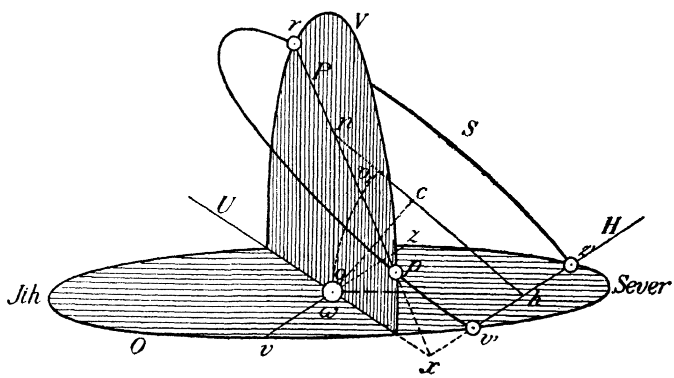
5. *Na které rovnoběžce zemské jest dne 31. května nebo 11. července jižní strana 6 hodin osvětlena?*

Má-li býti osvětlena 6 hodin, t. j 3^h dopoledne, 3^h odpoledne, musí slunce vstoupiti do prvního vertikálu v 9^h ráno.

Průsečíkem kružnice, kterou slunce vykoná v daných dnech s poloměrem směřujícím k deváté hodině ranní, proložme přímku N vodorovně; úhel $o_1 h_2 c$ stanoví zeměpisnou šířku.

Zde sjednocuje se přímka N s přímkou N_{30}, kteráž přísluší zeměpisné šířce $= 30^0$.

B. Vertikální stěna tvoří se směrem východním libovolný úhel ω.



Obr. 14.

Rozeznávejme i u této stěny stranu severní a jižní.

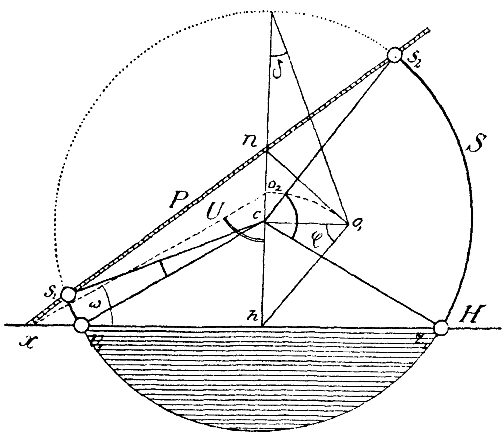
V obr. 14. protíná svislá stěna V horizont v přímce U, jejíž odchylka od směru východozápadního jest ω.

Vycházející slunce osvětluje severní stranu stěny dotud, dokud nevstoupí do její roviny, t. j. dokud nevkročí do bodu p

přímky P, v níž rovina dráhy sluneční σ protíná rovinu svislé stěny; potom začne slunce osvětlovati jižní stranu stěny, a to tak dlouho, dokud slunce podruhé nedospěje k přímce P v bodu r, kdy na řadu přichází opět severní strana.

Lze tedy i zde místo celé stěny v úvahu vzíti jen přímku P, kterou určíme body n a x, jež se k tomu nejlépe hodí.

Poloha bodu n se stanoví známým již způsobem, vysvětleným při prvním vertikálu. Jest jen třeba otočiti pravoúhlý trojúhelník hoc kolem hc do roviny σ, v otočeném bodu o_1 vztyčiti kolmici na odvěsnu ho_1, jež protne přímku svislou v hledaném bodu n.



Obr. 15.

Bod x jest společný všem třem rovinám, tedy i jejím průsečnicím H, U a P.

Stanovíme-li průsečík přímek H a U, obdržíme bod x, jehož spojnice s bodem n jest hledaná přímka P.

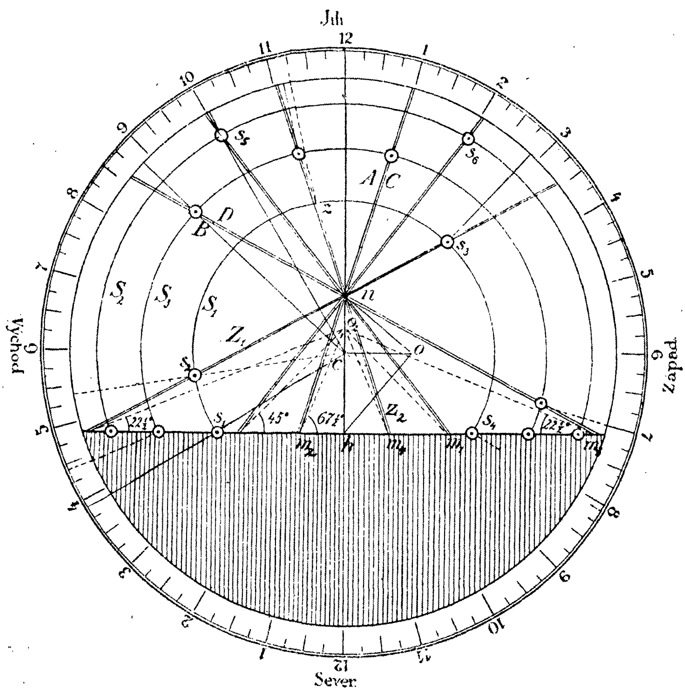
O sestrojení přímky H netřeba se blíže zmiňovati, to známo z předcházejícího.

Ale i přímku U jsme sestrojovali určujíce ranní vzdálenost (obr. 9.). Otočme horizont O kolem H do roviny σ, při čemž bod o přijde do polohy o_2, a naneseme-li k přímce C a vrcholu $o_2 \measuredangle \omega$, obdržíme přímku U jako druhé rameno tohoto úhlu.

V obr. 15. jest $\omega = 30^0$, $\varphi = 50^0$, $\delta = 22^0$ (11. července);

jest jím tedy řešena úloha: *Jak dlouho jest osvětlena severní strana stěny svislé, která se směrem východním tvoří úhel 30°, dne 11. července?*

Toho dne jest severní strana stěny tak dlouho osvětlena, dokud vycházející slunce nevykoná oblouku $v_1 s_1$ a zapadající slunce oblouku $s_2 z_1$.



Obr. 16.

A poněvadž oblouk $v_1 s_1$ obsahuje 8°, oblouk $s_2 z_1$ 83°, ozařuje slunce severní stranu stěny ráno 32^m, odpoledne $5^h\ 32^m$, dohromady za celý den $6^h\ 4^m$.

1. *Jak dlouho jest osvětlena dne 21. června a) severní, b) jižní strana stěny, jež má směr VSV?*

Stěna, jež má směr VSV, tvoří se směrem východním úhel $22^1/_2$°. V obr. 16. znázorněna jest přímkou Z_1. Dráha sluneční dne 21. června znázorněna jest kružnicí S_1, jejíž poloměr se obdrží známým způsobem.

Slunce vychází v bodu s_1 ve 3^h 56^m, kterouž dobu ukazuje poloměr cs_1 na hodinovém rozdělení. Jakmile slunce vystoupí nad obzor, začne osvětlovati severní stranu stěny, a to tak dlouho, dokud nepřijde do polohy s_2, kdy řada přichází na stranu jižní; to stane se v 5^h 22^m ráno, kterouž dobu na hodinovém rozdělení ukazuje poloměr cs_2.

Jižní strana požívá přímých paprsků slunečních do 2^h 53^m, neboť v tom okamžiku přišlo slunce do polohy s_3 (poloměr cs_3 ukazuje na 2^h 53^m), jižní strana octne se ve vlastním stínu, severní strana začíná v tom okamžiku býti podruhé osvětlena a to až do západu slunce v 8^h 4^m.

Severní strana stěny jest celkem osvětlena 6^h 37^m, jižní strana 9^h 31^m.

2. *Do oken prvního pokoje jistého bytu zaslalo slunce dne 21. července poslední paprsky v 10^h ráno, do oken druhého pokoje ve 2^h odpol. Kterým směrem jdou okenní stěny těchto pokojů?*

Sluneční dráha vyznačena jest kružnicí S_2. Poloměr, směřující k 10^h ranní, protíná ji v s_5. Spojnicí s_5n jest znázorněna okenní stěna prvního pokoje. Odchylka její od směru východního $=$ úhlu $ho_2m = 45^0$. Stěna jde od *severozápadu* k *jihovýchodu;* pokoj má stranu severní.

Týmž způsobem seznáme, že okenní stěna druhého pokoje jde od *severovýchodu* k *jihozápadu* a že pokoj má stranu jižní.

3. *O samotě stojící dům má tvar obdélníka. Delší strany směřují k SSV, kratší k ZSZ. Na každé straně budovy jest byt. Kolik hodin jest osvětlen každý přímými paprsky slunečními dne 11. května nebo 1. srpna?*

Nazveme tyto byty A, B, C a D.

Stěny bytů A a C směřují k SSV. Znázorněny jsou dvojitou přímkou AC. Úhel $hm_2o_2 = 67^1/_2{}^0$.

Z bytu A jest viděti jižní stranu, z C severní stranu horizontu.

Stěny bytů B a D směřují k ZSZ. Úhel $hm_3o_2 = 22^1/_2{}^0$.

Z bytu B jest viděti severní, z bytu D jižní stranu horizontu.

Dráha sluneční jest znázorněna kružnicí S_3. Slunce vychází ve 4^h 25^m, zapadá v 7^h 35^m. Jakmile vystoupí nad obzor, začne osvětlovati byt A a B. Byt B do 8^h 53^m, byt A do 12^h 53^m.

Odpoledního slunce byt A nemá, kdežto do bytu B svítí slunce od 7^h do západu.

Byt D jest ozářen od 8^h 53^m ráno do 7^h večer, byt C od 12^h 53^m do západu.

Má tedy byt A 7^h 35^m, B 4^h 38^m, C 5^h 17^m a D 10^h 7^m slunce.

4. *Stěna má směr SSZ. Kterého dne padne na severní její stranu u nás poslední paprsek v $11^1/_2{}^h$?*

Stěna jest znázorněna přímkou Z_2.

Úhel $hm_4o_2 = 67^1/_2{}^0$. Poloměr směřující k hodině $11^1/_4$ protíná přímku Z_2 v bodě z; poloměr dráhy sluneční $= cz$. Kružnice tímto poloměrem opsaná sjednocuje se s kružnicí S_1, jíž vyhovuje 21. červen. (Dokončení.)

O trojúhelníku, od jehož každého úhlu ostatní dva jsou odečteny.

Pojednává

Vavřinec Jelínek,

professor v Novém Městě u Vídně.

(Dokončení.)

Rovnice posledně uvedené lze čísti takto: Trojmoc strany obdržíme, násobíme-li

1. některý její úsek dvojmocí sousedního úseku druhé strany,

2. druhou stranu příčkou této a úsekem třetí přilehlým k straně hledané,

3. odlehlý úsek druhé strany přilehlým úsekem a příčkou třetí strany,

4. příčku této strany dolními úseky obou druhých stran.

Dle některých předešlých rovnic poznáváme také, které tři přímky na sobě závisejí, jimiž tedy trojúhelník určen není. Jsou to tyto skupiny: