Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Bohumil Pardubský

Teoretické základy statistických přejímacích postupů

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 3 (1958), No. 3, 257--266

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137103`

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1958

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.

This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* `http://project.dml.cz`

TEORETICKÉ ZÁKLADY STATISTICKÝCH PŘEJÍMACÍCH POSTUPŮ

Ing. Dr. B. Pardubský, *Výzkumný ústav tepelné techniky, Praha*

1. Úvod

Přehled teoretických základů statistických metod regulace výroby byl podán v článku „Matematicko-statistické metody při kontrole hromadné výroby“ uveřejněném v 5. a 6. čísle tohoto časopisu z minulého roku. Kromě regulace neméně důležité jak pro výrobu tak pro spotřebitele jsou kontrolní metody, které zajišťují jakost dodávaných polotovarů neb hotových výrobků. Pro velký rozsah dodávek a v mnohých případech, kdy zkoušky jakosti mají destruktivní charakter, nelze provádět kontrolu každého kusu dodávky, a proto byly hledány takové metody, které by umožnily na podkladě výsledku kontroly malého počtu náhodně vybraných kusů činit závěry o jakosti výrobků celé dodávky. Takové metody nazýváme statistickými přejímacími postupy a jejich teoretické základy jsou obsaženy v tomto článku.

2. Rozdělení přejímacích postupů

Přejímání polotovarů, výrobků, materiálů atd. provádí se dvěma podstatně odlišnými způsoby. Buď srovnáváme výrobky s předepsaným normálem (vzorem), nebo na výrobcích provádíme měření, ať již rozměrů nebo fysikálních nebo chemických jejich vlastností. Podle způsobu prováděné kontroly rozděluje přejímací postupy na

a) přejímací postupy prováděné metodou srovnávání,
b) přejímací postupy prováděné metodou měření.

Podstatou obou přejímacích postupů je, že celou dodávku zamítáme nebo přijímáme podle výsledků zkoušek provedených pouze na určitém počtu výrobků náhodně vybraných z celé dodávky a tedy statistické přejímací postupy jsou vybudovány na teorii náhodného výběru a testování hypotéz.

Podle toho, zda se jakost dodávky posuzuje podle výsledků kontrol v jednom nebo několika náhodných výběrech rozeznáváme:

a) přejímací postupy jedním výběrem, při kterých je vždy kontrolován pouze náhodný výběr o daném rozsahu n;
b) přejímací postupy dvojím výběrem, kdy se dodávka hodnotí podle výsledků kontrol dvou náhodných výběrů o rozsahu n_1 a n_2;
c) přejímací postupy několikerým výběrem, kdy se používá několika náhodných výběrů o rozsahu $n_1, n_2, \ldots, n_k$:
d) postupné přejímací postupy, kdy bereme postupně výrobek za výrobkem až dojdem k rozhodnutí o jakosti.

3. Přejímací čísla a operativní charakteristika

Každý přejímací postup prováděný jedním výběrem je určen dvěma přejímacími čísly (c, n). Číslo n určuje počet náhodně vybraných výrobků a rozhodné číslo c mezní hodnotu příslušné výběrové charakteristiky, aby dodávka mohla být ještě přijata. Přejímací postupy prováděné dvojím výběrem jsou určeny čtyřmi přejímacími čísly (c_1, c_2, n_1, n_2), kde n_1 a n_2 je počet náhodně vybraných výrobků při prvém a druhém náhodném výběru a čísla c_1 resp. c_2 udávají mezní hodnotu příslušné výběrové charakteristiky, aby dodávka mohla býti přijata v prvém resp. druhém náhodném výběru. Zcela obdobně m-násobný přejímací postup je určen $2m$ přejímacími čísly $(c_1, c_2, \ldots, c_m; n_1, n_2, \ldots, n_m)$.

Ke každému výběrovému přejímacímu postupu lze stanovit operativní charakteristiku, která určuje pravděpodobnost, že dodávka bude přijata, jestliže obsahuje $100p\%$ nevyhovujících výrobků (zmetků). Operativní charakteristika charakterisuje přísnost přijímání dodávek příslušného přejímacího postupu. Uvažujme přejímací postup prováděný jedním výběrem a označíme výrobky, které se shodují s předepsaným normálem znakem 0 a které nevyhovují znakem 1. Potom [viz (1) odst. 3.5] pravděpodobnost, že v náhodném výběru (rozsahu n, vzatém z dostatečně velké dodávky, která obsahuje podíl p nevyhovujících výrobků) bude právě z zmetků, je dána přibližným vztahem

$$P(\zeta = z) = \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z}\,, \tag{1}$$

kde ζ je náhodná proměnná, která nabývá hodnot z počtu zmetků v náhodném výběru rozsahu n.

Pravděpodobnost, že v náhodném výběru rozsahu n bude nejvýše c zmetků, je dána vztahem

$$P(\zeta \leqq c) = \sum_{z=0}^{c} \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z}\,. \tag{2}$$

Označíme-li levou stranu výrazu (2) $L(c, n, p)$ a necháme-li veličinu p probíhat hodnotami 0 až 1 při konstantních hodnotách c a n, nazýváme tuto funkci operativní charakteristikou pro příslušná přejímací čísla (c, n). Operativní charakteristika udává pravděpodobnost, že dodávka přejímaná podle přejímacích čísel (c, n) bude přijata, obsahuje-li $100p\%$ zmetků.

Výpočet operativní charakteristiky

$$L(c, n, p) = \sum_{z=0}^{c} \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z} \tag{3}$$

lze provést pomocí neúplné beta-funkce ([2] str. 180), neboť

$$\sum_{z=0}^{c} \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z} = 1 - I_p(c+1, n-c) = I_{1-p}(n-c, c+1)\,,$$

kde

$$I_x(p, q) = \frac{\int_0^x t^{p-1}(1-t)^{q-1}\,\mathrm{d}t}{\int_0^1 t^{p-1}(1-t)^{q-1}\,\mathrm{d}t}$$

je neúplná beta-funkce ([3]) (důkaz se provede opakovanou integrací per partes pravé strany rovnice (3)).

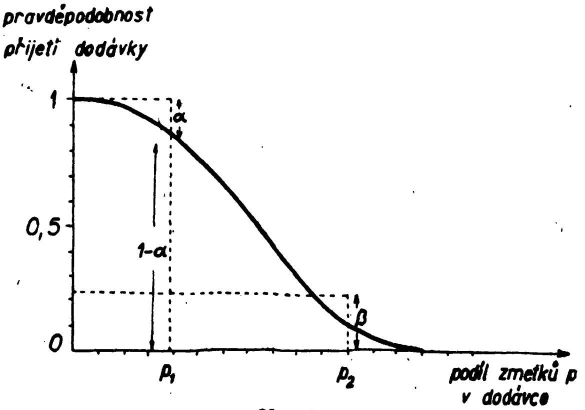
Při výpočtu operativní charakteristiky pro $p < 0{,}1$ resp. $np < 10$ provádí se aproximace pomocí Poissonovy exponenciely ([4]). Přibližně totiž platí

$$\sum_{z=0}^{c} \binom{n}{z} p^z (1-p)^{n-z} \doteq \sum_{i=0}^{c} \mathrm{e}^{-np} \frac{(np)^i}{i!}\,. \tag{4}$$

Pro dostatečně velké n a p blízké hodnotě 0,5 aproximujeme operativní charakteristiku pomocí kumulativní distribuční funkce normálního rozdělení ([4]). Tvar operativní charakteristiky je uveden na obr. 1.

Změnou přejímacích čísel (c, n) mění se tvar operativní charakteristiky a tudíž i přísnost přejímání.

Úkolem je stanovit přejímací čísla (c, n) tak, aby byla zaručena jakost dodávky, přejímané podle těchto přejímacích čísel. Požadujeme, aby pravděpodobnost přijetí dodávky, prováděné podle přejímacích čísel (c, n), s podílem zmetků p_1 byla velká — rovná $(1 - \alpha)$ a s podílem zmetků p_2 malá — rovná β, když $p_1 < p_2$. Potom $100p_1\%$ resp. $100p_2\%$ nazýváme přípustné resp. nepřípustné procento zmetků v dodávce a α resp. β je risiko dodavatele resp. odběratele (obvykle se volí 0,05, nebo 0,1).



Obr. 1.

4. Statistické přejímací postupy prováděné jedním výběrem metodou srovnávání

Jak již bylo uvedeno v úvodě, při přejímacím postupu, prováděném metodou srovnávání, porovnáváme výrobky s určitým normálem, kterým nejčastěji bývá kalibr, obkročák, měrka neb podobně. Výrobek považujeme za dobrý, jestliže se shoduje s příslušným normálem až na úchylky dané požadovanou přesností (tolerancí). V opačném případě považujeme výrobek za zmetek. Úkolem přejímacího postupu je rozhodnout o přijetí nebo zamítnutí dodávky na podkladě kontroly provedené u n náhodně vybraných výrobků z dodávky. Při přejímání dodávky postupujeme takto:

a) Z dodávky náhodně vybereme n výrobků, které překontrolujeme a roztřídíme na dobré a zmetky.

b) Dodávku přijmeme, jestliže počet zmetků z zjištěný ve výběru je nejvýše roven rozhodnému číslu c.

c) Dodávku zamítneme, jestliže počet zmetků z je větší než rozhodné číslo c.

Zamítnutou dodávku pak buď stoprocentně překontrolujeme a všechny zmetky nahradíme dobrými výrobky, nebo dodávku vrátíme dodavateli bez jakékoli další kontroly. V prvém případě provádíme tak zvaný rektifikační přejímací postup a v druhém případě nerektifikační přejímací postup.

4.1. Nerektifikační přejímací postup

Při stanovení přejímacích čísel (c, n) vycházíme z požadavku, aby pravděpodobnost přijetí dodávky obsahující podíl zmetků p_1 nebo menší byla rovna nebo větší než hodnota $(1 - \alpha)$ a současně pravděpodobnost přijetí dodávky s podílem zmetků p_2 nebo větším byla rovna nebo menší než hodnota β.

Tyto požadavky lze vzhledem k (3) matematicky formulovat dvěma rovnicemi

$$L(c, n, p_1) = 1 - \alpha\,, \quad L(c, n, p_2) = \beta\,, \tag{5}$$

neboť platí

$$L(c, n, p_1) > L(c, n, p_2)\,, \tag{6}$$

když $p_1 < p_2$.

Řešení systému (5), a tím stanovení přejímacích čísel (c, n) lze provést několika způsoby:

a) Pomocí tabulek neúplné beta-funkce.

Vzhledem ke vztahu (3) lze systém rovnic (5) uvést na tvar

$$I_{p_1}(c + 1, n - c) = \alpha\,, \quad I_{p_2}(c + 1, n - c) = 1 - \beta\,. \tag{7}$$

Pro dané hodnoty α, β, p_1 a p_2 hledáme postupně pro $(c + 1) = 1, 2, 3, \ldots$ hodnoty $(n - c)$, splňující prvou i druhou rovnici. Za řešení pokládáme takovou hodnotu $(c + 1)$, pro kterou hodnoty $(n - c)$ pro obě rovnice jsou si nejbližší ([6]).

b) Pomocí Poissonovy exponenciely.

V případě, že hodnoty p_1 resp. p_2 jsou menší než 0,1 lze binomické rozdělení aproximovat rozdělením Poissonovým. Systém rovnic (5) uvede se na tvar

$$\sum_{i=c+1}^{n} e^{-np_1} \frac{(np_1)^i}{i!} = \alpha\,, \quad \sum_{i=c+1}^{n} e^{-np_2} \frac{(np_2)^i}{i!} = 1 - \beta\,. \tag{8}$$

Označíme $np_1 = a$, $np_2 = b$ a pro předem dané hodnoty p_1, p_2, α, β hledáme pro $c = 0, 1, 2, \ldots$ pomocí tabulek Poissonova rozdělení [4] hodnoty a resp. b, které splňují prvou resp. druhou rovnici systému (8). Za řešení pokládáme takovou hodnotu c, pro kterou jsou hodnoty a/p_1 a b/p_2 sobě nejbližší.

Tabulka 1

R_0	c	np_1	R_0	c	np_1
58,0	0	0,051	3,3	7	3,980
13,0	1	0,355	3,1	8	4,700
7,5	2	0,818	2,9	9	5,430
5,7	3	1,366	2,7	10	6,170
4,6	4	1,970	2,63	11	6,920
4,0	5	2,610	2,53	12	7,690
3,6	6	3,290	2,44	13	8,460

c) Pomocí tabulky R_0.

Nevýhodou výše uvedeného řešení je, že pro každou dvojici čísel p_1 a p_2 je nutno sestavit tabulku a pomocí ní určit čísla c a n. Tento nedostatek byl odstraněn sestavením tabulky známé pod označením R_0, kterou uveřejnil P. Peach a S. B. Littauner [7]. Jednoduchou úpravou systému (8) dostaneme

$$\sum_{i=c+1}^{n} e^{-a} \frac{a^i}{i!} = \alpha , \quad \sum_{i=c+1}^{n} e^{-aR_0} \frac{(aR_0)^i}{i!} = 1 - \beta , \tag{9}$$

kde $a = np_1$, $R_0 = p_2/p_1$. Tabulka udává pro hodnoty $c = 0, 1, 2, \ldots$ příslušné hodnoty R_0 a np_1 pro $\alpha = \beta = 0{,}05$. Pro dané hodnoty p_1 a p_2 vypočteme hodnotu R_0 a v tabulce 1 ([5], [7]) najdeme buď přímo tuto hodnotu nebo hodnotu nejblíže vyšší, pro kterou odečteme přímo hodnoty c a np_1.

Příklad: Nechť $p_1 = 0{,}01$, $p_2 = 0{,}05$ $\alpha = \beta = 0{,}05$. Potom $R_0 = 5$ a nejblíže vyšší hodnota v tabulce 1 je $R_0 = 5{,}7$. Tedy přejímací čísla jsou $c = 3$ a $n = 1{,}366/0{,}01 = 136{,}6 \doteq 137$.

U uvedených přejímacích postupů nebyla uvažována otázka hospodárnosti. Lze však stanovit taková přejímací čísla (c, n), která by byla hospodářsky nejvýhodnější.

Nechť $M(c, n, x)$ je průměrná ztráta, která vznikne podniku přejímkou dodávky rozsahu N kusů, x — podíl zmetků v dodávce, k — náklady na kontrolu jednoho kusu, z — ztráty vzniklé přijetím zmetku, který projde do výroby resp. na montáž.

Potom zřejmě

$$M(c, n, x) = nk + (N - n)\, x\, L(c, n, x)\, z , \tag{10}$$

kde prvý člen na pravé straně představuje náklady na kontrolu výběru rozsahu n a druhý člen ztráty vzniklé propuštěním zmetku do výroby.

Jednoduchou úpravou rovnice (10) dostaneme tak zvanou risikovou funkci

$$R(c, n, x) = \frac{n}{N} + \left(1 - \frac{n}{N}\right) xL(c, n, x) \frac{z}{k} . \tag{11}$$

Jelikož nevíme nic o podílu zmetků v dodávce, uvažujeme nejhorší podíl vzhledem k risikové funkci (11). Současně však volíme přejímací čísla (c, n) taková, která činí risikovou funkci minimální při podmínce, že dodávky s podílem zmetků p_1 nebo menším budou přejímány s pravděpodobností rovnou nebo větší než $(1 - \varepsilon)$.

S hlediska matematického stanovíme

$$\max_{x} \min_{(c,n)} R(c, n, x) \quad \text{při vedlejší podmínce} \quad L(c, n, p_1) \geqq 1 - \varepsilon . \tag{12}$$

Tuto formulaci navrhl A. Špaček a příslušné tabulky vypočetl M. Josífko [8].

4.2. Rektifikační přejímací postup

Jak již bylo uvedeno, rektifikační přejímací postupy jsou takové přejímací postupy, kdy zamítnuté dodávky podrobujeme stoprocentní kontrole a nalezené zmetky nahrazujeme dobrými kusy. Jakost dodávek je charakterisována buď

a) tzv. nepřípustným podílem zmetků p_t v dodávce (tolerovaný podíl zmetků) nebo

b) maximálním průměrným podílem propuštěných zmetků p_L.

V prvém případě při stanovení přejímacích čísel (c, n) požadujeme:

a) Dodávky obsahující nepřípustný podíl zmetků nebo větší budou přejímány s pravděpodobností β nebo menší (β volíme nejčastěji rovno 0,1).
b) Průměrný počet $I(c, n, \bar{p})$ kontrolovaných kusů připadající na jednu dodávku je minimální.

Předpokladem je, že průměrný podíl zmetků $\bar{p}$ v dodávkách je známý.

Pro daný rozsah dodávky N formulujeme výše uvedené požadavky matematicky takto

$$L(c, n, p_t) \leqq \beta\,, \quad \min_{(c,\,n)} I(c, n, \bar{p})\,, \tag{13}$$

kde $L(c, n, p_t)$ je dáno vztahem (3) a průměrný počet kontrolovaných kusů připadající na dodávku rozsahu N kusů je

$$I(c, n, \bar{p}) = n + (N - n)[1 - L(c, n, \bar{p})] = N - (N - n)\, L(c, n, \bar{p}).$$

Za předpokladu, že p_t resp. $\bar{p} < 0{,}1$, provedeme ve výrazech (13) aproximace pomocí Poissonovy exponenciely a vzhledem ke vztahu (6) dostaneme ([9] str. 22)

$$\sum_{i=0}^{c} \binom{z_t}{i}\left(1 - \frac{a}{z_t}\right)^{z_t - i}\left(\frac{a}{z_t}\right)^{i} = \beta\,, \quad z_t - (z_t - a)\sum_{i=0}^{c} \frac{(ak)^i\, \mathrm{e}^{-ak}}{i!} = w\,, \tag{14}$$

kde $z_t = Np_t$, $a = np_t$, $k = \bar{p}/p_t$, $w = I(c, n, \bar{p})\, p_t$.

Při řešení pro dané N stanovíme nejprve pro hodnoty $c = 0, 1, 2, \ldots$ příslušné hodnoty n tak, aby byla prvá rovnice systému (14) splněna. Takto získané dvojice čísel (c, n) dosazujeme do druhé rovnice a za řešení pokládáme taková přejímací čísla (c, n), která minimalisují tuto rovnici. Tímto způsobem byly vypočteny tabulky přejímacích čísel (c, n) pro rozsahy dodávek $N = 1$ až 100.000, pro nepřípustné procento zmetků $100p\% = 0{,}5\%$ až 10% a pro $\beta = 0{,}1$ ([9], [5]).

V druhém případě požadujeme:

a) maximální průměrný podíl propuštěných zmetků po kontrole nepřekročí hodnotu p_L,
b) průměrný počet $I(c, n, \bar{p})$ kontrolovaných kusů připadajících na jednu dodávku rozsahu N kusů je minimální.

Pro daný rozsah dodávky N kusů formulujeme výše uvedené požadavky matematicky takto

$$\bar{\bar{p}}\left(\frac{N - I(c, n, \bar{p})}{N}\right) \leqq p_L\,, \quad \min_{(c,n)}\, (c, n)\, I(c, n, \bar{p})\,. \tag{15}$$

Jelikož pro průměrný podíl propuštěných zmetků p_A v dodávkách obsahujících N kusů a průměrný podíl zmetků $\bar{p}$ je

$$p_A = \bar{p}\, \frac{N - I(c, n, \bar{p})}{N} = \bar{p}\, \frac{N - n}{N}\, L(c, n, \bar{p})\,, \tag{16}$$

dosáhne veličina p_A maxima pro takovou hodnotu $\bar{p} = p_1$, která vyhovuje rovnici

$$\frac{\mathrm{d}p_A}{\mathrm{d}\bar{p}} = \frac{N - I(c, n, \bar{p})}{N} - \frac{\bar{p}}{N}\, \frac{\mathrm{d}I(c, n, \bar{p})}{\mathrm{d}\bar{p}} = 0\,. \tag{17}$$

Označíme-li maximální hodnotu p_A jako p_L, potom

$$p_L = p_1 \frac{N - I(c, n, p_1)}{N} . \tag{18}$$

Pro $\bar{p} < 0{,}1$, což je prakticky vždy splněno, lze pomocí Poissonovy exponenciely aproximovat výraz pro průměrný počet kontrol.a dostaneme

$$I(c, n, \bar{p}) = n + (N - n) \left[1 - \sum_{i=0}^{c} \frac{(n\bar{p})^i e^{-n\bar{p}}}{i!}\right] , \tag{19}$$

a podmínka (17) je dána vztahem

$$\sum_{i=0}^{c} \frac{(n\bar{p})^i e^{-n\bar{p}}}{i!} = \frac{(n\bar{p})^{c+1} e^{-n\bar{p}}}{c!} . \tag{20}$$

Vzhledem ke vztahům (15) a (18) je průměrný podíl propuštěných zmetků

$$p_A = \bar{p} \frac{N - n}{N} \sum_{i=0}^{c} \frac{(pn)^i e^{-n\bar{p}}}{c!}$$

a dosazením podmínky (19) pro maximum do tohoto výrazu dostaneme

$$p_L = \bar{p} \frac{N - n}{N} \frac{(n\bar{p})^{c+1} e^{-n\bar{p}}}{c!} . \tag{21}$$

Úkolem je řešit pro dané hodnoty $\bar{p}$ a p_L systém rovnic

$$p_L = \frac{N - n}{N} \bar{p} \frac{(n\bar{p})^{c+1} e^{-n\bar{p}}}{c!} , \tag{22}$$

$$I(c, n, \bar{p}) = n + (N - n)[1 - L(c, n, \bar{p})] = N - (N - n) L(c, n, \bar{p}) ,$$

vzhledem k přejímacím číslům (c, n) tak, aby hodnota I byla minimální ([9] str. 49). Pro $c = 0, 1, 2, \ldots$ vypočteme z prvé rovnice systému (22) příslušné hodnoty n, které dosazujeme do rovnice druhé a za řešení pokládáme takovou dvojici přejímacích čísel (c, n), pro kterou hodnota I je minimální. Tímto způsobem byly vypočteny tabulky přejímacích čísel (c, n) pro různé hodnoty $\bar{p}$ a p_L a rozsahy dodávek $N = 1$ až 100.000 kusů.

Je zřejmé, že podíl zmetků v dodávkách kolísá a přísluší mu zcela jisté rozdělení $f(p)$ resp. distribuční funkce $F(p)$. Dodge a Romig proto doporučovali oddělování dávek podle strojů, aby kolísání podílů zmetků v dodávkách bylo co nejmenší. Tento způsob oddělování je však prakticky nemožný. Proto byl vypracován v matematickém oddělení býv. n. p. Tesla-Elektronik přejímací postup analogický postupu Dodge a Romiga, který minimalisuje maximum průměrného počtu kontrolovaných výrobků vzhledem k systému všech distribučních funkcí podílu zmetků v dodávkách při dané průměrné hodnotě. Návrh řešení tohoto problému pomocí minimaxového principu pochází od A. Špačka a teorie je v [24] s příslušnými tabulkami vypracovanými v matematickém ústavu ČSAV. Pro tento přejímací postup požadujeme, aby pro daný rozsah dodávky N platilo

$$1.\ L(c, n, p_t) = \beta , \quad 2.\ \max_{0 \leq p \leq 1} \frac{(N - n) L(c, n, p)}{N} = p_L , \tag{23}$$

3. $\max\limits_{F\in\mathscr{F}(\bar{p})} I(c, n, F) = N - (N - n) \min\limits_{F\in\mathscr{F}(\bar{p})} \int\limits_0^1 L(c, n, p)\, \mathrm{d}F(p)\,,$ (23)

kde $\mathscr{F}(\bar{p})$ je systém všech distribučních funkcí $F(p)$, které splňují podmínky

$$\text{a)} \int\limits_0^1 \mathrm{d}F(p) = 1\,, \quad \text{b)} \int\limits_0^1 p\, \mathrm{d}F(p) = \bar{p}\,. \tag{24}$$

V četných případech bylo zjištěno, že rozdělení podílu zmetků v dodávkách lze dobře aproximovat Poissonovou exponencielou. Tento případ byl řešen L. Prouzou ([8], [10]).

5. Rektifikační a nerektifikační přejímací postupy dvojím výběrem

Při přejímacím postupu jedním výběrem nepřihlížíme vyjma případu, kdy uvažujeme rozdělení podílu zmetků v dodávkách, k závislosti rozsahu náhodného výběru n na kolísání podílu zmetků v dodávkách. Tedy nepřihlížíme k tomu, že někdy přijde dodávka velmi dobrá s nízkým podílem zmetků a jindy zase dodávka s vysokým podílem zmetků. V obou případech však kontrolujeme stejný počet n kusů. Přejímací postupy dvojím výběrem odstraňují tento nedostatek tím, že se informace o jakosti získává jedním nebo dvěma náhodnými výběry podle velikosti podílů zmetků v dodávce. Přejímací čísla jsou pak celkem čtyři $(c_1, c_2; n_1, n_2)$. Přejímací postup je tento:

Z dodávky obsahující N kusů vybereme náhodně n_1 kusů a kontrolou zjistíme počet zmetků z_1. Mohou nastat tři případy:

a) $z_1 \leqq c_1$ — pak se celá dodávka přejímá bez další kontroly;
b) $z_1 > c_2$ — celá dodávka se zamítne;
c) $c_1 < z_1 \leqq c_2$ — provede se náhodný býběr o n_2 kusech.

Kontrolou druhého výběru o rozsahu n_2 kusů je zjištěn počet zmetků z_2 a mohou nastat tyto případy:

a) $z_1 + z_2 \leqq c_2$ — pak dodávku přijímáme;
b) $z_1 + z_2 > c_2$ — dodávku zamítáme.

U rektifikačního přejímacího postupu zamítnutou dodávku podrobujeme stoprocentní kontrole a zmetky nahradíme dobrými kusy. U nerektifikačního přejímacího postupu zamítnutou dodávku vracíme dodavateli. Stanovení přejímacích čísel $(c_1, c_2; n_1, n_2)$ je obdobné jako u přejímacích postupů jedním výběrem, avšak výrazy pro pravděpodobnost přijetí dodávky $L(c_1, c_2; n_1, n_2; p)$ a pro průměrný počet kontrol $I(c_1, c_2; n_1, n_2; p)$ jsou složitější. Platí totiž:

$$L(c_1, c_2; n_1, n_2; p) = L(c_1, c_2, p) + \sum_{i=0}^{c_2-c_1} P(c_1 + i, n_1, p)\, L(c_2 - c_1 - i, n_2, p\,,$$

a (25)

$$I(c_1, c_2; n_1, n_2; p) = n_1 + n_2(1 - L(c_1, n_1, p)) + (N - n_1 - n_2)\,. \tag{26}$$
$$.\, [1 - L(c_1, c_2; n_1, n_2; p)]\,,$$

kde $L(c_1, n_1, p)$ je pravděpodobnost, že v náhodném výběru rozsahu n_1 bude c_1 nebo méně zmetků, když v dodávce je podíl zmetků roven p, $P(c_1 + i, n_1, p)$ je pravděpodobnost, že v náhodném výběru rozsahu n_1 bude právě $(c_1 + i)$ zmetků, když v dodávce je podíl zmetků roven p.

Jak pro rektifikační tak pro nerektifikační přejímací postupy dvojím výběrem byly vypočteny tabulky přejímacích čísel ([9], [5], [11]).

6. Postupné přejímací postupy

Při postupných přejímacích postupech není rozsah náhodného výběru n předem dán. Přijetí nebo zamítnutí dodávky se provádí tak, že náhodně vybíráme výrobek po výrobku a zjišťujeme zda je dobrý či zmetek. Dodávku přijímáme, jestliže při i-tém náhodném výběru pro počet zmetků z platí

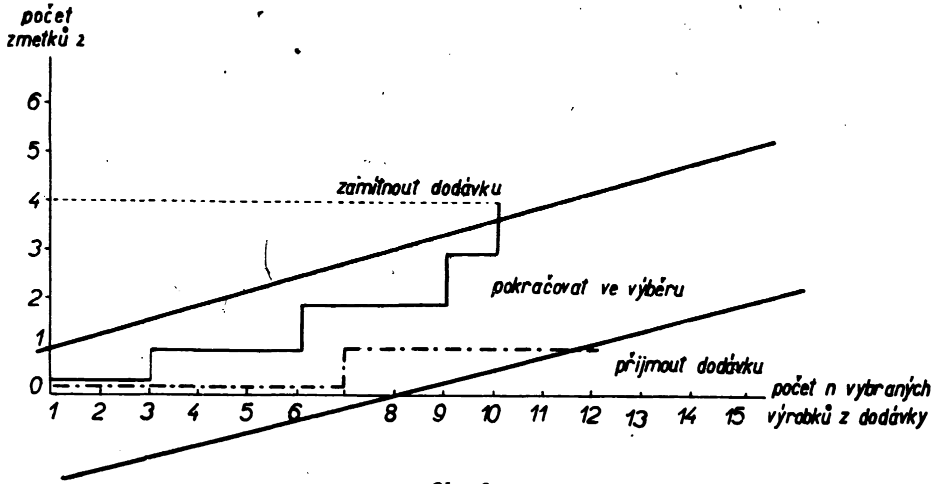
$$z < d_1 = -h_1 + si\,. \tag{27}$$

Dodávku zamítáme, když

$$z > d_2 = h_2 + si \tag{28}$$

a pokračujeme v přejímacím postupu když

$$d_1 < z < d_2\,. \tag{29}$$



Obr. 2.

Ve vztazích (27), (28) je

$$h_1 = \frac{\lg\left[\dfrac{1-\alpha}{\beta}\right]}{\lg\left[\dfrac{p_2}{p_1}\dfrac{1-p_1}{1-p_2}\right]}\,, \tag{30}$$

$$h_2 = \frac{\lg\left[\dfrac{1-\beta}{\alpha}\right]}{\lg\left[\dfrac{p_2}{p_1}\dfrac{1-p_1}{1-p_2}\right]}\,, \tag{31}$$

$$s = \frac{\lg\left[\dfrac{1-p_1}{1-p_2}\right]}{\lg\left[\dfrac{p_2}{p_1}\dfrac{1-p_1}{1-p_2}\right]}\,, \tag{32}$$

kde p_1 je přípustný podíl zmetků v dodávce, p_2 je nepřípustný podíl zmetků v dodávce, α resp. β — risiko dodavatele resp. odběratele.

Schematicky je přejímací postup znázorněn na obr. 2.

Tečkovaná čára naznačuje průběh postupné přejímky u dodávky, která byla při 12. výběru přijata a čerchovaná čára představuje dodávku, která byla při 10. výběru zamítnuta.

Příklad: Nechť $\alpha = \beta = 0{,}05$; $p_1 = 0{,}03$; $p_2 = 0{,}15$. Potom dosazením do vztahů (30), (31), (32) dostaneme $d_1 = -1{,}691 + 0{,}076i$, $d_2 = 1{,}691 + 0{,}076i$.

Při určování konstant h_1, h_2 a s vycházíme z testu poměrem věrohodnosti, který navrhl A. Wald [14]. Pro přípustný p_1 resp. nepřípustný p_2 podíl zmetků v dodávce, přijímáme dodávku, jestliže

$$\frac{P_m(p_2)}{P_m(p_1)} \leqq B \tag{33}$$

a dodávku zamítáme, jestliže

$$\frac{P_m(p_2)}{P_m(p_1)} \geqq A\,. \tag{34}$$

V případě, že

$$A < \frac{P_m(p_2)}{P_m(p_1)} < B\,, \tag{35}$$

pokračujeme v náhodném výběru. Ve vztazích (33) a (34) $P_m(p_1) = p_1^m \cdot (1 - p_1)^{n-m}$ a obdobně pro $P_m(p_2)$. Lze dokázat, že platí vztahy

$$\begin{aligned} A &\leqq \frac{1-\beta}{\alpha}\,, \\ B &\geqq \frac{\beta}{1-\alpha}\,. \end{aligned} \tag{36}$$

Dosazením těchto vztahů do nerovnosti (35) a při uvažování krajních případů, dostaneme vztahy pro konstanty h_1, h_2 a s ([14], [15], [16]).

(Dokončení.)

DYNAMICKÉ SYSTÉMY S REGULÁRNÍ PRAVOU STRANOU II*)

Jiří Gregor
(*Katedra mat. a deskr. geom. el. fak. ČVUT*)

V

Dosud jsme se zabývali dynamickými systémy, jejichž pravá strana byla v jistém oboru jednoznačnou regulární funkcí komplexní proměnné. Přejdeme-li obecněji k systémům s analytickými pravými stranami, musíme nejprve definovat řešení diferenciální rovnice

$$\dot{z} = f(z)\,, \tag{13}$$

kde $f(z)$ je v jistém oboru víceznačnou funkcí komplexní proměnné.

Definice 6. Nechť v rovnici (13) je $f(z)$ riemannovským elementem v dvojnásobně souvislé oblasti D: $0 < |z| < r$. Funkci $z(t, t_0, a)$ nazýváme řešením rovnice (13), jestliže

*) Část I tohoto článku vyšla v minulém čísle tohoto časopisu.