Jiří Gregor

Frigyes Riesz [nekrolog]

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 2 (1957), No. 5, 608--611

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/137181

se vztahují hlavně k theorii pružnosti. Zabýval se též mechanikou pohybu těles nebeských, kde s velkým důvtipem užil výsledků svých prací v theorii funkcí komplexní proměnné. Spis *Mémoire sur la dispersion de la lumiere* napsal Cauchy v Praze roku 1835.

Připomeňme ještě jednu událost ze života Cauchyho, která je v určité souvislosti s naší vlastí. Roku 1846 odešel do Paříže Filip Koralek, narozený v Kolíně nad Labem roku 1819. Byl to syn zámožných židovských rodičů. Studoval na vídeňské polytechnice zejména matematiku. Podařilo se mu vytvořit zvláštní methodu pro výpočet logaritmů daných čísel i k řešení úlohy, jak k danému logaritmu stanovit příslušné číslo. Domníval se, že jeho methoda je tak dobrá, že odstraní užívání logaritmických tabulek. Nadšen svým vynálezem odešel proti vůli otcově a bez jeho hmotné podpory do Paříže, kde velmi strádal a z počátku nedocházel uznání. Za červencových bojů roku 1848 přišel i o zbytek svého skrovného majetku a upadl do úplné nouze. Teprve po letech trudného utrpení, kdy mohl utratit nejvýše dvě až tři sous denně, byly jeho zásluhy pařížskou Akademií veřejně uznány. Práce Koralkova byla posouzena komisí pařížské Akademie věd a jejím jménem prohlásil dne 28. dubna 1851 Cauchy, že Koralkova methoda stanovení logaritmů je „geniální". Předložená práce — praví se v závěru posudku — ukazuje, že autor je velmi obratný v aritmetických výpočtech a komise je toho názoru, že Akademie by měla dát autorovi příležitost, aby svého nadání využil k výpočtu tabulek různých transcendent, což by mohlo přispět k pokroku matematické vědy. Zpráva Cauchyova, kterou podepsal doživotní sekretář Akademie Arago, byla podle tehdejšího zvyku zaslána matematické sekci Akademie. Osud Koralkův tím doznal příznivého obratu. Jeho práce vyšla tiskem (v Německu se stala známou spisem Lorey: *Das Neueste und Interessanteste aus der Logarithmotechnik* (Weimar 1852). Koralek se stal profesorem pařížské polytechniky, své jméno pofrancouzštil na „Coraleque" a byl jediným z profesorů Sorbony, kteří v sobotu a na židovské svátky nepřednášeli. Byl též učitelem matematiky malého prince Napoleona.[3].

Význam Cauchyových objevů v matematice je nesmírný. Ještě roku 1880 prohlásil Felix Klein: *„Unsere besseren Bücher sind immer noch diejenigen, welche auf Cauchy's ‚Cours d'analyse' zurückgehen, und der ist jetzt nahe 60 Jahre erschienen"*.[4]

Literatura

[1] František Veselý: *Život a dílo B. Bolzana*, Matematika ve škole, Praha, roč. VI., str. 456; viz také článek téhož autora v tomto časopise, roč. II., 1957, č. 1, 2.

[2] Н. Н. Молодший: Основы ученуя о числе в XVIII веке, 11.

[3] Constant von Wurzbach: *Biographisches Lexikon des Kaiserthums Österreich*, sv. XII., str. 452.

[4] F. Klein: *Über die Beziehungen der neueren Mathematik zu den Anwendungen*, Antrittsrede Leipzig. Univ. 25. X. 1880. Zeitschrift f. den math. naturw. Unterricht, sv. 26 (1895), str. 537.

FRIGYES RIESZ

(1880—1956)

Nedávno uplynul rok od smrti vynikajícího maďarského matematika, dvojnásobného laureáta Kossuthovy ceny, čestného předsedy matematicko-fysikální sekce Maďarské akademie věd, dopisujícího člena pařížské akademie věd, čestného doktora szegedské, budapešťské a pařížské university, Frigyese Riesze, kterého Akademie věd SSSR nazvala v dopise k jeho 70. narozeninám „jedním z největších mistrů matematického myšlení". Jeho odchod byl pro matematické vědy vážnou ztrátou.

Frigyes Riesz se narodil 22. ledna v Győru. Po universitních studiích v Budapešti, Zürichu a Göttingách pracoval jako středoškolský profesor. Roku 1914 se stává řádným profesorem v Cluji (Kluž) a po světové válce v Szegedu, kde byla tehdy zakládána universita. Matematický ústav této university se jeho zásluhou stal významným střediskem, o kterém se i v zahraničí mluvilo jako o maďarských Göttingách. F. Riesz pracoval v Szegedu jako profesor až do osvobození Maďarska a stává se po osvobození prvním rektorem szegedské university. Koncem r. 1945 je povolán jako profesor na budapešťskou universitu, kde pracuje až do své smrti. F. Riesz zemřel 28. února 1956. Třebaže kterákoli universita světa by jej byla ráda přijala, zahrnula poctami a poskytla i daleko lepší pracovní podmínky, zůstal celý svůj život věrný své vlasti a, i za často obtížných podmínek, vytvořil dílo, které nesmazatelně vepsalo jméno maďarské matematiky do dějin světové vědy našeho století.

Z jeho díla je snad nejznámější t. zv. Rieszova-Fischerova věta, kterou nezávisle na sobě objevili Frigyes Riesz a německý matematik E. Fischer. Tato věta je obrácením Parcevalova vzorce

$$\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x = \sum c_k^2,$$

kde $f(x)$ je funkce, jejíž čtverec je v intervalu (a, b) integrovatelný v Lebesgueově smyslu a c_k jsou Fourierovy koeficienty této funkce vzhledem k úplnému orthonormálnímu systému funkcí.

Rieszova-Fischerova věta zní: *K libovolné posloupnosti* $\{c_k\}$, *pro niž řada* $\sum c_k^2$ *je konvergentní, lze nalézt v podstatě jedinou funkci* $f(x)$, *jejíž čtverec je integrovatelný v Lebesgueově smyslu v intervalu* (a, b), *takovou, aby čísla* c_k *byla jejími Fourierovými koeficienty vzhledem k danému úplnému orthonormálnímu systému funkcí.* Slovům „v podstatě jediná" nutno rozumět tak, že všechny funkce vyhovující úloze při dané $\{c_k\}$ v daném orthonormálním systému se liší nejvýše na množině míry nula.

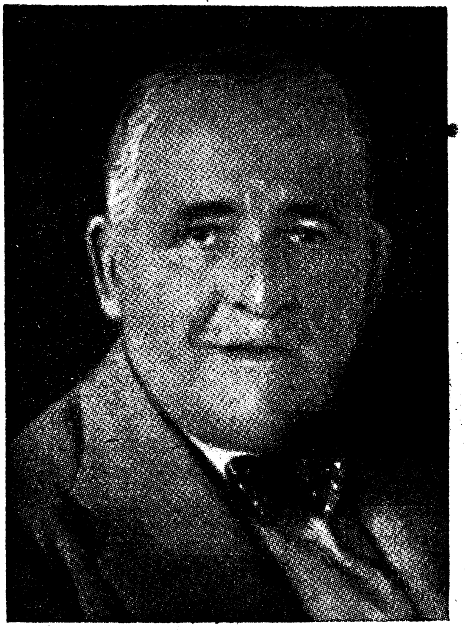
Tato věta podstatně přispěla k objasnění struktury třídy funkcí, která je obvykle označována L_2 (funkce patří do třídy L_2, je-li její čtverec integrovatelný v Lebesgueově smyslu). Definujeme-li normu funkce třídy L_2 vztahem

$$\|f\| = \sqrt{\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x}$$

a skalární součin dvou funkcí třídy L_2 vztahem

$$(f, g) = \int_b^a f(x)\,g(x)\,\mathrm{d}x,$$

pak třída L_2 je podle Rieszovy-Fischerovy věty isomorfní s Hilbertovým vektorovým prostorem, kde norma a skalární součin jsou definovány zcela analogickými vzorci. Mimo jiné v souvislosti s tím byl vytvořen pojem abstraktního Hilbertova prostoru, který se ukázal velmi plodným nejen v matematice, ale i ve fysice, zejména v kvantové mechanice.



Riesz vytvořil také pojem prostoru funkcí L_p, kde norma je definována vzorcem

$$\|f\| = \left[\int_a^b |f(x)|^p\,\mathrm{d}x\right]^{\frac{1}{p}}, \quad p > 1.$$

Do tohoto prostoru nelze již beze změny přenést definici skalárního součinu, neboť součin dvou funkcí třídy L_p není obecně integrovatelný v Lebesgueově smyslu. Lze však ukázat, že je integrovatelný součin dvou funkcí $f(x)$ a $g(x)$, z nichž $f(x)$ patří do prostoru L_p a $g(x)$ do prostoru L_q, kde

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1,$$

a dále, že platí

$$\left|\int_b^a f(x)\,g(x)\,dx\right| \leqq \left[\int_a^b |f(x)|^p\,dx\right]^{\frac{1}{p}} \left[\int_a^b |g(x)|^q\cdot dx\right]^{\frac{1}{q}}.$$

Riesz dokázal i obrácené tvrzení: *Je-li součin funkce $g(x)$ s libovolnou funkcí $f(x)$ třídy L_p integrovatelný ve smyslu Lebesgueově, pak funkce $g(x)$ je třídy L_q. Jelikož $p = q$ nastává pouze pro $p = 2$, má prostor L_2 zvláštní postavení, neboť je jediným prostorem, který je shodný s prostorem jemu konjugovaným.*

Těchto výsledků Riesz použil při řešení dalších problémů, zejména t. zv. zobecněného problému momentů a publikoval je souborně r. 1913. Rieszovy myšlenky, methody a výsledky v tomto oboru měly obrovský vliv na moderní funkcionální analysu.

Je třeba se také zmínit o úloze F. Riesze v souvislosti s theorií Lebesgueova integrálu. Riesz byl mezi prvními, kteří poznali obrovský význam tohoto nového pojmu. Nejen to. Již r. 1912 se mu podařilo vyhnout se při výkladu Lebesgueova integrálu pojmu měřitelných množin a jejich dosti složité theorii a odstraniti tak jednu z příčin jisté nedůvěry, se kterou byl tento nový pojem někde přijímán. Integrovatelnými funkcemi v jeho výkladu jsou funkce, které jsou limitou monotonní posloupnosti schodovitých funkcí. Z theorie míry při tom používá jen pojmu množiny míry nula a jejích základních vlastností. Riesz podal několik velmi jednoduchých důkazů z theorie Lebesgueova a Stieltjesova integrálu a také tuto theorii svými pracemi dále rozvíjel.

Další důležitou částí Rieszova díla, která je v úzké souvislosti s jeho předchozími výsledky, jsou jeho práce z oboru integrálních rovnic, zejména vypracování nového přístupu k Fredholmovým výsledkům, týkajících se integrálních rovnic tvaru

$$f(x) - \lambda \int_a^b K(x, y) f(y)\,dy = g(x)$$

pro neznámou funkci $f(x)$, a další zobecnění těchto výsledků.

Již pro to, co bylo uvedeno a co zdaleka nevyčerpává výsledky F. Riesze v tomto oboru, lze jej právem nazvat jedním ze zakladatelů nového odvětví matematiky, t. zv. funkcionální analysy. Toto odvětví se dnes rozvíjí velmi rychlým tempem, obohatilo o nová hlediska i methody mnohá jiná odvětví matematiky a možnosti jeho aplikace v různých oblastech matematiky a matematické fysiky nejsou ještě zdaleka vyčerpány. Riesz shrnul své práce z funkcionální analysy a theorie funkcí reálné proměnné v knize, kterou napsal na sklonku svého života společně s jiným významným maďarským matematikem Bélou Szőkefalvi-Nagyem pod názvem *Leçons d'Analyse Fonctionelle*. Tato kniha byla od r. 1952, kdy byla vydána Maďarskou akademií věd, přeložena do ruštiny, angličtiny, němčiny a čínštiny a měla velký úspěch na celém světě.

Zastavme se ještě u těch prací F. Riesze, ve kterých se zabývá theorií analytických, harmonických a jim příbuzných funkcí.

Společně s Fejérem vypracoval Riesz nejjednodušší důkaz základní věty konformního zobrazení. Z řady dalších jejich společných výsledků uveďme tuto zajímavou větu: *V konformním zobrazení kruhu na oblast ohraničenou křivkou délky h je délka obrazu libovolného průměru zobrazeného kruhu nejvýše $\frac{h}{2}$.* Tuto větu později sám Riesz dále zobecnil.

Riesz se také dále zabýval problémy hraničních hodnot analytických funkcí. Zobecnil větu o hraničních hodnotách funkcí regulárních a ohraničených uvnitř kruhu, kterou vyslovil Fatou r. 1906. V této souvislosti při vyšetřování hodnoty integrálu $M_p(r)$

$$M_p(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(re^{i\varphi})|^p\,d\varphi,\ p > 1,\ r < R$$

pro funkci $f(z)$ regulární v kruhu $|z| < R$ vytvořil pojem subharmonických funkcí. Na tento pojem navazující theorie subharmonických funkcí patří mezi nejdůležitější objevy F. Riesze. Tato theorie se ukázala velmi plodnou zejména v theorii potenciálu.

F. Riesz byl především vynikajícím vědcem v oboru matematické analysy. Dosáhl však vynikajících výsledků i v geometrii, přesněji řečeno při vymezení pojmu topologického prostoru.

V referátě, který proslovil F. Riesz r. 1925 pod názvem „Elementární methody ve vyšší matematice", ukázal na příkladech, že ve vědě nemají pojmy „vyšší", „obtížný", „složitý" trvalou platnost, neboť to, co je dnes takové, může být zítra „elementární", „snadné", „jednoduché". Vědecká práce F. Riesze je právě charakterisována tím, že byla soustředěna na ústřední, základní otázky, že se zabývala podstatou věci a touto cestou se Rieszovi dařilo vysvětlit i nejsložitější otázky přehledně a jasně. Jeho práce jsou bohaté nejen svým obsahem, ale i vynikající svojí formou.

Dílo Frigyese Riesze zůstane trvalým památníkem jeho plodného života.

(Podle *A Magyar tudományos akadémia matematikai és fizikai tudományok osztályának közleményei*, sv. VI, č. 2, 1956.)

J. Gregor

K 75. VÝROČÍ NAROZENÍ EMMY NOETHEROVÉ

E. Noetherová se narodila 23. 3. 1882 v Erlangách v jižním Německu jako dcera Maxe Noethera, profesora matematiky na tamní universitě. V Erlangách také roku 1907 promovala. Za první světové války odešla do Götting, kde se roku 1919 habilitovala a krátce po tom dostala učební příkaz pro algebru. Roku 1922 se stala mimořádnou profesorkou, ovšem jen titulární (*»nicht beamteter ausserordentlicher Professor«*). Když se v Německu dostal k moci Hitler, byl Noetherové (roku 1933) jako »nearijce« odňat příkaz, profesura i venia legendi. Dostala pak místo na dívčí koleji v Bryn Mawr v USA, kde brzy na to (14. 4. 1935) zemřela.

E. Noetherová byla beze sporu nejvýznačnější ženou matematikem všech dob. I ve své době však patřila mezi nejpřednější matematiky. Její vědeckou činnost je možno rozdělit do tří period. V první z nich (1907—1919) je závislá na vzorech: na Gordanovi a Hilbertovi. V druhé periodě (1920—1926) je její bádání soustředěno na obecnou theorii ideálů. V třetí periodě (od roku 1927) se zabývá nekomutativními algebrami (hyperkomplexními čísly), jejich znázorněním lineárními transformacemi s použitím komutativních číselných těles a jejich aritmetik. S výjimkou několika prací z první periody postupuje E. Noetherová při svém bádání zcela abstraktně, axiomaticky. Zabývá-li se nějakou algebraickou theorií T_0, pokládá T_0 za model abstraktní theorie T a všechny úvahy dále provádí pro T (je to postup v algebře dávno používaný, na příklad v theorii grup).*)

K. Rychlík

*) O vědecké činnosti E. Noetherové viz také článek ak. Vl. Kořínka v Časopise pro pěstování matematiky a fysiky, sv. 65, 1935—36, D1—D6.