

Paul Funk

Über zwei-dimensionale Räume mit konstanter Krümmung und geradlinigen Extremalen

Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, Vol. 64 (1935), No. 6, 190

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/123598>

Terms of use:

© Union of Czech Mathematicians and Physicists, 1935

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

homographie involutive et d'une inversion quadratique, est celle que son point principal isolé se trouve dans un point singulier de la variété quadratique principale.

Donc, les involutions spéciales de cette espèce peuvent être étudiées de la même manière que les involutions générales; il n'en est pas ainsi pour les involutions spéciales où le point principal isolé ne se trouve pas dans un point singulier de la variété principale. Pour les involutions de ce genre il faut chercher une autre décomposition en éléments plus simples.

Über zweidimensionale Räume mit konstanter Krümmung und geradlinigen Extremalen.

P. Funk, Prag.

Ausgangspunkt ist eine allgemein für zweidimensionale Finsler'sche Räume gültige Deutung des Krümmungsmaßes. Denkt man sich die Jacobi'sche Gleichung so transformiert, daß alle Lösungen lineare Funktionen sind, so sei die zugehörige unabhängige Veränderliche l als linearisierende Veränderliche bezeichnet. Bezeichnet s die Bogenlänge im Finsler'schen Sinn, dann ist der Schwarz'sche Differentialausdruck gebildet für l als abhängige und s als unabhängige Veränderliche, wie bereits früher nachgewiesen¹⁾ wurde, gleich dem Krümmungsmaß. Aus dieser Tatsache folgt unmittelbar: Sind in zweidimensionalen Räumen mit konstanter Krümmung geradlinige Extremale auf Geraden liegende Punktreihen einander so zugeordnet, daß im Sinn der Maßbestimmung äquidistante Punkte einander entsprechen, so sind diese Punktreihen projektiv aufeinander bezogen. Aus dieser Tatsache ergibt sich unmittelbar ein Satz von Berwald,²⁾ wonach die zu einer Geraden zugehörigen transversalen Linienelemente Geraden angehören, die durch einen Punkt gehen. Bei zweidimensionalen Räumen mit positivem konstantem Krümmungsmaß und geradlinigen Extremalen ergibt sich ein Zusammenhang mit der Theorie der analytischen Funktionen. In solchen Räumen haben, wie bereits bekannt, alle Geraden dieselbe endliche Länge. Man kann also bei orientierten Geraden von einem Halbirungspunkt P und von einem Punkt P_1 , der die Gerade im Verhältnis 3 : 1 teilt, sprechen. Sei durch $u = u(x, y)$; $v = v(x, y)$ das Vektorfeld PP_1 dargestellt, so gilt $y + iv = f(x + iu)$, wenn f eine analytische Funktion ist. Anders ausgedrückt: Das Vektorfeld ist quellenfrei und die zugehörige Abbildung ist flächentreu.

¹⁾ Math. Annalen Bd. 101.

²⁾ Wiener Monatshefte Bd. 34.