Karel Rychlík

Évariste Galois (K 125. výročí smrti)

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 2 (1957), No. 6, 729--733

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137295`

kém překladu: *Vveděnije v analiz beskonečno malych* (1936), *Differencialnoje isčislenije* (1949), *Integralnoje isčislenije* I (1956).

Pokusil jsem se ukázat čtenářům velikost a rozsah Eulerova díla. Přitom jsem někdy úmyslně upustil od toho, abych připomínal matematické pojmy a věty, které nesou jméno Eulerovo (Eulerova čísla, úhly, integrály, věta o polyedrech atd). Musil jsem pominout i četné jiné práce Eulerovy (na př. o řetězových zlomcích) a také některé jeho jiné důležité myšlenky, které dále rozvíjeli matematikové jiní (dvojný integrál, funkce Besselovy, řady Fourrierovy a pod.). Myslím, že si čtenář udělal již sám obraz o velikosti díla Eulerova, který v 18. století přispěl svými pracemi k systematickému vybudování číselné teorie i algebry a k mohutnému rozmachu matematické analysy s jejími aplikacemi ve všech vědách. Prosím však čtenáře, aby při zamyšlení nad Eulerem vědcem nezapomínal též na Eulera člověka. Proto chci o něm říci ještě několik slov.

Euler byl člověk skromný a nenáročný. Při svém prvním pobytu v Petrohradě bydlil v malém dřevěném domku. V roce 1733 se oženil s Kateřinou Gsellovou, dcerou malíře ze St. Gallen, která mu byla po dlouhá léta věrnou družkou a dala mu třináct dětí. Po její smrti r. 1776 se Euler oženil s její nevlastní sestrou Salome Abigail Gsellovou. Žil vždy střídmě se svou rodinou a nedal se nikdy strhnout do víru zábav v těch společenských kruzích, do nichž měl přístup, jakmile dosáhl evropského jména. Ve styku s příslušníky tehdy vládnoucí společenské vrstvy byl málomluvný. Zato se velmi rád družně bavil v rodinném kruhu, se svými přáteli a žáky, při čemž se často projevoval jeho palčivý vtip. Byl přímý a spravedlivý i ke svým odpůrcům, zejména v četných vědeckých sporech. Miloval také hudbu, o níž psal pojednání s hlediska fysikálního i s hlediska hudební teorie. Byl neobyčejně pilný a v práci houževnatý a vytrvalý. Měl zájem o každý nový vědecký objev nebo nový technický projekt.

V září roku 1783 se zabýval Euler výpočty aerostatických balonů, t. j. tedy právě v té době, kdy Montgolfier uveřejňoval své první práce z tohoto oboru. V té době trpěl již Euler občas závratěmi. Dne 18. září 1783 se bavil v rodinném kruhu s akademikem Lexellem o astronomických problémech, když v tom náhle byl stižen nevolností a raněn mrtvicí za několik hodin zemřel. Byl pohřben na Smolenském hřbitově v Petrohradě, kde mu akademie dala postaviti památník. Na velkém bloku z finského granitu byl prostý nápis: Leonardo Eulero Academia Petropolitana. V roce 1956 byly jeho tělesné pozůstatky i s náhrobkem přeneseny do Lavry Alexandra Něvského v Leningradě, kde byly uloženy v blízkosti mohyly M. V. Lomonosova.

Při letošním 250. výročí Eulerova narození vzpomínali na něj vzdělanci celého světa. Vzpomínali na něj zejména sovětští lidé, neboť Euler našel v Rusku svou novou vlast a nesmírně přispěl k rozvoji ruské vzdělanosti a vědy. Také my vzpomínáme jeho zásluh o rozvoj moderní vědy a techniky a uvědomujeme si přitom, že celá životní práce Eulerova byla zaměřena ku prospěchu celého lidstva, což je nejdůležitějším příkazem pro práci každého vědeckého pracovníka.

ÉVARISTE GALOIS

(K 125. výročí smrti)

KAREL RYCHLÍK

1. Évariste Galois se narodil 25. X. 1811 v Bourg-la-Reine v blízkosti Paříže. V r. 1823 vstoupil do 4. třídy *Collège Louis-le-Grand* v Paříži. Již ve věku patnácti let se počalo jevit jeho neobyčejné nadání pro matematiku. Elementární učebnice algebry záhy ho neuspokojují; Galois horlivě studuje algebru v pracích Lagrangeových, Cauchyových, Gaussových a Jacobiových. Galois měl v úmyslu studovat na *École Polytechnique* a pokusil se dvakrát bez úspěchu o přijímací zkoušku. Svůj neúspěch vysvětluje sám tím, že otázky, které dostal, byly tak naivní, že na ně nemohl odpovídat. Konečně byl (r. 1829) přijat na *École Normale*, která byla tehdy méně ceněna než *École Polytechnique*. Byl však nucen tento ústav opustit pro nepřístojné chování. Poslední rok jeho života byl velmi bouřlivý. Galois se stal horlivým republikánem a zabýval se skoro výhradně politikou. Byl dokonce několik měsíců uvězněn ve vězení Sainte-Pélagie. Zemřel 21. V. 1832 na následky zranění, která utrpěl v souboji. Příčinou souboje byla milostná záležitost.

2. Životopis Galoisův uveřejnil Paul Dupuys.[1]) Románově zpracoval Galoisův životopis známý polský fysik Leopold Infeld.[2])

Vědecké práce Galoisovy vydal r. 1846 Liouville[3]), znovu vyšly v r. 1897 pod názvem *Oeuvres mathématiques d'Évariste Galois* (X, 64 str.) s úvodem É. Picarda. Německý překlad prací Galoisových vydal r. 1889 zároveň s algebraickými pracemi Abelovými H. Maser[4]); další vydání Galoisových prací od J. Tanneryho, *Manuscripts et papiers inedits de Galois.*[5])

3. První práce Galoisova se týká řetězových zlomků. Uveřejnil ji ještě jako žák na *Collège Louis-le-Grand* v *Annales de Mathématique*[6]), vydávaných Gergonnem.

Řetězec (pravidelný)

$$a_0 + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \dots}}$$

($a_1, a_2, \dots$ celá kladná čísla, a_0 libovolné celé číslo) označíme $[a_0; a_1, a_2, \dots]$.[7])

Periodický řetězec má za hodnotu kvadratické iracionální číslo (Euler) *a naopak kvadratická iracionála se dá rozvinout v periodický řetězec* (Lagrange).[8])

Galois pak dokázal větu:

Je-li ξ ryze periodický řetězec

$$\xi = [\overline{a_0; a_1, a_2, \dots a_{i-1}}] \quad (a_0 > 0)$$

a ξ' kvadratická iracionála sdružená s ξ (to jest druhý kořen irreducibilní kvadratické rovnice s racionálními koeficienty, jejíž jeden kořen je ξ), *je řetězec pro číslo* $-\frac{1}{\xi'}$ *také ryze periodický a jeho perioda je k periodě řetězce pro ξ inversní*

$$-\frac{1}{\xi'} = [\overline{a_{i-1}; a_{i-2}, \dots, a_1, a_0}].$$

Galois také zjistil, kdy je řetězec pro kvadratickou iracionálu ryze periodický. Nazveme (podle Gausse) kvadratickou iracionálu redukovanou, je-li větší než jedna a leží-li iracionála sdružená mezi —1 a 0. Pak platí:

Hodnota ryze periodického řetězce je redukovaná kvadratická iracionála a naopak, řetězec, ve který se dá rozvinout redukovaná kvadratická iracionála, je ryze periodický.

Platí však obecněji:

Řetězce pro sdružené kvadratické iracionály mají inversní periody (Serret).[9])

4. V pojednání *Sur la théorie des nombres*[10]) zavádí Galois tak zvaná Galoisova imaginární čísla. Jde o toto: Nad tělesem C_p zbytkových tříd mod p (p je prvočíslo[11])) uvažujme irreducibilní mnohočlen $P(x)$ neurčité x stupně n. Utvořme kořenové těleso mnohočlenu $P(x)$[12]). Toto těleso má konečný počet prvků p^n a nazývá se (stejně jako každé těleso s ním isomorfní) Galoisovým

---

[1]) P. Dupuys, *La vie d'Évariste Galois,* Ann. sc. de l'École Norm. Sup. (3), *13* (1896), str. 197 až 266.

[2]) L. Infeld, *Vyvolenci bohů*, Mír-DP Praha, 1952, překlad z polštiny.

[3]) Journ. de Math. pures et appl., sv. 11, str. 408—444.

[4]) *Abhandlungen über die algebraische Auflösung der Gleichungen von N. H. Abel und É. Galois,* 155 stran, Galoisovy práce str. 85—197.

[5]) Bull. de Sc. math., (2), *30*, 1906, 226—248, 255—263; (2), *31*, 1907, 275—300.

[6]) *Démonstration d'un théoréme sur les fractions continues périodiques,* Ann. de Math., *19*, 1828, 1829, str. 294.

[7]) Viz A. Ja. Chinčin, *Řetězové zlomky*, překlad z ruštiny, Praha 1952.

[8]) Tamtéž, str. 43, věta 28.

[9]) Tamtéž, str. 97.

[10]) Bull. d. Sc. mat., *13*, 1830, str. 428.

[11]) V. Kořínek, *Základy algebry*, 9, 9; 9, 10.

[12]) Tamtéž, 39, 6.

polem G F(p^n). Jeho prvky jsou právě Galoisova imaginární čísla. Platí: *Konečné těleso má charakteristiku p a počet prvků p^n $(n > 0)$. Ke každé mocnině prvočísla p^n existuje (až na isomorfismus) právě jedno Galoisovo pole* G F(p^n).

5,1. Největší význam však mají Galoisovy práce z theorie algebraického řešení rovnic. Tyto tvoří základ tak zvané Galoisovy theorie. Zdá se, že již v sedmnácti letech znal Galois velmi důležité výsledky z tohoto oboru. Je však velmi nesnadné činit dohady o vývoji jeho myšlenek. Dvě pojednání, která předložil Akademii věd, se totiž ztratila. Z rozboru práce *Analyse d'un mémoire sur la résolution algébraique des équations*[13]) vyplývá, že již počátkem roku 1830 znal základní myšlenky své theorie. Toto kratičké pojednání je to jediné, co Galois o své theorii uveřejnil za svého života. Z posmrtných jeho prací obsahuje nejdůležitější výsledky dopis, který napsal svému příteli Augustu Chevalierovi v noci před svým soubojem, a který je jakousi jeho vědeckou závětí.

Redakce těchto Galoisových prací byla provedena přímo překotně. Tím se stalo, že právě důkazy některých základních vět nejsou úplné. Mezery vyplnil Betti (1852) a hlavně Jordan.[14]) Také Serretova algebra[15]) přispěla k rozšíření myšlenek Galoisových.

Vyložíme Galoisovu theorii v moderní úpravě.[16])

5,2. Nazveme Galoisovým rozšířením tělesa T normální separabilní těleso nad T. Je to tedy rozšíření jednoduché. Budeme se zabývat vztahy mezi podgrupami grupy automorfismů Galoisova rozšíření a jeho podtělesy.

Nechť je V Galoisovo rozšíření stupně n tělesa T (základního tělesa). Ježto je to rozšíření jednoduché, lze V dostat z T adjunkcí jediného prvku ϑ z V, takže $V = T(\vartheta)$. Existuje právě n automorfismů V nad T, tvořících grupu $\mathfrak{G}$, nazvanou Galoisovou grupou V nad T. Automorfismy V nad T nazveme také substitucemi Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$. Substituce S z $\mathfrak{G}$ je již určena, známe-li, ve který prvek při ní přejde ϑ. Označme α libovolný prvek z V a α^S obraz α při automorfismu S. Ježto pak je možno psát $\alpha = \varphi(\vartheta)$, kde $\varphi(\vartheta)$ je mnohočlen v ϑ s koeficienty z T, bude $\alpha^S = \varphi(\vartheta^S)$.

Dva prvky z V jsou nad T právě tehdy konjugované, lze-li převést jeden v druhý substitucí Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$. Podobně to platí pro dvě částečná tělesa z V.

Nazveme V Abelovým (cyklickým) rozšířením tělesa T, je-li grupa $\mathfrak{G}$ Abelova (cyklická).

Podle definice grupy $\mathfrak{G}$ přecházejí prvky z T při všech substitucích z $\mathfrak{G}$ v sebe. Vyjádříme to také slovy: Každý prvek z T připouští všechny substituce Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$. Dá se dokázat, že naopak platí tato důležitá věta:

Připouští-li prvek α z V *všechny substituce Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$, je prvek α obsažen v* T.

Nechť je nyní U těleso, ležící mezi T a V:

$$T \subseteqq U \subseteqq V.$$

Ty substituce Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$, které převádějí každý prvek z U v sebe, tvoří patrně podgrupu $\mathfrak{H}$ z $\mathfrak{G}$. O ní platí:

$\mathfrak{H}$ je Galoisova grupa V *nad* U.

Je zřejmé, že řád $\mathfrak{H}$, $[\mathfrak{H} : \mathfrak{J}]$ ($\mathfrak{J}$ je jednotkový prvek z $\mathfrak{G}$) je roven stupni V nad U:

$$[\mathfrak{H} : \mathfrak{J}] = [V : U].$$

Nyní můžeme formulovat hlavní větu Galoisovy theorie:

Nechť je V *Galoisovo rozšíření tělesa* T *a* $\mathfrak{G}$ *Galoisova grupa* V *nad* T.

a) *Mezi podtělesy* U *tělesa* V *a podgrupami* $\mathfrak{H}$ *grupy* $\mathfrak{G}$, *pro něž*

$$T \subseteqq U \subseteqq V, \quad \mathfrak{G} \supseteqq \mathfrak{H} \supseteqq \mathfrak{J}, \tag{*}$$

je vzájemně jednoznačný vztah.

b) *Toto přiřazení lze popsat těmito dvěma způsoby: Odpovídají-li si* U *a* $\mathfrak{H}$, *skládá se* $\mathfrak{H}$ *ze všech substitucí z* $\mathfrak{G}$, *které nechávají beze změny každý prvek z* U; *naopak skládá se* U *ze všech prvků z* V, *které připouštějí všechny substituce z* $\mathfrak{H}$.

c) Platí vztahy

$$[\mathfrak{H} : \mathfrak{J}] = [V : U], \quad [\mathfrak{G} : \mathfrak{H}] = [U : T], \tag{**}$$

[13]) Bull. d. Sc. math., *13*, 1830, str. 271.

[14]) V knize *Traité des Substitutions et des Équations algébraiques*, 1870.

[15]) 4. a 5. vydání i obě vydání německého překladu.

[16]) Srovnej Kochendörffer, *Einführung in die Algebra*, 1955, kap. 7 a 8, nebo též algebru van der Waerdenovu I nebo Hauptovu II.

d) Dvě částečná tělesa z V jsou nad T právě tehdy konjugovaná, jsou-li podgrupy z $\mathfrak{G}$ jim odpovídající konjugované. Jako zvláštní případ odtud plyne: U je normální těleso nad T, je-li příslušná grupa $\mathfrak{H}$ normální dělitel v $\mathfrak{G}$. Galoisova grupa U nad T je pak isomorfní s faktorovou grupou $\mathfrak{G}/\mathfrak{H}$.
Vztahy, které tak vznikají, můžeme znázornit schematem:

$$\begin{matrix} [\mathsf{V}:\mathsf{U}] \\ \\ [\mathsf{U}:\mathsf{T}] \end{matrix} \left\{ \begin{matrix} \mathsf{V} \langle - \rangle \mathfrak{J} \\ \mathsf{U} \langle - \rangle \mathfrak{H} \\ \mathsf{T} \langle - \rangle \mathfrak{G} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} [\mathfrak{H}:\mathfrak{J}] \\ \\ [\mathfrak{G}:\mathfrak{H}] \end{matrix},$$

při čemž platí zároveň (*) a (**).

5,3. Nechť je T libovolné těleso a $f(x)$ mnohočlen stupně n s jednoduchými kořeny z $\mathsf{T}[x]$. Adjunkcí n kořenů $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ mnohočlenu $f(x)$ k T dostaneme rozkladové těleso V mnohočlenu $f(x)$, $\mathsf{V} = \mathsf{T}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$. V je normální těleso nad T. Galoisovu grupu V nad T označíme $\mathfrak{G}$, její řád g. Ježto $f(x)$ nemá vícenásobné kořeny, je V separabilní nad T, takže je V jednoduché rozšíření T, $\mathsf{V} = \mathsf{T}(\vartheta)$. Při tom je ϑ kořenem orreducibilního mnohočlenu $F(x)$ z $\mathsf{T}[x]$ stupně g, který se nazývá Galoisovou resolventou mnohočlenu $f(x)$. Toto označení bylo zavedeno vzhledem k tomu, že chceme-li znát všechny kořeny mnohočlenu $f(x)$, stačí sestrojit rozkladové těleso $\mathsf{V} = \mathsf{T}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$. Ježto je $\mathsf{T}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = \mathsf{T}(\vartheta)$, lze to provést adjunkcí jediného kořene ϑ mnohočlenu $F(x)$. Poněvadž pak $\mathsf{T}(\vartheta)$ je normální těleso, lze zazvolit libovolný kořen mnohočlenu $F(x)$.

Všechny kořeny mnohočlenu $F(x)$, jichž je na počet g, můžeme dostat ve tvaru ϑ^S, při čemž S probíhá g substitucí Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$. Pro kořen ξ_i mnohočlenu $f(x)$ platí $\xi_i = \varphi_i(\vartheta)$, kdež φ_i je mnohočlen v ϑ s koeficienty z T. Užitím substituce S z $\mathfrak{G}$ přejde α_i v $\alpha_i^S = \varphi_i(\vartheta^S)$, při čemž α_i^S je zase kořen $f(x)$. Dále je $\alpha_i^S \neq \alpha_j^S$ pro $\alpha_i \neq \alpha_j$.

Přiřaďme substituci S permutaci

$$P_S = \begin{pmatrix} \xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n \\ \xi_1^S, \xi_2^S, \ldots, \xi_n^S \end{pmatrix}.$$

Dá se dokázat, že g permutací P_S $(S \in \mathfrak{G})$ tvoří permutační grupu isomorfní s $\mathfrak{G}$. Tato permutační grupa se nazývá Galoisova grupa mnohočlenu $f(x)$ vzhledem k T. Můžeme ji označit opět $\mathfrak{G}$, ježto tak nemůže vzniknout nedorozumění.

Možno dokázat, že Galoisova grupa mnohočlenu $f(x)$ dá se takto charakterisovat:

Galoisova grupa $\mathfrak{G}$ mnohočlenu $f(x)$ vzhledem k T *se skládá ze všech permutací kořenů $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, při nichž racionální vztah $H(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n) = 0$ mezi $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ s koeficienty z* T *zůstává zachován.*

Dále platí věta:

$f(x)$ je právě tehdy v $\mathsf{T}[x]$ *irreducibilní, je-li $\mathfrak{G}$ transitivní.*

5,4. Obecnou rovnicí stupně n se rozumí rovnice

$$x^n + u_1 x^{n-1} + \ldots + u_n = 0$$

s neurčitými koeficienty $u_1, u_2, \ldots, u_n$, které se adjungují k základnímu tělesu T. O ní platí věta:

Obecná rovnice je separabilní a má za Galoisovu grupu vzhledem k tělesu $\mathsf{T}(u_1, u_2, \ldots, u_n)$ *symetrickou grupu. Stupeň rozkladového tělesa je $n!$.*

5,5. Je-li prvek η z $\mathsf{T}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ kořenem irreducibilního mnohočlenu $g(x)$ z $\mathsf{T}[x]$ stupně m, je η invariantní při substitucích jisté podgrupy $\mathfrak{H}$ Galoisovy grupy $\mathfrak{G}$. Přitom je index $[\mathfrak{G}:\mathfrak{H}] = m$ a Galoisova grupa tělesa $\mathsf{T}(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n)$ vzhledem k $\mathsf{T}(\eta)$ je $\mathfrak{H}$. Při adjunkci η nastává tedy, jak se říká, redukce Galoisovy grupy. Popsaný krok se může popřípadě i vícekrát opakovat a tak se převede řešení rovnice $f(x) = 0$ na postupné řešení několika pomocných rovnic.

Je přirozené, že bude snaha volit za pomocné rovnice rovnice obzvláště jednoduchého tvaru. To vede k užívání pomocných rovnic tak zvaných ryzích, to jest rovnic tvaru $x^m - a = 0$. Kořeny takové rovnice jsou m-té odmocniny z a, $\sqrt[m]{a}$. Je-li možno takto převést řešení rovnice $f(x) = 0$ na řešení ryzích rovnic, říká se, že rovnice $f(x) = 0$ je řešitelná odmocninami (nebo prostě řešitelná). To není vždy možné: je to možné jen když Galoisova grupa $\mathfrak{G}$ je tak zvaná grupa metacyklická. Poněvadž symetrická grupa není metacyklická pro $n > 4$, není obecná rovnice stupně n pro $n > 4$ řešitelná odmocninami (viz též následující odstavec).

5,6. Galois ve svých výkladech používá pouze grup permutačních. Za základní těleso T volí těleso čísel racionálních, k němuž je popřípadě adjungováno číslo algebraické. V případě obecné rovnice (5,4) lze pak její koeficienty $u_1, u_2, \ldots, u_n$ považovat za nezávisle proměnné (což je pojem běžný v analyse).

Rovnice stupně 2; 3 a 4 je možno řešit odmocninami. I vznikla otázka, zda není tak možno řešit i rovnice stupňů $n > 4$. V pracích, zabývajících se touto otázkou, měla původ theorie algebraického řešení rovnic algebraických. Když pokusy o řešení rovnic stupňů $n > 4$ odmocninami nevedly k cíli, začalo pronikat přesvědčení, že takové řešení není vůbec možné. Bez pomoci theorie grup se o důkaz pokusil nejprve Ruffini (1813) a důkaz pak podal Abel (1826). Ovšem ani Abelův důkaz není zcela bezvadný, chyby v něm bylo však možno odstranit. V podstatě jde u něho o důkaz nemožnosti řešit odmocninami obecné rovnice stupně $n > 4$. O základním tělese T činí podobný předpoklad jako Galois.

Galois líčí postup, jak je možno s použitím jeho method rozhodnout o řešitelnosti dané rovnice odmocninami. Rozvití této theorie je však prací jeho pokračovatelů (Jordanem a Hölderem počínaje).

Galois vyslovil také větu:

Aby irreducibilní rovnice, jejíž stupeň je prvočíslo, byla řešitelná odmocninami, je nutné a postačí, aby všechny její kořeny se daly vyjádřit jako racionální funkce libovolných dvou z nich.

Důkaz podal Betti (1853) a Jordan (v citované knize, str. 297—300). Stačí však požadovat, aby bylo možné vyjádření pomocí dvou pevně zvolených kořenů.

Diskusi rovnice pro dělení kruhu $x^n - 1 = 0$ provedl již Gauss. Galois se zabývá rovnicemi pro dělení u různých jiných transcendentních funkcí, speciálně otázkou, kdy je lze provést pomocí odmocnin.

6. Galois také dospěl k některým výsledkům z theorie integrálů libovolných algebraických funkcí jedné proměnné — Abelových integrálů. Tak se stal předchůdcem Riemannovým, který k týmž výsledkům došel až o dvacet pět let později.

PADESÁT LET SLUŽBY ČESKÉ ŠKOLE A ČESKÉ VĚDĚ

Letošního roku dovršil jeden z našich předních vědeckých pracovníků v historii exaktních věd profesor PhDr Quido Vetter padesát let své vědecké a učitelské činnosti. Svou vědeckou a učitelskou dráhu začal dne 13. února 1907, kdy nastoupil jako suplující profesor matematiky a deskriptivní geometrie na reálce v Praze I. Od 1. září 1907 do 31. srpna 1911 působil jako profesor na zemské reálce v Lipníku nad Bečvou; učil tu zároveň na živnostenské pokračovací škole a v kursu pro učitele měšťanských škol v Přerově. Od r. 1911 do r. 1914 byl profesorem na reálném gymnasiu v Chrudimi, kde vzhledem k přeměně tohoto ústavu z dřívějšího klasického gymnasia na gymnasium reálné zaváděl vyučování deskriptivní geometrii. V r. 1914 byl přeložen na nedávno předtím založenou reálku v Praze VI.

Roku 1919 se habilitoval na Karlově universitě pro dějiny matematiky, kterýžto obor byl tehdy u nás nový. Roku 1924 rozšířil svou habilitaci pro vysokou školu speciálních nauk při ČVUT v Praze. Téhož roku byl jmenován lektorem methodiky matematiky na Karlově universitě a byl mu udělen titul mimořádného universitního profesora. Prof. Vetter byl prvním, kdo u nás zavedl přednášky z methodiky pro budoucí středoškolské profesory. Jako první zavedl u nás také hospitace svých posluchačů u vynikajících středoškolských učitelů. K této činnosti se připravoval mezi jiným také vlastními hospitacemi při vyučování matematice na středních školách a při vysokoškolských zkouškách v Paříži, Londýně, Curychu, Římě a Turnu Severinu. Při té příležitosti byl pozván k přednáškám o českém i zahraničním matematickém vyučování na *École Normale Supérieure* v Paříži a na matematických sjezdech v Hannoveru a v Turnu Severinu. O dějinách české matematiky přednášel na četných mezinárodních kongresech, kterých se zúčastnil. Spolupracoval v letech 1917 až 1932 na reformě střední školy v komisích Jednoty československých matematiků a fysiků a v subkomisi pro matematiku, fysiku a deskriptivní geometrii při ministerstvu školství a národní osvěty. Na žádost městské rady v Humpolci přijal roku 1937 místo ředitele nově založené městské reálky v Humpolci, provedl všechny přípravné práce a ústav vedl až do 31. srpna 1939, kdy byl v důsledku restrikce pensionován. Tím skončila i lektorská činnost prof. Vettera na Karlově uni-