

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky

Václav Hübner

O ustanovení vzorce pro $\sin(\alpha + \beta)$ a $\cos(\alpha + \beta)$

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 11 (1882), No. 3, 214--215

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/122260>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1882

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

$$s' - b' = 90^\circ - \frac{\alpha + \gamma - \beta}{2} = \beta - \sigma,$$

$$s' - c' = 90^\circ - \frac{\alpha + \beta - \gamma}{2} = \gamma - \sigma.$$

Jelikož $\beta + \gamma < 180^\circ + \alpha$, jest $\alpha - \sigma > 0$. Totéž platí o rozdílech $\beta - \sigma$, $\gamma - \sigma$. Zavedme tyto hodnoty do vzorců (1), (2), (3) vztahených ku trojúhelníku polárnému, a obdržíme

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\beta - \sigma) \sin(\gamma - \sigma)}{\sin \beta \sin \gamma}}, \quad (7)$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin \sigma \sin(\alpha - \sigma)}{\sin \beta \sin \gamma}}, \quad (8)$$

$$\cot \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin(\beta - \sigma) \sin(\gamma - \sigma)}{\sin \sigma \sin(\alpha - \sigma)}} \text{ atd.} \quad (9)$$

Tyto vzorce dostaneme též přímo ze vzorců (1), (2), (3), když na levé straně zaměníme funkce s kofunkcemi, na pravé straně převrátíme veškeré rozdíly a písmena latinská zaměníme s řeckými. Veličina σ leží v týchž mezích, jako veličina s . I praktické počítání dle vzorců (7), (8), (9) jest v mnohém ohledu výhodnější než dle vzorců (4), (5), (6). Proto vzorce (7), (8) a (9) všem odborníkům co nejvřeleji doporučuji.

V Hradci Králové, dne 23. prosince 1881.

O ustanovení vzorce pro $\sin(\alpha + \beta)$ a $\cos(\alpha + \beta)$.

Studujícím napsal V. J. Hübner.

Vycházejme tu od trojúhelníku abc , okolo něhož opišme křivku kruhovou K . Jak vidno, vyznačí-li se průměr cd a tětivy ad , db , jest:

$$\sphericalangle bdc = \sphericalangle bac = \sphericalangle \alpha,$$

$$\sphericalangle adc = \sphericalangle abc = \sphericalangle \beta.$$

Dle věty Ptolomeovy jest v čtyřúhel. $abcd$:

$$\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{ac} \cdot \overline{bd} + \overline{bc} \cdot \overline{ad},$$

a ješto:

$$\overline{ac} = \overline{cd} \sin \beta,$$

$$\overline{bd} = \overline{cd} \cos \alpha,$$

$$\overline{bc} = \overline{cd} \sin \alpha,$$

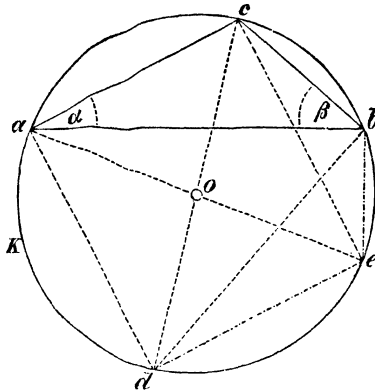
$$\overline{ad} = \overline{cd} \cos \beta$$

a

$$\overline{ab} = (\overline{ac} = \overline{cd}) \cdot \sin(\alpha + \beta)$$

vyjde, dosadíme-li tyto hodnoty do předešlé rovnice:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha.$$



Vyznačíme-li ještě tětivy be a de , obdržíme tu dle známé již poučky v čtyřúhel. $bcde$:

$$\overline{bd} \cdot \overline{ce} = \overline{bc} \cdot \overline{de} + \overline{be} \cdot \overline{cd},$$

jak vidno z obrazce jest však:

$$\overline{ce} = \overline{ad}$$

a

$$\overline{de} = \overline{ac},$$

pročež

$$\overline{be} \cdot \overline{cd} = \overline{bd} \cdot \overline{ad} - \overline{bc} \cdot \overline{ac}.$$

Dosadíme-li do této rovnice známé nám již hodnoty a za \overline{be} ještě:

$$(\overline{ae} = \overline{cd}) \cdot \cos(\alpha + \beta),$$

vyvodíme:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta.*$$

*) Srovnej: Dr. Aug. Wiegand „Ebene Trigonometrie.“