Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Věstník literární

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 33 (1904), No. 3, 278--296

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123979

Věstník literární.

A. Hlídka programů.

Druhá výroční zpráva druhého českého gymnasia státního v Brně za školní rok 1902—3. *O interpolaci.* Napsal *Karel Petr.* (8 str.).

Autor seznamuje nás v tomto krátkém, ale obsažném pojednání se zajímavou interpolační methodou ruského mathematika *Čebyševa.* Předpokládáme-li totiž, že vztah mezi dvěma měřenými veličinami dá se vyjádřiti tvarem

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_k x^k,$$

tu možno koefficienty a_0, a_1, ... určiti z dané řady pozorování methodou nejmenších čtverců. Když se na př. omezíme na výraz druhého stupně a po provedení výpočtu shledáme, že onen quadratický výraz nedosti vyhovuje pozorováním, nezbývá než celý výpočet *znovu* započíti pro polynom třetího stupně. *Čebyšev* ukázal, že se dá onen interpolační vzorec předpokládati ve tvaru

$$y = C_0 + C_1 D_1 (x) + C_2 D_2 (x) + \ldots + C_k D_k (x),$$

kdež $D_l(x)$ znamená mnohočlen l-tého stupně, a to tak, že určení koefficientů C dle methody nejmenších čtverců jest navzájem úplně nezávislo. Nevyhovuje-li pak dostatečně výraz quadratický, stačí jen vypočísti ještě C_3 a přidati k nalezenému již vzorci člen $C_3 D_3 (x)$.

Autor ukazuje předem, jak možno obecně stanoviti mnohočleny $D_l(x)$ mající uvedené vlastnosti, a obrací se k případu jednoduššímu, kdy data pozorovací vztahují se k aequidistantním hodnotám pro x. Vyšetřuje k tomu cíli hodnotu pomocného determinantu z funkcí Bernoulliských, což samo o sobě jest pěknou poučkou mathematickou; jednodušší odvození téhož determinantu podal autor v tomto časopise (str. 9.). Výhodným obratem umělým dospívá pak autor k rekurrentnímu vzorci pro mnohočleny $D_l(x)$, (vlastně pro vhodně volené jich násobky); budiž tu upozorněno na malé tři chyby tiskové v indexech (str. 8. ř. 6., 8. a 10.). V dalším jest ukázáno, jak lze jednoduše celý výpočet uspořádati, a podáno prvých 5 polynomů *Čebyševových.* V závěru práce uvádí autor, jak možno z veličin už vypočtených určiti míru přesnosti nalezeného vzorce, a upozorňuje na souvislost mnohočlenů *Čebyševových* s polynomy *Legendreovými.*

Odvození rekurrentního vzorce užitím determinantů jest *původní* prací autorovou. Veškeré vývody jsou velice elegantní, ale také v nejvyšší míře stručné; vždyť celý ten bohatý obsah jest vtěstnán na 8 stránek! Referentu zamlouvalo by se ovšem ne tak přílišné zhuštění obsahu, což jistě by značně usnadnilo čtenářům studium této významné práce.

Referent doporučuje cenné toto pojednání každému, komu jest propočítati řadu měření methodou nejmenších čtverců. Při četných měřeních fysikalních jest totiž v moci experimentatorově voliti si pro veličinu, na níž závislost druhé se hledá, intervally stejné, a pak poskytuje interpolační methoda *Čebyševova* nepopíratelných výhod. Dr. *Fr. Nachtikal.*

Pátá roční zpráva české zemské vyšší reálky v Kroměříži za škol. rok 1902—3. *O určení vrženého stínu kuželosečkou plochy 2. stupně dovnitř.* Pojednává *Jan Melichar.*

Pan autor ve svém pojednání odvozuje konstrukce, jimiž lze přímo sestrojiti obraz vrženého stínu ovrubové kuželosečky dovnitř plochy 2. stupně. Za východisko volena jest známá věta o harmonické poloze čtyř význačných rovin: roviny ovrubové kuželosečky K, roviny vrženého stínu K_1 dovnitř plochy, roviny meze S vlastního stínu a konečně roviny procházející společnou průsečnicí rovin právě zmíněných a středem světelným. Podán jest důkaz této věty pomocí případně voleného obrazce a zároveň vytčena jest důležitá přímka, která spojuje střed světelný s s polem x, jenž náleží rovině čáry K vzhledem ku ploše.

Tečné roviny uvažované plochy 2. stupně procházející přímkou $\overline{sx}$ dotýkají se v bodech t, t_1, jež jsou společné křivkám K, S a K_1. Tangenty sestrojené v bodech t, t_1 ku čarám K, S a K_1 protínají přímku $\overline{sx}$ v bodech resp. k, s_1, k_1. Na přímce $\overline{sx}$ je též pol x_1 roviny meze K_1. O bodech na $\overline{sx}$ platí: $(ss_1kk_1) = -1$, $(ss_1xx_1) = -1$.

Na základě těchto vztahů a okolnosti, že obraz meze vlastního stínu i obraz kuželosečky K_1 dotýkají se dvojnásobně obrysu plochy, řešena je řada úkolů v promítání orthogonalně axonometrickém.

Především zobrazen jest z os vržený stín dovnitř polokoule při osvětlení centrálném. Dále stanoven obraz vrženého stínu při rovnoběžných paprscích do vnitra plochy kulové, jež omezena jest libovolnou povrchovou kružnicí. Týž úkol řešen jest při rotačním paraboloidu, jednoplochém rotačním hyperboloidu a při polovině rotačního ellipsoidu sploštělého. Ku konci stanoveny jsou osy obrazu vrženého stínu do vnitra polokoule při parallelním osvětlení. K textu připojeno je 13 jemně a přesně rýsovaných obrazců.

Článek jest psán stručně a přece srozumitelně, i jest pěkným příspěvkem k vědeckému zpracování orthogonalné axonometrie, kterýž předmět s oblibou pěstuje slovutný učitel páně autorův professor K. Pelz. Vliv prací tohoto znamenitého geometra jest proto pozorovati v článku při řešení jednotlivých úkolů, což ovšem věci samé jest jen ku prospěchu.

Prof. *Č. Nevečeřal.*

XXIII. zpráva c. k. státního vyššího gymnasia ve Valašském Meziříčí, vydaná na konci školního roku 1902—1903. *O rozvoji teploměrství.* Napsal Ph. Dr. *Jan Koutný.* Str. 3—20.

Soustavná pojednání týkající se určitého úzkého oboru věd přírodních, v nichž shrnuty hlavní výsledky od počátku až k nejnovějším vymoženostem v té které partii získaným, mají zajisté cenu ne nepatrnou; lze tu rychle se orientovati o vývoji jednotlivých odvětví, a na základě toho možno snadno a pohodlně najíti příslušnou literaturu o předmětě tom podrobně pojednávající. Pan autor zvolil si ke své práci obor nejen v nejnovější hlavně době intensivně pěstovaný a na vysoký stupeň dokonalosti přivedený, nýbrž i jak na poli vědeckém vůbec, tak hlavně v životě praktickém nemálo důležitý, totiž „o rozvoji teploměrství", uživ při tom vedle jiných hlavně dvou prací českých.*)

Práce pojednává stručně o různých methodách stanovení teploty, přihlížejíc arciť jak k teplotám vysokým tak i nízkým, kteréžto poslední hlavně v příčině zkapalnění plynů mají důležitou úlohu; mimo to obsahuje zmínky jak o přednostech a výhodách, tak i o nedokonalostech různých látek teploměrných i různých method; současně shledáváme též údaje týkající se rozsahu, v němž té které methody lze užiti.

V první části pojednáno krátce o methodách stanovení teploty *thermických*, založených na roztaživosti těles pevných, kapalných a plynných (vzduch, vodík, dusík), o různých korrekcích teploměrů rtuťových, o kalorimetrickém měření vysokých teplot a o pyrometrii transpirační, založené na závislosti viskosity na temperatuře, a o libelle tlakové. Druhá část věnována jest methodám *elektrickým*, při nichž se stanoví teplota buď teploměry odporovými nebo thermoelektrickými články, a to jak pro teploty vysoké tak i nízké. Po methodách *akustických* následuje ve čtvrté stati z method *optických* methoda fotometrická, interferenční a polarisační.

Při teploměrech plynových zasluhoval by též zmínky teploměr *heliový*; neboť helium nutno na základě dosavadních zkušeností — dle nichž totiž nelze helium zkapalniti — považovati za plyn nejdokonalejší, dokonalejší vodíku.

Pokud se týče odkazů literárních, tu a tam připojených, bylo by dobře, by též u nás zavedlo se obvyklé a všeobecně užívané citování nejen roku, v němž práce byla uveřejněna, nýbrž i svazku (event. ročníku) a stránky. Na některých místech vloudily se též do citátů omyly. Tak na str. 13. práce Holborn-Wienovy jsou ve Wied. Ann. *1892*; na str. 17. při methodách

*) *V. Strouhal,* O pokroku v oboru thermometrie za posledního pětiletí. Věstník čes. akademie. 3. 281. 1894, a *Vl. Novák,* O pokroku pyrometrie. Čas. pro pěst. math. a fys. 30. 161. 1901.

optických (6. řád.) má býti Věstník *1894*; na str. 19. vypadl z citátu Čas. pro pěst. math. a fys. rok, totiž 1901.

Vzorec Ladenburg-Krügelův (str. 16) vyjadřující vztah mezi teplotou t a elektromotorickou silou x (v millivoltech) má v práci originální*) jiné koefficienty než jak uvedeno; zní totiž:

$$t = -24{\cdot}948\,x + 1{\cdot}6744\,x^2 - 0{\cdot}2248\,x^3.\text{**)}$$

Ve vzorcích Dicksonových (str. 12) bylo by dobře poznamenati, jako se na jiných místech stalo, co znamenají konstanty v nich uvedené; hlavně veličina p, která jest konstantou, mohla by vésti k mylné domněnce, že jedná se o tlak (nebo napětí), jako tomu jest ve vzorci Laplaceově pro rychlost zvuku ve vzduchu (str. 16); též zde postrádáme bližšího označení konstant.

Konstantu C_2 (vzorec Wannerův na str. 18) zvolil Wanner 14500, nikoliv 145000.

Mnohé z uvedených jakož i některé jiné omyly si čtenář sám snadno opraví, jiné opět nutno považovati za chyby tiskové.

Celkem jest práce dobrým příspěvkem k orientování se v oboru, o němž jedná. Prof. *St. Petíra.*

B. Recense knih.

An Essay on the Foundations of Geometry. *Bertrand A. W. Russell.* Cambridge 1897.

Essai sur les fondements de la géométrie. *Bertrand A. W. Russell.* Traduction par *A. Cadenat*, revue et annotée par l'auteur et par *L. Couturat.* Paris 1901.

Spis *Russellův* vydaný v r. 1897 lze nazvati filosofickým předchůdcem knihy *Hilbertovy,* jež vyšla o dvě léta později. Pravím filosofickým, neboť, kdežto Němci běželo o výčet a přesnou mathematickou formulaci geometrických axiomů (zda se mu podařila čili nic, nebudiž zde rozhodováno), šlo anglickému autorovi — mirabile dictu — daleko víc o filosofické podmínky geometrického názoru, než o zevrubné a ostré vyznačení hypothes, na nichž spočívá geometrie. Byl to svého druhu jediný pokus (*Killingovy* Grundlagen der Geometrie, jichž první díl spadá do r. 1893, výslovně si odpírají projednávání filosofických otázek), jehož se podjal mathematik oproti filosofii — pokusů filosofů zabíhajících do mathematiky bylo více — dokázati nutnost některých hypothes (axiomů) pro veškerý možný názor geometrický. Kniha *Couturatova* (De l'Infini mathématique, Paris 1896) snažila se o cosi podobného v arithmetice a analyse a francouzský autor s uznání hodnou vynalézavostí dovede zpříjemniti čtenáři svých 650 stránek — ale geometrie dotýká se jen jednostranně.

*) *A. Ladenburg* a *C. Krügel,* Chem. Ber. 32. 1818. 1899.

**) Viz též: Zeitschr. für kompr. u. flüss. Gase. 3. 61. 1899 a Čas. pro pěst. math. a fys. 30. 190. 1901.

Filosofickému čtenáři je tudíž Russellův spis vítaným doplňkem, tím vítanějším, že oba autoři vycházejí ze společného stanoviska, z Kantovy otázky po apriornosti mathematických poznatků. — Českému čtenáři doporučoval bych knihu tím spíše, že je u nás namnoze rozšířen názor, jakoby Angličané se drželi dosud většinou noetiky Millovy, čemuž tak není, jak ukazuje odpor Russellův proti Erdmannovi, jehož hlavní chyby přičítá na vrub Millovy logiky. Poněvadž otázka o apriornosti byla u nás v poslední době horlivě diskutována, myslím, že mohu Russellovo dílo specielně pro nás vřele doporučiti.

Autor předesílá své knize obsah, jenž je zároveň výborným přehledem veškeré látky v ní probrané. Uvedu z něho hlavní věci: Spis je rozvržen na filosofický úvod, tři kapitoly další a kapitolu závěrečnou, rovněž po výtce filosofickou. — V úvodu definuje autor vztahy problému geometrické apriornosti k logice, psychologii a mathematice. Problém sám počíná se Kantem (aspoň pro moderní dobu), jenž spojil (nesprávně) aprioritu se subjektivností. Ale mezi oběma je rozdíl: subjektivita duševního stavu náleží psychologii a znamená nezávislost bezprostřední jeho příčiny na zevnějším světě, apriorita pak spadá do noetiky a značí nutnost poznatku, takovou, že bez ní by vědění (aspoň o jistých věcech sem spadajících) nebylo možno. Autor pak se omezuje na čistě logické kriterium apriornosti, nechávaje vši psychologii stranou: Jen takový poznatek je nutný vzhledem ke zkušenosti, bez něhož by zkušenost nebyla možná, ale poněvadž nutnost je pojem hypothetický (arsenik zůstává jedem i když nikoho neotravuje), je třeba udati pokaždé důvod nutnosti, t. j. za jakých podmínek lze mluviti o apodiktičnosti soudu, o nějž běží. Pouhá nutnost nepostačí k průkazu apriority; důvod nutnosti je podstatným postulátem všeho, co prohlašujeme za potřebné pro zkušenost.

V první kapitole podává pak stručnou historii neeuklidovské geometrie, aneb, jak se v Anglii po výtce říká, metageometrie. Dělí ji s Kleinem na 3 periody; 1. synthetickou, inaugurovanou Gaussem, a pojící se hlavně se jmény Lobačevského a Bolyaie, jež dokazovala, že parallelový axiom (Euklid I, *Αἰτήματα*, 5.) nemůže být logicky proto z druhých odvozen, že negace jeho nevede k odporu s nimi; 2. periodu analytickou, charakterisovanou hlavně pracemi Riemannovou, Helmholtzovými a Beltramiho, periodu spíše filosofickou, jež vyjádřila noetický poznatek o neodvislosti veličin na místě v prostoru (tzv. homogenita prostoru) mathematickou větou: míra křivosti prostoru je konstantní. Otázkou, jež v této periodě byla přetřásána, zůstalo pak, zda poznatek ten je apriorní či pouze výsledkem zkušenosti. V tomto případě byla by pak geometrie pouze nejjednodušší z experimentálních věd. Kdežto Riemannovou zásluhou byla svrchu zmíněná formulace mathematická, obral si Helmholtz za úkol řešení této otázky; dokázal sice Riemannem supponovaný výraz pro differenciál oblouku, ale nezdařilo se mu základní axiomy správně formulovati. Když pak Beltrami dal Lobačevského planimetrii, do té doby imaginárné, reálně možnou interpretaci na pseudosféře, ploše o stálé záporné křivosti, byl tím postaven most ke Cayleyově projektivné theorii vzdálenosti, jíž nastává perioda třetí. — 3. Tato, projektivná, hledí se obejíti bez pojmu prostorové velikosti i nahražuje metrický pojem vzdálenosti pojmem relace k jistému *absolutnímu* útvaru (druhého neb třetího stupně). Klein ukázal, že z povahy tohoto absolutna vyplývají pak buď euklidovská, nebo neeuklidovské geometrie. Tím se na chvíli zkalil pravý stav věci: zazdálo se, že vlastně všecky druhy geometrie vzrůstají z prostoru euklidovského. Ale to jen na okamžik. Přišlo se na logický omyl zaviňující toto nedorozumění: projektivné souřadnice byly vlastně tacite definovány po metricku, s pomocí distance. Ale chybu bylo lze lehko napraviti; dvojpoměr, jímž ony souřadnice zavádíme, lze definovati ryze projektivně, pomocí v. Staudtovy čtyrúhelníkové konstrukce*). Tím sice byla projektivná geometrie položena logicky *před* metrickou, než nahraditi jí nemůže, poněvadž k specifikování různých útvarů téhož prostoru ryze projektivná geometrie nestačí, nedovedouc na př. rozeznati od sebe různé druhy kuželoseček. Nicméně jest mohutným nástrojem, jehož v posledním badání vydatně bylo užito, na př. Lieem, jenž pomocí ní ukázal zbytečnost Helmholtzova IV. axiomu, tzv. monodromie.

Kapitola druhá je najmě filosofická, probírajíc Kantovy, Riemannovy, Helmholtzovy a Erdmannovy theorie o apriornosti a hájíc metageometrii proti námitkám Lotzeovým. Kant uvažuje: poněvadž geometrie je apodiktická, je nutně prostor apriorní a subjektivní. Ale zároveň: ponévadž prostor je nám dán apriori a subjektivně, je geometrie nezbytně apodiktická. Metageometrie zvrátila první argument, ne však druhého. Tento lze diskutovati teprv tehdy, když přesně vyjádříme rozdíl mezi soudy analytickými a synthetickými, ale moderní logika neuznává takového rozdílu. Nicméně apriorismus připouští, jakožto vše to, co je předem obsaženo v možnosti zkušenosti. Kant však dokazoval apriornost formy prostoru (a času) důvody, jež sice stačí pro důkaz *nějaké* formy vnějšnosti, nikterak však nedokazují, že by náš euklidovský prostor byl tou formou a nutnou podmínkou. Riemann snaže se redukovati učení o prostoru na quantitativní pojem mnohosti, zapomněl, že prostor je i qualitativní a následkem toho jeho definice mnohosti je nedostatečná a temná.

---

*) Viz Weyr, Projektivná geometrie p. 29. Konstrukci tu znal již Delahire.

Jeho definice měření (záležející v přikládání měřítka na věc měřenou) jsouc faktem prostorovým nehodí se pro jiné mnohosti leč pro prostorové. Riemannem zburcovaný Helmholtz, spíše filosof a fysik než geometr, kritisoval Kanta mathematicky i psychologicky, ale nesvedl dokázati, že neeuklidovské prostory jsou reálně představitelné. Helmholtz také dokazoval, že geometrie proto je empirická, že měření předpokládá tuhé těleso (nauka o fysikálnosti geometrie), což je sice pravda, jde-li o skutečné měření, ale je hysteron-proteron, má-li znamenati, že geometrie předpokládá fysiku, neboť nelze bez geometrie stanoviti tuhost tělesa. Erdmann, tonoucí v logice Millově a přejímající názory Helmholtzovy, dopouští se vedle logických chyb ještě věcných: všecko, co vytčeno Helmholtzovi a Riemannovi, spadá i na něho, nehledě k tomu, že ani nepodal přesné definice a důkazu apriority. Proti těmto ochráncům neeuklidovské geometrie vystal v Lotzeovi její oddůrce; ale nedostatečnou školeností mathematickou zbavil se předem pochopení základních otázek metageometrie a bojuje tudíž proti vzdušným zámkům své nemathematické fantasie. Tak na př. považuje neeuklidovské prostory za nehomogenní, čemuž metageometrie nikdy neučila, dokazuje třírozměrnost prostoru argumentem, jenž svědčí o tom, že si neuvědomil možnost vícenásobných nekonečností (∞^n) a p. Podobně je tomu s námitkou, již Delboeuf vznesl proti metageometrii: že v ní není podobných obrazců, nebo lépe řečeno, že v ní není takových obrazců, jichž velikost by se změnila, ač vzájemné poměry jejich částí (stran, . . .) by se nezměnily. V euklidovské geometrii jsou: dva trojúhelníky o týchž úhlech nejsou vždy totožny, nýbrž jen podobny. Ale to nesvědčí proti neeuklidovské geometrii. V ní je totiž obrazec charakterisován jednou podmínkou více než v euklidovské, totiž prostorovou konstantou (měrou křivosti neeuklidovského prostoru), jež se v mezích své geometrie nemůže měniti (t. j. nelze mluviti o její velikosti vzhledem k ní samé neb vzhledem k jiným veličinám všeobecným). Máme tedy v prostorové konstantě jisté základní měřítko — ovšem v *aktuálném* měření se jevící vždy nullou. A v tom není nic absurdního. Následkem konstanty je též, že existuje souvislost mezi délkami a úhly, jíž není v obyčejné geometrii. Tím se pozměňuje učení o shodnosti obrazců a tedy i o podobnosti.

Kapitola třetí je pak konstruktivní: autor v ní rozhoduje, které jsou základní axiomy vší geometrie a zejména které z nich jsou apriorní, t. j. takové, bez nichž by nebyl možný vznik zkušenosti. Začíná geometrií projektivnou, hodící se na všecky prostory, poněvadž pojem velikosti (= délky) v ní nevystupuje. Autor vytýká napřed známé vlastnosti projektivné geometrie: její koordinaty jsou vlastně jen jmény pro body, jež nutno nějak od sebe rozeznati (to je axiomem); relací mezi dvěma různými body je přímka; každý pár bodů je qualitativně equivalentní s jiným párem ležícím na téže přímce, aneb dvě přímky běžící týmž bodem jsou qualitativně rovnomocny (dualita mezi body a přímkami). Tento princip duality vede sice na filosofický circulus, jenž je však proto nevyhnutelný, že prostor je relativní a že nelze definovati bodu leč pomocí jiného bodu. Jsou-li dány tři kollineárné body, lze čtvrtý jednoznačně definovat (výše zmíněná čtyrúhelníková konstrukce) a rovněž každý následující. Tím je dán pevný podklad projektivným konstrukcím, jež však qualitativně se od sebe neliší, leč polohou (odtud i jméno geometrie polohy). Ale veškeré tyto projektivné konstrukce předpokládají tři axiomy: 1. relativitu polohy (axiom polohy), 2. nekonečnou dělitelnost prostoru (axiom bodu), 3. určenost přímky dvěma a roviny třemi body (axiom přímky a roviny). První axiom zahrnuje homogenitu prostoru a zároveň t. zv. axiom rozměrů (t. j. že veškerá forma nazírací musí mít celistvý, konečný počet rozměrů, an nekonečný počet posic by nemohl definovati relaci dvou posic, jinak řečeno bodů); druhý nahražuje filosofickou existenci pouhých relací mathematickou možností rozeznati základní elementy prostorové formy; třetí axiom pak, vztahující se arciť stejně k neeuklidovským geometriím jako k euklidovské, je supposicí všech projektivných transformací, projekcí i sekcí. Těmto 3 axiomům musí hověti každá forma vnějšnosti, v níž zkušenost je možna. I dokazuje autor, že specielní případ axiomu rozměrů, kde totiž forma ta byla by jen jednorozměrná, by nestačil ke vzniku zkušenosti. Je pravda, že čas na př. je takovou formou, ale v témž čase rozeznáváme věci jen pomocí místa (dva současné stavy nelišící se místem spadaly by v jedno), čas *sám* by nestačil ke vzniku vnímání. Považuje tudíž autor všecky 3 axiomy za apriorní, a tudíž i celou projektivnou geometrii.

V druhé části téže kapitoly dokazuje pak i se stanoviska metrické geometrie nutnost tří základních axiomů. Rozdíl je pouze formální a pak ten, že metrická geometrie se neobejde bez empirického elementu, t. j. bez měření. Tím se zavádí nový pojem do geometrie, pojem quantity a vyplývající z ní pojem *pohybu*, a to je asi důvodem, proč tato geometrie byla vyhlašována přímo za experimentální vědu. Nicméně i ona má tytéž tři základní axiomy, bez nichž by zkušenost nebyla možná. Je to 1. axiom volné pohyblivosti (jméno od Helmholtze), t. j. možnost přenésti útvar prostorový z místa na místo, aniž se podoba a velikost jeho změní. Axiom tento koresponduje s projektivným axiomem relativity polohy (absolutní poloha je absurdní) a zahrnuje v sobě Helmholtzovu monodromii, neprávem za nový axiom zavedenou. Autor dokazuje nutnost tohoto postulátu všeho prostorového vnímání několika argumenty a vyvrací možné námitky. Axiom ten je zároveň jen jiným názvem pro homogenitu prostoru. 2. Axiom rozměrů, již dříve zmíněný, dle něhož prostor musí mít konečný celistvý počet rozměrů, jejichž redukce na *tři* je však čistě empirickým faktem vyplývajícím z povahy *našeho* vnímání prostorového, ač ovšem faktem nutným (není možná, že bychom přehlédli jednu nebo více dimensí — spiritismus je tedy v neprávu). 3. Axiom distance, t. j. veličiny jednoznačně určené dvěma body. Axiom ten odpovídá projektivnému axiomu přímky. Ale při tom se naskytuje otázka: Není sférická geometrie v odporu s tímto axiomem? Tam přece dva body (póly) neurčují jednoznačně přímky a kterékoli dva body určují distanci víceznačně (oba oblouky největšího kruhu jimi položeného). Ale tento odpor je pouze zdánlivý. Předně je ve sférickém prostoru u dvou protinožných bodů přece jedna jednoznačná relace, t. j. jejich vzdálenost je polovinou obvodu koule, vyjádřeného prostorovou konstantou r (poloměrem). A pak přece jen vzdálenost d mezi dvěma body na kouli je určena dvěma body — ovšem určena jako periodická funkce $2\pi nr \pm d$ ($n =$ celé číslo), t. j. víceznačně. Sférický prostor právě vyžaduje ještě jedno určení, t. j. n. Ale jinak i sférický prostor závisí na přímce, jako na ní závisí každý možný metrický systém souřadnic. Je tedy patrno, shrnuje Russell, že stanovené 3 axiomy jsou nezbytny pro každé direktní měření jakéhokoli kontinua prostorového. Zbývá však na doplněnou objasniti dvě filosofické otázky, jimž věnována kapitola čtvrtá. Je to předně otázka, kterak lze apriori vyvozenou nutnost applikovati na empiricky daný prostor, a za druhé, kterak rozluštiti kontradikce plynoucí z vlastností prostoru. K řešení první odvolává se autor na logickou praemissu, že veškero poznání předpokládá možnost rozpoznati totožné objekty při vzájemné jejich různosti. Buď nelze míti leč vědomí právě přítomného počitku, anebo musíme být schopni srovnávati jej s jinými. Ale k tomu je potřebí *času*, a poněvadž zase v témž čase je třeba rozeznati počitky, ještě jiné formy. Forma ta musí odpovídat výše uvedeným podmínkám a tou jest *prostor*. Potrvá pak otázka ryze metafysická, nás se netýkající, kterak vysvětliti, že ony podmínky jsou vskutku realisovány v empiricky dané formě. — Druhá sporná věc je rozřešení kontradikcí prostorových. Jsou hlavně tyto tři: *a*) Části prostoru nelze differencovati a bod, nejmenší element prostorový, není vlastně prostorem. — *b*) Polohy bodů mohou být definovány jen pomocí relací k jiným bodům, t. j. pomocí linií a rovin jimi položených; ale linie a roviny mohou býti definovány zase jen posicemi, jež spojují. — *c*) Útvary prostorové jsou relacemi. Ale relace je nedělitelná, kdežto útvary prostorové jsou do nekonečna dělitelny. — Všechny tyto 3 kontradikce však jsou pouze slovní a dají se obejíti zavedením pojmu *hmoty* a odstraněním pojmu prázdného prostoru. Je patrno, že *názor* bodu je nemožný; bod je prostý *pojem* a názor bodu je dán názorem maličké částečky hmoty. Prostor sám pak není dělitelný vůbec; jest pouze možností jistých relací a útvarů — nelze mluviti o částech té možnosti. Proto prázdný prostor, pouhá možnost jistého vyšetřování, nemůže být objektem naší analysy a nelze mu přičítati věcnosti. Zde autor obratně opravuje názor Kantův, jenž přijal absolutní ale subjektivní prázdný prostor. Slovem prostor (prázdný) se má k útvarům prostorovým jako stát k občanům: občané nejsou exempláři státu, ale jsou v něm obsaženi a do jisté míry jej předpokládají, neboť občany se stáváme pouze relacemi státními k jiným občanům. — Dělitelnost prostorových útvarů neznamená dělitelnost relací, než toliko zastoupení jedné relace několika jinými, jako dva složené vztahy otce a syna mohou zastoupiti equivalentní vztah děda k vnukovi.

I shrnuje autor výsledek své knihy ve tvrzení, že ony 3 zmíněné axiomy jsou nutnou podmínkou všeho poznání prostorového, bez níž buď bychom se zapletli do sporů, nebo vůbec nedospěli žádné prostorové zkušenosti. Jsou tedy ony 3 axiomy *apriorní*. Tím doufá autor, že vyčerpal apriorní element geometrie, o jejímž empirickém *vzniku* arciť nepochybuje.

Nehodlám se pouštěti do kritiky díla, poněvadž myslím, že by předpokládala podrobné uvedení důvodů, na nichž autor buduje; poznamenávám jen tolik, že nejsem docela přesvědčen na př. důvody, jež ukazují na absurdnost jiné zkušenosti než hovící oněm třem axiomům. Tolik se stanoviska filosofie. Mathematicky však byla by kritika spíše na snadě, poněvadž *Hilbert* ve výše zmíněném díle, o němž čteme obšírný referát v tomto Časopise roč. XXXII. str. 147.*) snažil se podati plný výčet axiomů pro všecky možné geometrie. Není zde na místě kritisovati opět pokus Hilbertův; podotýkám jen, že jeho počet axiomů se zdá býti přílišný, jak patrno na př. (z nedosud úplné) práce p. *Moora* (Trans. Am. Math. Soc. Jan. 1902), jenž aspoň některé skupiny z nich redukoval. Zdá se vůbec, že partie tyto, nejtěžší, poněvadž se dotýkají samých základů vědy, dosud nemohou být definitivně rozřešeny. Russellovi se dostalo účinných pokynů v polemice s *Poincarém* (Rev. de Métaph. et de Morale 1898/99); těšíme se, že výsledky její budou zpracovány v novém spise Principles of Mathematics, jehož první díl na podzim vyšel, a přispějí k vytříbení našich názorů namnoze ještě mlhavých.

Dr. *V. J. Hauner*.

Théorie élémentaire des séries. *Limites.-Séries à termes*

*) V referátu tom slohovým nedopatřením mluveno o geometriích s nekonečným počtem rovnoběžek. Ve skutečnosti jde o nekonečný počet přímek s danou přímkou se neprotínajících, jejichž limitní dvě poloh (v euklidovské geom. splývající) jsou pak rovnoběžkami.

constants. Séries à termes variables. Fonction exponentielle. Fonctions circulaires. Fonction Gamma. Par *Maurice Godefroy,* bibliothécaire de la faculté des sciences de Marseille. Paris Gauthier-Villars 1903. Stránek VIII + 266.

Spis tento jest učebnicí počátků vyšší analyse. Vyznamenává se především tím, že autor měl na zřeteli nové pokroky vědy; pak výkladem jednoduchým a jasným a, což zvláště vytknouti jest, poutavým, aniž by však vlastnosti tyto byly na újmu přesnosti. V celé knize prokazuje spisovatel obsáhlou znalost literatury mathematické příslušné, jak patrno jednak ve velmi hojných citátech přesně uvedených, kterážto okolnost zejména vzhledem ku spisům starším těžko přístupným cennou jest, jednak v četných zajímavých poznámkách literárních a v příkladech ku theorii z různých pojednání vyňatých a se kterými v jiných učebnicích k témuž předmětu se vztahujících se nesetkáváme. Zvláště pak jest vzhledem k poměrům našim podotknouti, že i mathematická literatura česká došla u p. spisovatele povšimnutí; na str. 240. jest citován článek Ed. Weyra v Časopise pro pěst. math. a fysiky roč. XXI.

Každému oddílu připojena jest sbírka úloh pěkně vybraných (celkem 60) a bibliografie obsahující důležitější spisy, v nichž o látce právě probírané podrobněji lze se poučiti. Celému pak dílu přidán abecední ukazatel.

Oddílů jest celkem šest, jak nadpisem vytčeno; abych bohatost obsahu prokázal, podávám stručný jich obsah.

Po krátkém výkladu o číslech iracionálných přechází spisovatel ku definicí limity veličiny proměnné a limity funkce. Odvozuje pak o limitách základní poučky a poučky Cauchyovy používaje při tom pojmenování „varianta" zavedeného od Méray-e. (Varianta X_n jest funkce celého čísla kladného n, které sluje indexem varianty.) Vykládá potom pojem spojitosti neodvisle proměnné a funkce, pojem derivace a důkazy fundamentálních vlastností příslušných.

Předmětem části druhé jsou nekonečné řady o členech konstantních. Z kriterií konvergence jsou uvedena nejdůležitější a to Kummerovo, d'Alembertovo, Cauchyovo, Raabeovo a Gaussovo. Dokázána a dvěma pěknými příklady doložena věta Riemannova, že lze členy řady semikonvergentní sestaviti v pořádku takovém, aby součet její byl číslo libovolné. Nauka o řadách dvojných byla použita na řady Lambertovu a Clausenovu.

V kapitole následující vykládá se nejprve pojem stejnoměrné konvergence u řad, jichž členové jsou funkce proměnné, pak poučky vztahující se na řady mocninné, zejména k jejímu poloměru kruhu konvergence a jejím derivacím. Theorie pak použita na řadu binomickou a na odvození některých vlastností polynómů Legendreových a řady hypergeometrické. Potom podáno odvození řady Taylorovy a Maclaurinovy a některých jiných rozvojů v řady potenční.

Funkce exponenciální zavedená na základě známé řady použita jest nejprve ku odvození poučky polynomické dle Lagrangea, ku výpočtu $\lim \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$ pro $\lim n = \infty$ a $\lim \frac{x^m}{e^x}$ pro $\lim x = \infty$, ku definici a odvození některých vlastností mnohočlenů Hermiteových a funkcí Besselových. Následuje výklad o číslech a funkcích Bernoulliských a jednoduché odvození Malmsténovo součtového vzorce Eulerova. O čísle e dokazuje se nejprve, že jest irracionálným, jakož i každá celistvá jeho mocnina; potom podán dle Hurwitze a Gordana krásný a krátký důkaz o tom, že číslo e není kořenem žádné algebraické rovnice s celistvými koefficienty. Kapitola končí projednáváním logarithmů a konstanty Eulerovy.

Odstavec další obsahuje nauku o funkcích goniometrických a hyperbolických definovaných řadami, jich význam geometrický, důkaz irracionality čísla π dle Hermitea, výpočet π a přibližné sestrojení délky rovné obvodu kruhu*), vyjádření $\sin x$ a $\cos x$ nekonečnými součiny, větu Wallisovu, některé rozvoje v řady trigonometrické a různé rozvoje v řady mocninné, a v řady zlomků. Zvlášť pak třeba uvésti, že podán jest výklad o známé funkci Weierstrassově, která jsouc spojitou nemá derivace v celém intervallu.

Kapitola poslední pojednává o funkci gamma. Z funkce Gaussovy $\Pi(x)$ dochází se k vyjádření reciproké hodnoty funkce gamma pomocí primárních činitelů, odkud pak všechny důležité vlastnosti její, jakož i rozvoj $\Gamma(1+x)$ v řadu potenční, plynou způsobem snadným. Odvozuje se pak hodnota řady hypergeometrické, když $x = 1$, vzorec Stirlingův, meze pro čísla Bernoulliská, formule Gudermannova a řady Binetovy a Stirlingova. Dalším předmětem výkladu jsou funkce Prymovy a funkce $\Phi(x) = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$, zejména pak určení funkce $\Phi(x)$ pro racionálné hodnoty x dle Gausse a ustanovení přibližné kořenů rovnice $\Phi(x) = 0$, kteréžto ustanovení užito ku geometrickému znázornění křivky $y = \Gamma(x)$.

Již z tohoto přehledu ne zcela úplného jest patrný bohatý výběr látky, a jest podepsaný přesvědčen, že bude následkem

*) Délka ona, jež jednoduchou konstrukcí se zjedná, jest přesně rovna $2R \cdot \frac{13}{50}\sqrt{146} = 2R \cdot 3{\cdot}14159195$; $2\pi R = 2R \cdot 3{\cdot}14159265$.

toho a následkem předností svrchu vytčených spis tento velmi dobrou pomůckou těm, již zabývají se analysí mathematickou.

Dr. *K. Petr.*

Úvod do analytické geometrie v rovině. Sepsal c. k. dvorní rada Dr. *F. J. Studnička*, v. ř. professor mathematiky na c. k. č. universitě v Praze. V Praze 1902. Sborníku Jednoty českých mathematiků v Praze č. VII.

V poslední této své učebnici zůstal zesnulý náš vynikající spisovatel mathematický věren programu dřívějšími svými spisy učebnými vytčenému. Vyslovujeť se sám o účelu spisu a methodě v něm použité v předmluvě těmito slovy: „Hodlal jsem tímto rokem již ukončiti svou spisovatelskou činnost mathematickou, abych ušetřil zraku s pokračujícím stářím slábnoucího; ale důtklivé přání nynějšího nad jiné horlivého výboru naší Jednoty mne přimělo ještě k sepsání této knihy, jíž se co do rozsahu nápodobí dříve mnou vydaný „*Úvod do analytické geometrie v prostoru*". Tím arci byl podmíněn i obsah i způsob výkladu nové učebnice této, jakož snadno pozná i povrchní čtenář její; tím tedy říditi se jest všem, kdož by chtěli posuzovati formu a obsah její, jelikož při tom sluší šetřiti hlediska spisovatelova hotovým dílem zaujatého". . . . „K objasnění své methody uvádím pouze, že jsem se vyhnul všem exkursím sebe bližším a vábnějším, abych věren zůstal skromnému názvu knihy této a přizpůsobil se čtenáři více v ní nehledajícímu. A jednoduchá deduktivnost analytické geometrie jest zvláštní předností její, kterouž co možná patrnou učiniti a zejména začátečníkům „ad oculos" demonstrovati jest předním úkolem „úvodních" spisů takových všech." A v závěrku praví spisovatel: „Kdo pročetl s dostatečným rozmyslem celý „*úvod*" ten, tu poznal zajisté v nejelementárnějším oboru podstatu analytické methody v geometrii jakož i význam a dosah zvaného tak principu koordinátního. Přihlíženoť od počátku až do konce všude hlavně k tomu, aby jasně vynikl způsob, jak se přichází ku příslušným poznatkům geometrickým, i když jejich obsah, mnohdy snadněji dosažitelný methodou synthetickou, postrádal významu vynikajícího a tedy zvláště pozoruhodného. Býváť i zde cesta, kterou se ubíráme, často důležitější a zajímavější nežli cíl, k němuž se po ní dospěje."

Z uvedeného citátu patrno, že spisovatelův úmysl byl omeziti se na výklad počátků analytické geometrie a tu ještě, jak poznáme také při čtení knihy, volil cestu nejschůdnější vyhýbaje se všemu, co by mohlo úplnému porozumění klásti poněkud větší potíže.

Po historickém úvodu, ve kterém zejména vysvětlen vznik a význam systému koordinát Cartesiových, polárních a jiných, vykládá spisovatel o souřadnicích bodů a transformaci souřadnic pravoúhlých a polárních a odvozuje pak různé vztahy mezi veličinami danými dvěma, třemi body a jich souřadnicemi. Obdobně pojednává se v oddělení druhém o jedné, dvou a třech přímkách a v třetím oddělení o jednom, dvou a třech kruzích, při čemž s výhodou užito označení determinantního. Předmětem oddělení IV. až VI. jsou ellipsa, hyperbola, parabola, při čemž se vždy vyšetřuje napřed rovnice křivky a různé její tvary; potom následuje výklad o tečných a polárách (po případě asymptotách) a konečně o průměrech a podává se tu odvození důležitých vlastností příslušných způsobem prostým a dosti obšírným. V oddělení posledním podán jest rozbor obecné rovnice druhého stupně o dvou proměnných.

Jak z tohoto obsahu krátce načrtnutého zřejmo, jest ve spise tom pojmuta látka v rozsahu asi takovém, v jakém se probírá analytická geometrie v učebnicích pro střední školy. V knihách však těchto probírána jest látka učebná stručně, což přirozeno vzhledem k tomu, že tyto knihy jsou pomůckou *při vyučování. Ve spise Studničkově však* propracovány jednotlivé *odstavce do podrobností* a představuje nám vzhledem k tomu *a osvědčenému výkladu* Studničkově kniha jeho velmi dobrou učebnici pro ty, kteří analytickou geometrií soukromě zabývati se počínají, jakož i pro ty studující středních škol, kteří své vědomosti o analytické geometrii chtějí rozhojniti o ty četné partie, které ve škole se nemohly probírati následkem nedostatku času.

Ve spisech podobných jako „Úvod“ vystupuje ovšem do popředí zájem didaktický a často autoři mu činí koncesse na úkor vědeckého prohloubení předmětu. Referent se domnívá, že v té příčině jest třeba býti co nejopatrnější, a míní jednak, že jest lépe takovým konfliktům se vyhnouti než je vyhledávati jednak, že nelze připustiti nepřesnosti, které by mohly vésti k omylům. Abych dvěma příklady svůj náhled objasnil, uvádím nejprve, že výklad o veličinách nekonečně malých a funkcích spojitých (na str. 13.) úplně mohl býti vynechán. Pak poznamenávám, že při délkách nebyl brán náležitý zřetel na směr, což v analytické geometrii, kde právě na této okolnosti založeno jest jednoznačné určování polohy bodu, jest důležito.*) Že tato nepřesnost může skutečně vésti k omylům, ukazuje výraz na str. 206. ve 3. řádku (pro y').

O přednostech jasné a plynné mluvy Studničkovy myslím, že nepotřebuji se jakožto o věci obecně známé šíře zmiňovati**).

*) Prof. Aug. Pánek, který rukopis knihy pročetl, vyslovil se vůči prof. Studničkovi ve smyslu stejném; tento však nějakých změn v této věci činiti nechtěl a trval na svém nepřikládaje tomu důležitosti.

**) Dovoluji si jenom ve příčině terminologie vysloviti mínění, že

Končím pevnou nadějí, že toto poslední dílo Studničkovo vykoná velmi prospěšné služby i počátečníkům i učitelům na středních školách, jakožto pomůcka při přípravě pro vyučování.

Dr. *K. Petr.*

Příspěvek ku kalibraci velmi úzkých kapillár a měření povrchového napjetí vážením kapek. Napsal dr. *Bohumil Kučera.* Rozpravy Čes. Akad., tř. II., roč. XII., čís. 32. 1903. (9 str.)

Ke kalibraci velmi úzkých kapillár (o poloměru několika setin *mm*) nehodí se methoda měření délky sloupečku rtuťového na různých místech, neboť malá váha rtuti neposkytuje dostatečné přesnosti. Autor vycházeje z obšírné své habilitační práce o měření povrchového napjetí na stykové ploše rtuti s některými kapalinami,*) o níž bylo obšírně referováno v Živě, str. 41. r. 1904, doporučuje k tomu cíli měřiti jednak kapillární vztlak menisku stykové plochy rtuti s dosti koncentrovanou kyselinou sírovou, jednak úhrnný elektrický odpor rtuti vyplňující kapilláru. Poloměr kapilláry jest totiž nepřímo úměrný výšce tlakové; konstanta úměrnosti určena jest pak měřením úhrnného odporu elektrického dle vzorce autorem odvozeného za předpokladu, že jednotlivé krátké části kapilláry jsou konické. Autor provedl měření na kapilláře vytažené z teploměrné trubice; aby mohl zkoušeti přesnost methody této, zkracoval při měření elektrického odporu postupně onu kapilláru a ze čtyř těchto měření vypočetl poloměr užšího konce kapilláry. Nalezl tak souhlas ku podivu dobrý, což dokazuje, že jeho methoda kalibrační se znamenitě osvědčí pro velmi úzké a nepříliš dlouhé kapilláry; jest mnohem přesnější než vyměření mikroskopické.

Autor užil svého měření otvoru kapilláry k tomu, aby zkoušel methodu určení kapillární konstanty pomocí vážení kapek, o níž názory jsou dosud velmi neustálené. Váha kapky nesené povrchovým napjetím může býti nejvýše $2\pi r\alpha$, ale pokusy ukazují, že jest vždy menší; vezme-li se totiž zřetel k zmenšení hydrostatického tlaku vlivem dolního zakřiveného povrchu kapky, pak by měla býti ona váha jen $\pi r\alpha$. Položíme-li tudíž váhu kapky rovnu $Cr\alpha$, jest konstanta C v mezích π a 2π; *Rayleigh* ze svých pokusů s nepříliš úzkými kapillárami nalezl pro C hodnotu střední 3·8. *Traube* soudí, že konstanta C blíží se theoretické limitě 2π tím více, čím jest poloměr kapilláry menší.

---

překlady cizích slov v cizině i u nás úplně zdomácnělých nejsou užitečny, (jako harmonický = souladný, diskriminant = tříditel). Fráse, která se vyskytuje, „jak plyne z příslušného obrazce“, a která by u začátečníka mohla způsobiti znepokojení, zastupuje patrně výrok jako: „jak snadno patrno“ a p.

*) *B. Kučera*: Die Oberflächenspannung von polarisiertem Quecksilber, Lipsko, 1903. 87 pg. a Drud. Ann. d. Phys. *11*, 529 a 698 1903.

Předpoklad tento zkoušel autor pomocí své velmi úzké kapilláry; měřil povrchové napjetí na hraničné ploše mezi rtutí a dosti koncentrovou kyselinou sírovou jednak methodou kapek, jednak vztlakem v kapillárních trubicích. Ze srovnání obou výsledků dospívá k hodnotě $C = 5{\cdot}624$.

Výsledek ten, z jediného pokusu odvozený, není ovšem, jak autor sám uvádí, definitivní. Přistupuje k tomu ještě ta okolnost, že krajní úhel kyseliny sírové při styku se rtutí nemusí býti nutně nullou, jak autor mlčky předpokládá. Pro krajní úhel rtuti nalezl *Quincke*, horlivý zastance názoru, že ani u kapalin smáčejících není krajní úhel nullou, hodnoty mezi 134^0 a 147^0. Jest zajímavo pozorovati, že za předpokladu, že by týž úhel krajní byl i pro stykovou plochu rtuti s kyselinou sírovou, což ovšem jenom měření může potvrditi nebo vyvrátiti, dostáváme přepočtením údajů autorových pro C hodnotu dosti blízkou číslu nalezenému *Rayleighem*. I když tedy referent nemůže výsledek autorův přijati bez námitek, přece jisto jest, že cesta, již si volil autor k studiu methody kapek, jest úplně správná.

Dr. *Frant. Nachtikal.*

Odpověď k předchozímu referátu.

Laskavostí p. referenta dostal jsem předchozí referát před jeho uveřejněním k nahlédnutí a dovoluji si odpověděti na námitky v něm obsažené.

Pan referent, aby obhájil *Rayleighovu* konstantu $C = 3{\cdot}8$ činí dva předpoklady: Předně, že krajový úhel φ rtuti a skla je týž, nachází-li se nade rtutí jakožto třetí prostředí vzduch nebo kyselina sírová a to patrně 134^0 ($C = 3{\cdot}85$). Z toho by vyplývalo, že hodnota povrchového napjetí α na stykové ploše Hg a H_2SO_4 nerovná se mnou a *Paschenem* nalezené $29{\cdot}8 \frac{mg}{mm}$, nýbrž asi $42{\cdot}6 \frac{mg}{mm}$. Kdybychom užili přímo konstanty *Rayleighovy*, obdrželi bychom pro $\varphi = 133^0 45'$ a $\alpha = 43{\cdot}15 \frac{mg}{mm}$; pan referent, jak soukromým dopisem mi sdělil, pokládá za možné, že tato hodnota má býti stejná s hodnotou povrchového napjetí rtuti na stykové ploše se vzduchem ($44 \frac{mg}{mm}$). To jest druhý implicitní jeho předpoklad. Dá se snadno ukázati, že tyto dva předpoklady vedou k důsledkům, úplně odporujícím zkušenosti. Označme různá media pomocí indexů — 1 sklo, 2 vzduch, 3 rtuť a 4 kyselinu sírovou; pak vede prvý předpoklad o krajovém úhlu ke vztahu

$$\cos\varphi = \frac{\alpha_{12} - \alpha_{13}}{\alpha_{23}} = \frac{\alpha_{14} - \alpha_{13}}{\alpha_{43}}$$

a druhý praví

$$\alpha_{23} = \alpha_{43}.$$

Pro krajový úhel kyseliny sírové ve skleněné kapilláře pod vzduchem obdržíme pak

$$\cos\varphi_{124} = \frac{\alpha_{12} - \alpha_{14}}{\alpha_{24}} = 0,$$

t. j. kyselina sírová musela by tvořiti krajový úhel 90^0 a nesměla by tudíž ve skleněné kapilláře jeviti elevace!

Nechci se rozepisovati také o jiných důvodech, které by se proti názoru p. referenta daly uvésti a které plynou z analyse vlivu elektrické dvojvrstvy na stykové ploše Hg a H_2SO_4, jakož i z úvahy o významu členu A_{12} ve vzorci pro povrchové napjetí na stykové ploše dvou kapalin $\alpha_{12} = \alpha_1 + \alpha_2 - 2A_{12}$, nýbrž odůvodním, co mne k tomu vedlo, že jsem v referované poznámce předpokládal $\varphi = 0$. Především to byl očitý názor při pozorování stykové vrstvy mikroskopem; krajový úhel té velikosti, jakou předpokládá p. referent, by musil na prvý pohled vzbuditi pozornost i nebedlivého pozorovatele. Druhým důvodem pro moji supposici bylo, že *Cantorem**) a *G. Meyerem***) bylo stanoveno povrchové napjetí na stykové ploše Hg a H_2SO_4 methodami, které na velikosti krajového úhlu nezávisí a to prvým pomocí měření maximálního tlaku v malých bublinkách a kapkách, a druhým z velikosti obrázku reflektovaného na vrcholi veliké kapky. Pro kyselinu $5^0/_0$ našel prvý hodnotu 32·5, druhý pro H_2SO_4 sp. hmoty 1·056 pak 32·2 $\frac{mg}{mm}$. Interpolujeme-li pro tyto koncentrace hodnoty z měření *Paschenových,****) obdržíme čísla pouze o 2 resp. $1{\cdot}5^0/_0$ rozdílná. Liší se tedy tyto hodnoty, za předpokladu krajového úhlu rovného nulle z depresse v kapillárách vypočtené od oněch na této supposici nezávislých, pouze o obnos řádu pozorovacích chyb, neboť, jak *Paschen* udává, lišily se jednotlivé hodnoty jím pomocí různých kapillár získané mezi sebou asi o $1^0/_0$. Ježto užil kapillár dosti širokých (průměru až 0·44 *mm*), myslím, že lze tento poměrně malý nesouhlas přičísti nedostatečně přesnému určení radia kapilláry v místě menisku a malé přesnosti při měření depresse. Hodnota α mnou nalezená (29·84) shoduje se však velmi dobře s hodnotou 29·79 interpolovanou z *Paschenových* pozorování. Proto jsem se domní-

*) *M. Cantor*, Wied. Ann. *47*. 399. 1892.
**) *G. Meyer*, Wied. Ann. *56*. 680. 1895.
***) *F. Paschen*, Wied. Ann. *40*. 36. 1890.

val, že i já mohu klásti krajový úhel rovný nulle. Kdybychom však v nejhorším případě připustili, že následkem zanedbání krajového úhlu moje hodnota α je o 2% příliš malá, vyšla by pro *Rayleighův* koefficient hodnota asi o 2% menší než jest moje, přes to však od 3·8 velmi vzdálená. Důvody p. referentovými tedy platnost *Rayleighova* koefficientu 3·8 pro kapilláry o poloměru ca. 0·02 *mm* obhájiti nelze. Doc. Dr. *B. Kučera.*

Odpověď k recensi p. prof. dra Vl. Nováka.

Ku kritice mého pojednání „Skioptikon ve službách školy", uveřejněného ve zprávě školní c. k. české reálky pražské v Ječné ulici, dovoluji si učiniti tyto věcné poznámky.

Původně měl míti článek můj základ široký a měl býti provázen mnohými obrázky; pro nedostatek místa zkrácen velice téměř před samým tiskem, což stalo se v dorozumění s ředitelstvím našeho ústavu. Na straně 24. zprávy školní stojí, že šíře se pojedná o jednotlivých momentech projekční techniky na jiném místě a doloží se příslušnými obrázky. Jest tedy stručný tento článek pouhým upozorněním a vybídnutím ku zařizování stanic projekčních — a tedy žádným vědeckým pojednáním.

Když bylo již nutno článek zkrátiti, pojal jsem úmysl vyjadřovati se všude tak, aby i žák čtoucí článek všemu jasně rozuměl; z té příčiny úmyslně volena definice, že „podstata umění promítacího či projekčního spočívá v mocném osvětlení transparentního obrázku obyčejně rozměrů 8·5 × 8·5 *cm* a vržení či promítnutí ho pomocí systému čoček na bílou plochu".

Ve stálé snaze, aby i žák čtenému rozuměl, přijmul jsem a formuloval tvorbu uhličitanu železitého, str. 22., z chloridu železitého a sody — ač dobře mi známo, že nevěří se v existenci uhličitanu železitého samého, ano i tvorba zásaditého uhličitanu se popírá a výsledek reakce zmíněné vyjadřuje se obyčejně tvorbou zásady samé. Toto zajisté odvážné faktum ušlo úplně pozornosti p. kritika!!

Pan recensor ví, jak možno mezi řádky čísti, že z výstavy pomůcek ve Vídni lonského roku pořádané jen tolik jsem si odnesl, že byla zahájena Jeho Excellencí p. ministrem kultu a vyučování. Musím se jen klouiti před bytostí, která dovede nahlížeti do nitra jednotlivce, ale musím podotknouti, že ve Věstníku českých professorů, roč. XI., č. I. str. 16.—22., uveřejněn mnou článek, kde popsány a vyobrazeny zajímavé a účelné přístroje v sekci chemické vystavené.

Děj seslabování a sesilování formuloval jsem proto, že mnohý žák rád se doví něco více o fotografických dějích, než jak ve škole dle osnovy předepsáno.

Na výtku, proč o výrobě diapositivů jsem se ani nezmínil, odpovídám, že o tak známých věcech z příčin nedostatku místa jsem se ani neodvažoval něčeho napsati. Jsou již i mnozí kvartáni, kteří dovedou bezvadné diapositivy zhotovovati a mimo to, kdo pracuje s deskami, najde podrobný návod v každé krabičce.

Nádoby s vodou za účelem ochrany kondensorů nejsou mým vynálezem, nýbrž viděl jsem je s četnými účastníky sjezdu v laboratoři firmy Zeissovy (str. 23.), tedy hned firma Zeissova je nabízí ke koupi, ovšem s celým epidiascopem současné.

O přípravě modrých diapositivů methodou štavelovou dle receptu sděleného mi laskavou ochotou p. c. k. zemským inspektorem jsem se zmínil proto, že každému, kdo projekcí se zabývá, známo, jak oko umdlí pozorováním obrazů obyčejných nekolorovaných diapositivů (str. 22.), a že vítanou jest změna, kterou způsobují právě modré diapositivy. Opakuji z vlastní zkušenosti, že takto připravené diapositivy skytají četné výhody před methodou citratovou, jak opětně uvedeno na str. 22. Recept ten není ovšem sestaven ani včera, ani týden minulý, ale praktickou cenu má nepopíratelnou a bude jí míti vždy pro toho, kdo si diapositivy sám zhotovuje — a pro toho jsou řádky ty psány.

Často slýcháme právě z nadpozemských sfér, v nichž se pohybuje p. recensent, stesky na nečinnost učitelů středoškolských — a ejhle, když se začne některý učitel středoškolský zabývati věcí dobrou, užitečnou, jíž věnuje po svých namahavých povinnostech veškeren svůj čas volný — ihned se najde někdo z týchž nadpozemských sfér, jenž ničí vše, čeho se odvážil ubohý červ a nač jen bohorovní mají právo.

Tímto způsobem, který u nás velice oblíben — se dobré věci nic nepomůže — ač zase pracovníka upřímného podobné recense či kritiky, které se vlastně rovnají v tomto případě snůšce pošklebků zcela neodůvodněných — bohorovného původce málo důstojných, nikterak neodvrátí od pokračování v díle započatém a škole užitečném.

Ing. chem. *Hynek Němeček*, c. k. professor.