František Veselý

Život a význam díla Leonharda Eulera

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 2 (1957), No. 6, 719--729

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/137310`

dobrosrdečné povaze a díky jeho politické vyspělosti a prozíravosti, podařilo se mu na katedře vytvořit vzácné ovzduší přátelské spolupráce, lásky k matematice a intensivní vědecké činnosti. Již za to mu patří vřelý dík.

Přejeme profesoru Karlu Koutskému mnoho zdraví a úspěchů. Přejeme jemu i sobě, aby nadále svými zkušenostmi i životní moudrostí pomáhal naší matematice na cestě k novým úspěchům.

Karel Čulík, Brno.

ŽIVOT A VÝZNAM DÍLA LEONHARDA EULERA

FRANTIŠEK VESELÝ, Plzeň

Zamýšlíme-li se nad úspěchy vědy a techniky v několika posledních desítiletích, napadá nás otázka, ve které době tkví nejsilnější kořeny moderní vědy a kteří mužové nejvíce přispěli k jejímu rozvoji. Je snad skoro jisté, že v 17. století byly objeveny nové pracovní metody, které badatelům 18. století umožnily, aby vydatně přispěli k rychlému rozvoji matematiky a fysiky i jejich aplikací v technických vědách. Ačkoli o rozvoj těchto věd si získali zásluhy mnozí pracovníci, je přece jen nutno uvést především tato tři jména: Leonhard Euler (1707—1783), Jean le Rond d'Alembert (1717—1783) a Joseph Louis Lagrange (1736—1813). Euler se nám dnes jeví jako nejplodnější všestranný matematik a polytechnický genius té doby, d'Alembert jako matematik a teoretický fysik, který jako hlava francouzských encyklopedistů a autor slavného úvodu k *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* (Paris 1751—1780) podstatně ovlivnil myšlenkový vývoj evropského lidstva, a Lagrange jako dovršitel jejich matematického a fysikálního díla.

Na letošní rok připadlo 250. výročí narození Leonharda Eulera, jehož zásluh o rozvoj vědy a techniky vzpomínali vzdělanci celého světa. I tento článek má připomenout čtenářům našeho časopisu význam životní práce Eulerovy. K tomu je však především nutno načrtnout obraz vývoje a stavu vědy v době předeulerovské.

1. Rozvoj matematiky a fysiky do začátku 18. století

Přes úctu i obdiv k výsledkům bádání antické filosofie a přírodovědy musíme antické vědě vytýkat jistou jednostrannost. Věda té doby má charakter téměř jen spekulativní a nesnaží se ani mnoho o to, aby výsledky teoretických úvah konfrontovala s praxí a tím dosahovala jisté a nejspolehlivější kontroly svých výsledků. Tento charakter podržela věda po celý středověk až do století sedmnáctého. Autorita Aristotelova i dusivý tlak moci církevní působily dokonce tak, že se vědečtí pracovníci neodvažovali úvah, které by byly v rozporu s učením Aristotela nebo církve. Dokonce i matematikové ulpěli na interpretaci a prohlubování díla Eukleidova, při čemž užívali stále stejné synthetické metody a věnovali svou pozornost především studiu individuálních objektů matematické vědy. Teprve v 17. století objevili matematikové nové pracovní metody, které jim usnadnily současné studium celých tříd matematických objektů a položily základy k výstavbě moderní vědy.

Galileo Galilei (1564—1642) je první fysik, který strhával pouta autorit a měl odvahu věřit v sílu vlastních rozumových úvah kontrolovaných experimentem. Od jeho úvah a zejména pak také od výsledků prací Christiana Huygense (1629—1695) v oboru mechaniky byli již základní principy Newtonovy mechaniky takřka na dosah ruky. Isaac Newton (1642—1727) dovršil jejich dílo formulací základních principů klasické mechaniky a systematisoval je ve své nejvýznamnější práci, kterou předložil londýnské *Royal Society* v památné schůzi dne 28. dubna 1686. Tato práce, vydaná roku 1687 s názvem *Philosophiae naturalis principia mathematica* (Matematické základy přírodovědy), je fundamentálním spisem novodobé teoretické fysiky. Od jejího vydání až k pracím Einsteinovým, jimiž byla Newtonova mechanika zpřesněna, pokračuje již rychle stálý rozvoj klasické fysiky, rozumíme-li pod tímto označením fysikální studium makrokosmu.

Také matematika 17. století dospěla k novým pracovním metodám, které podstatně změnily celkovou tvářnost této vědy. René Descartes (1596—1650) vydal roku 1637 svůj slavný spis *Discours dela méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la dioptrique,'les météores et la géometrie qui sont des essais de cette méthode*, v němž položil základy analytické metody v geometrii. V téže době užíval již analytické metody ještě systematičtěji Pierre de Fermat (1601—1665), jehož pojednání z té doby *Ad locos planos et solidos isagoge* vyšlo tiskem teprve roku 1679, což bylo asi hlavní příčinou toho, že zásluhy o objev analytické metody v geometrii byly přisuzovány na prvním místě Descartesovi. Mimo to se v pracích matematiků 17. století (Stevin, Kepler, Galilei, Cavalieri a j.) stále hojněji objevovaly úvahy, při nichž počet prvků nebo operací s nimi prováděných rostl nade všechny meze. Úvahy toho druhu vedly pak Newtona i Leibnize k vybudování základů infinitesimálního počtu, což bylo druhým nejvýznamnějším přínosem 17. století pro další rozvoj matematiky a ostatních přírodních a technických věd.

Newton i G. W. Leibniz (1646—1716) váhali dosti dlouho, než uveřejnili tiskem své práce, které však byly brzy známy matematikům z okruhu jejich přátel. Newton sepsal sice již v letech 1670—71 spis *Methodus fluxionum et serierum infinitarum* (Metoda fluxí a nekonečných řad), který však za jeho života nebyl vydán tiskem. Svou metodu fluxí (Newtonova *fluxio* je reciproká hodnota diferenciálního kvocientu) naznačil však již ve svém nejvýznamějším životním díle již výše připomenutém. Leibniz publikoval po prvé zprávu o svých úvahách z infinitesimálního počtu v pojednání otištěném roku 1684 v lipském vědeckém časopise *Acta eruditorum*, který roku 1682 založil jeho přítel Otto Menken. Tu se již vyskytl název „calculus differencialis" pro počet diferenciální. V jednom z Leibnizových pojednání z roku 1686 se vyskytla po prvé tištěná značka pro integrál, avšak slova „integrál" Leibniz ještě nepoužil. Jeho název „calcuus summatorius" pro označení integrálního počtu se neujal. Teprve v jéednom z pojednání, které roku 1690 v *Acta eruditorum* uveřejnil Jakub I. Bernoulli, objevilo se po prvé slovo „integrál", které se rychle vžilo.

Newton i Leibniz přispívali potom poměrně již málo k dalšímu rozvoji infinitesimálního počtu. Daleko více přispěli k jeho rozvoji a k řešení různých problémů geometrie a mechaniky ho využili matematikové jiní, a to především příslušníci rodiny Bernoulli a jejich žáci na universitě basilejské. Poněvadž pět příslušníků této rodiny pracovalo postupně v petrohradské akademii kromě mnohých jejich žáků a přátel, vznikla mezi Basilejí a Petrohradem a později i Berlínem jakási družba vědeckých pracovníků, která z těchto měst učinila nejvýznamější střediska boje za pokroky matematiky a fysiky v 18. století. Z toho důvodu pokládám za vhodné uvésti zde nejprve část rodokmenu této rodiny, pokud má význam pro tento článek, a připojit nejzávažnější údaje o jejích členech:

Mikuláš Bernoulli (1623—1708)

- Jakub I. (1654—1705)
- Mikuláš (1662—1716)
  - Mikuláš I. (1687—1759)
- Jan I. (1667—1748)
  - Mikuláš II. (1695—1726)
  - Daniel I. (1700—1782)
  - Jan II. (1710—1789)
    - Jan III. (1744—1807)
    - Jakub II. (1759—1789)

V letech 1567—1573 byl Ferdinand Alvarez z Toleda, pozdější vévoda z Alby, místodržícím španělského krále Filipa II. v Nizozemsku, kde krutými prostředky potlačil povstání. V době této krutovlády emigrovala z Nizozemska rodina Bernoulli (starší způsob psaní Bernouilli) do

Frankfurtu n. M. a odtud později do Basileje. Tam se stal Mikuláš Bernoulli (1623—1708) významným společenským činitelem a jeho potomci přispěli pak k slávě tohoto města jako vědečtí pracovníci i umělci. Basilejský profesor Merian zavedl ve spise *Die Mathematiker Bernoulli* (Basilej 1860) k rozlišení matematiků z této rodiny připojování římských číslic k jejich jménům; tohoto způsobu jejich označování použiji také v tomto článku.

Jakub I. studoval na přání svého otce theologii a v matematice byl samouk. Při svých cestách ve Francii, Holandsku a v Anglii se seznámil s řadou významných matematiků té doby. Roku 1687 se stal profesorem matematiky na universitě v Basileji. V letech 1689—1704 napsal pět disputací o nekonečných řadách; v nich se po prvé vyskytuje často v matematice užívaná nerovnost Bernoulliova. Znamenitý nedokončený spis Jakuba I. o počtu pravděpodobnosti, nazvaný *Ars coniectandi* byl vydán po jeho smrti až roku 1713 jeho synovcem Mikulášem I.; ve spise nacházíme známé Bernoulliovy formule pro součty prvních n členů mocnin řady přirozených čísel (s celým exponentem), v nichž se vyskytují jako jisté koeficienty čísla, která později Euler ve svém spise o diferenciálním počtu (1755) nazval čísla Bernoulliova. K žákům Jakuba I. patřil též Pavel Euler, otec Leonharda Eulera, a Jakub Hermann, pozdější petrohradský akademik.

Jan I. byl původně obchodníkem, ale pak se na radu bratrovu věnoval studiu mediciny; přitom jej Jakub I. uváděl též do studia matematiky. V letech 1691—92 podnikl cestu do ciziny a v Paříži se stýkal s některými významnými matematiky. Mezi jeho přátele patřil též Guillaume François de L'Hospital (1661—1704), jehož Jan I. uváděl do studia infinitesimálního počtu. Přitom mu prý dal opsat rukopisy připraveného díla o diferenciálním a integrálním počtu. Roku 1695 stal se Jan I. na doporučení Huygensovo profesorem matematiky na universitě v Groningen a roku 1705 po smrti svého bratra Jakuba I. jeho nástupcem na universitě v Basileji.

První tištěnou učebnici diferenciálního počtu vydal L'Hospital s názvem *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (Paris 1696). V díle přiznává závislost na pracích Leibnize a bratrů Bernoulli. Když po jeho smrti dal Jan I. podnět k domněnce, že bylo zneužito jeho rukopisu z roku 1692, vznikl z toho nevkusný spor. Později se dokonce pochybovalo o tom, zda Jan I. napsal vůbec rukopis učebnice o diferenciálním počtu. Tato otázka byla rozhodnuta teprve asi před třiceti lety, když v basilejské knihovně byl nalezen rukopis díla Jana I. o diferenciálním počtu. Jeho lekce o integrálním počtu vyšly tiskem roku 1742; i když jejich základem byl rukopis z roku 1692, byly jistě později doplněny. Jan I. má však nespornou zásluhu, že již roku 1694 řešil obyčejné diferenciální rovnice prvního řádu metodou separace proměnných a o tři roky později diferenciální rovnici tvaru $y' + A(x)\,y = B(x)\,y^n$, která se po něm nazývá rovnice Bernoulliova.

Roku 1696 uveřejnil Jan I. v červnovém čísle *Acta eruditorum* otevřený dopis „všem bystrým matematikům", v němž je vybízel k řešení úlohy známé dnes jako problém brachystochrony; šlo o to, aby dva body svislé roviny byly spojeny rovinnou křivkou takové vlastnosti, že hmotný bod pohybující se po ní bez tření jen pod vlivem gravitační síly probíhá dráhu z bodu výše položeného do bodu níže položeného v době co nejkratší. Ve stanovené lhůtě, do konce roku 1696 nepředložil nikdo požadované řešení úlohy. Teprve po prodloužení lhůty přinesla *Acta eruditorum* z roku 1697 trojí různé řešení Jakuba I., Jana I. a Leibnize. Jakub I. připojil k svému řešení úlohu příbuzné povahy, a to t. zv. isoperimetrický problém. V nejjednodušším případě úloh tohoto typu jde o to najít jednoduchou uzavřenou rovinnou křivku, která by ohraničovala při dané délce obrazec s maximálním obsahem. Tuto úlohu vyřešil pak sám Jakub I., a to ne bez obtíží, teprve v letech 1700—01. Tak vznikly dva základní typy úloh nové matematické disciplíny, která v 18. století byla vybudována hlavně zásluhou Eulerovou a Lagrangeovou. První úlohu této povahy řešil však již Newton ve svých Principiích, když určil tvar rotačního tělesa, kterému odporující prostředí klade při pohybu nejmenší odpor.

Poznamenám-li ještě, že bratřím Bernoulli byla známa formule pro Taylorovu řadu dříve, než o jejím objevu podal zprávu Brook Taylor (1685—1731) ve svém spise *Methodus incrementorum directa et inversa* (Přímá a obrácená metoda přírůstků) v r. 1715, pak nám předcházející údaje poskytují aspoň hrubý obraz stavu matematické vědy na počátku 18. století, t. j. v době předeulerovské.

2. Eulerovo mládí (1707—1727)

K matematicky nadaným žákům Jakuba I. Bernoulli patřil studující evangelické theologie Pavel Euler, který se po svých studiích stal kazatelem v Basileji. Z jeho manželství s Markétou Bruckerovou se dne 15. dubna 1707 narodil syn Leonhard. Roku 1708 stal se Pavel Euler pastorem v obci Riehen nedaleko Basileje. Tam strávil Leonhard své dětství a jeho otec byl též jeho prvním učitelem. Pavel Euler věřil ve vysokou výchovnou hodnotu matematiky, a proto není divu, že dovedl vzbudit zájem o ni též u svého syna, který brzo projevoval vynikající nadání a obdivuhodnou paměť. Když

Leonhard začal studovat na filosofické přípravce při universitě v Basileji, všiml si ho brzy Jan I. Bernoulli a zpravidla v sobotu mu uděloval soukromé lekce z matematiky. Euler se seznámil i se syny svého učitele, zejména s Mikulášem II. a Danielem I. Toto přátelství mělo pro další životní osudy Eulerovy velký význam. Roku 1723 se však přátelé na čas rozešli. Mikuláš II. se stal profesorem právnické fakulty v Bernu, Daniel I. odešel do Italie, aby se v Benátkách zdokonalil v praktické medicině, a Leonhard, dosáhnuv hodnosti magistra, zůstal na universitě v Basileji, aby tu podle otcova přání studoval evangelickou theologii a orientální jazyky. Poněvadž se jeho zájem o studium matematiky nezmenšil, svolil otec, aby se Leonhard věnoval jejímu studiu úplně.

Zatím v Rusku car Petr I. svými reformami i zahraniční politikou podstatně změnil život do té doby zaostalého Ruska a zvýšil jeho mezinárodní význam. Tento zvídavý a stále se učící panovník byl též ve stálém styku s vědeckými pracovníky západních zemí a v dvacátých letech 18. století dostal od německého matematika a filosofa Christiana Wolfa (1679—1754) poslední podnět k tomu, aby v Petrohradě, který od roku 1703 budoval Petr I. jako nové sídelní město, zřídil akademii věd. Petr I. nepřejímal však mechanicky zkušenosti západního světa, nýbrž vždy jich používal se zřetelem k ruským poměrům. Proto již jeho dekretem v lednu roku 1724 bylo rozhodnuto, že projektovaná akademie věd bude komplexním institutem složeným z akademického gymnasia, university a vlastního vědeckého ústavu. Zřízení akademie se však Petr I. již nedočkal, neboť zemřel roku 1725. Petrův plán realisovala Kateřina I., jež se po něm ujala vlády.

Mezi prvními akademiky, kteří byli roku 1725 do Petrohradu povoláni, patřil Jakub Hermann (1678—1733), nadaný žák Jakuba I. Bernoulli, který byl od roku 1707 profesorem matematiky na universitě v Padově a od roku 1713 na universitě ve Frankfurtu nad O. Přičinil se o to, aby na petrohradskou akademii byli povoláni též Mikuláš II. a Daniel I. Bernoulli, kteří při odchodu z Basileje slíbili svému příteli Eulerovi, že se postarají o to, aby i on byl do Petrohradu povolán. K matematikům, kteří do Petrohradu přišli již roku 1725, patřili též Fridrich Christoph Maier (? —1729) a Christian Goldbach (1690—1764).

První zasedání petrohradské akademie věd se konalo dne 13. listopadu 1725 a Jakub Hermann v něm přednesl svou vstupní akademickou přednášku na thema *O analytickém vyjádření sferoidního tvaru Země*. V dalším roce začala akademie vydávat první ruský vědecký časopis *Commentarii Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae* (Zápisy imperiální akademie věd v Petrohradě), který si velmi brzy, a to hlavně zásluhou Eulerovou, získal znamenitou pověst mezi evropskými vědeckými pracovníky. Pokud v dalším textu článku bude třeba citovat pojednání v těchto aktech akademie uveřejněná, užiji zkratek CP, resp. NCP pro novější řadu svazků akt; římská číslice připojená ke zkratce znamená pořadové číslo příslušného svazku.

Zatím devatenáctiletý Leonhard Euler dosahoval prvních vědeckých úspěchů. Lipská *Acta eruditorum* z roku 1726 uveřejnila jeho příspěvek *Constructio linearum isochronarum in medio quocunque resistente* (Konstrukce isochronních čar v jakémkoli odporujícím prostředí). Téhož roku zúčastnil se Euler též soutěže vypsané pařížskou akademií na řešení problému rozmístění stěžňů na plachetnicích. Za své předložené řešení dostal Euler t. zv. akcessit, což při tehdejším konkursním řízení znamenalo vlastně druhou cenu. O teorii stavby lodí a o problémy navigační techniky se zajímal Euler po celý život.

V té době studoval Euler též horlivě medicinu, neboť podle zpráv přátel z Petrohradu bylo možno, aby tam dostal místo jako pracovník v oboru anatomie a fysiologie. Zejména Daniel I. naléhal na Eulera a psal mu: „Přijeďte do Petrohradu tak brzy, jak je to jen možno, a ukažte Akademii, že jsem ještě zdaleka neřekl vše o Vás, ačkoli jsem již mnoho dobrého o Vás vyprávěl, neboť tvrdím, že Vaším povoláním prokáži Akademii daleko větší službu než Vám samotnému."

Na jaře roku 1727 ucházel se Euler o uprázdněné místo profesora fysiky v Basileji a napsal předepsanou disertaci *Dissertatio physica de sono* (Fysikální rozprava o zvuku; Basilej 1727). Na universitě basilejské platil však tehdy zvláštní předpis, podle kterého se vypsané místo obsazovalo uchazečem vylosovaným z těch uchazečů, kteří vyhověli konkursním podmínkám. Toto losování dopadlo pro Eulera nepříznivě a mělo asi vliv na jeho konečné rozhodnutí, že opustil svou rodnou zemi, do níž se již nikdy nevrátil.

3. První Eulerův pobyt v Rusku (1727—1741)

Euler přijel do Petrohradu roku 1727 v květnu, tedy právě v době, kdy po smrti Kateřiny I. vznikly spory o jejího nástupce a způsobily v Rusku vnitřní neklid a zmatky. Euler byl sice jmenován adjunktem matematiky v akademii, avšak jeho postavení tam bylo velmi nejisté. Rádcové nezletilého cara Petra II. Alexejeviče, jehož dvůr přesídlil do Moskvy, projevovali velmi malý zájem o akademii, a proto v letech 1727—30 byla často ohrožena i její existence. V té době uvažoval

Euler o tom, že přijme místo námořního poručíka, které mu nabídl admirál Sievers s příslibem rychlého postupu.

Za vlády carevny Anny Ivanovny (1730—40) a jejího komořího Birona, na něž má ruský lid smutné vzpomínky, postavení akademie se podstatně zlepšilo, neboť ruská vláda její práci uznávala, a proto ji štědře podporovala. Euler byl roku 1730 jmenován profesorem fysiky a řádným členem Akademie, čímž byl zbaven existenčních starostí a mohl se věnovati vědecké práci. Roku 1733 odešel z Petrohradu Eulerův věrný přítel Daniel I., neboť dostal místo profesora anatomie a botaniky na universitě basilejské. Z Petrohradu odešel i matematik Jakub Hermann, který však téhož roku zemřel. Zejména tyto osobní změny umožnily Eulerovi, aby roku 1733 přešel na katedru matematiky.

Petrohradské *Commentarii* přinesly již v II. svazku z roku 1727 některé příspěvky Eulerovy, jejichž počet v dalších svazcích vzrůstal tak, že v 26 svazcích, které vyšly za života Eulerova, byla asi polovina jejich obsahu vyplněna jeho pracemi. Již z toho důvodu je nutné, abych v tomto článku uváděl jen pojednání a spisy nejdůležitější; jestliže se někdy od této zásady odchýlím, učiním tak jen proto, abych ukázal jeho pracovitost a šíři jeho zájmů.

V prvních třech desítiletích 18. století byla teorie řešení obyčejných diferenciálních rovnic prvního řádu obohacena pracemi Leibnize a Jana I. Bernoulli, kteří našli metodu řešení homogenních rovnic užitím substituce $z = y/x$, a pracemi Riccatiho a Daniela I., kteří se zabývali řešením rovnice zvané dnes rovnice Riccatiova. K dalšímu pokroku v teorii obyčejných diferenciálních rovnic přispěl Euler tím, že v jedné ze svých prvních prací (CP III 1728) ukázal vhodnou cestu k řešení rovnice druhého řádu redukcí na řešení rovnice prvního řádu. Euler byl také první matematik, který při řešení geometrických úloh narazil na parciální diferenciální rovnice a v jednoduchých případech našel též jejich řešení (1734—35). Několik Eulerových prací z doby prvního pobytu v Rusku je věnováno též problému ortogonálních trajektorií a problému křivek, které jsou podobné svým evolutám.

V téže době zabýval se Euler velmi mnoho teorií nekonečných řad a nekonečných součinů. Vyřešil přitom celou řadu úloh, jimiž se marně trápil Jakub I. Bernoulli a po něm i jiní matematikové. Přitom našel ovšem mnoho řad pro výpočet čísla π. Při sčítání některých řad objevil též důležité číslo $C = 0{,}5772\ldots$, které dnes nazýváme Eulerova konstanta. Je však nutno poznamenat, že si Euler při počítání s nekonečnými řadami počínal trochu bezstarostně (s našeho stanoviska), avšak jeho zdravý instinkt pro správnost výpočtů jej uchránil od vážnějších omylů.

K nejzávažnějším výsledkům prvních Eulerových prací v oboru matematiky patří však asi ty, jimiž přispíval k vybudování jistého oboru funkcionální analysy. Jeho pojednání *De linea brevissima in superficie quacunque duo quaelibet puncta jungente* (O nejkratší čáře spojující dva libovolné body jakékoli plochy; CP III 1728) je prvním tištěným pojednáním o problému geodetických čar, který tvoří třetí základní typ úloh té matematické discipliny, jíž dal Euler později název počet variační. Podnět k řešení úloh tohoto druhu dostal Euler od Jana, který se o problém geodetických čar zajímal již asi v roce 1698, jak to ukazují jeho lekce o integrálním počtu vydané tiskem roku 1742. Také další pojednání *Problematis isoperimetrici in latissimo sensu accepti solutio generalis* (Obecné řešení isoperimetrického problému pojatého v nejširším smyslu; CP VI 1732—33) a pojednání *Curvarum maximi minimive proprietate gaudentium inventio nova et facilis* (Nové a snadné nalézání křivek majících vlastnost maxima nebo minima; CP VIII 17 1736) svědčí o tom, jak se Euler zabýval problémy, které bratři Bernoulliové řešili v posledních letech 17. století. Význam poslední práce Eulerovy je hlavně v tom, že vystihl jistou přednost řešení, kterého použil Jakub I. při řešení problému brachystochrony, a dovedl mu dát použitelnější formu. Našel totiž diferenciální rovnici, která představuje nutnou podmínku pro to, aby příslušný funkcionál nabyl extrémní hodnoty, a která se dnes nazývá rovnice Eulerova.

Pro zajímavost uvedu tu též, že Euler v té době rozřešil též v jednom ze svých pojednání (CP VIII. 1736) jednu ze základních úloh kombinatorické topologie. Z věty jím dokázané vyplývá též nemožnost řešení jisté zábavné úlohy, která je známa pod jménem „královecký problém".

Nebudu již vypočítávati thematiku dalších Eulerových pojednání z matematiky, fysiky a astronomie a raději stručně naznačím význam jeho obsáhlého díla *Mechanica sive motus scientia analytice exposita*) (Mechanika čili věda o pohybu analyticky vyložená; 2 svazky, Petrohrad 1736). První svazek tohoto díla pojednává o volném pohybu hmotného bodu ve vakuu i v odporujícím prostředí a druhý svazek o jeho pohybu vázaném na plochy nebo křivky. Význam tohoto Eulerova spisu tkví právě v tom, že se v něm po prvé užívá analytické metody a soustavně diferenciálního a integrálního počtu. Euler byl první matematický fysik, který rozkládal síly (a tedy i rychlosti a zrychlení) ve tři složky navzájem k sobě kolmé. Při pohybu hmotného bodu po prostorové křivce rozkládal sílu působící na bod ve složky F_t (ve směru tečny), F_n (ve směru hlavní normály) a F_b (ve směru binormály), takže dochází k t. zv. přirozeným pohybovým rovnicím:

$$F_t = m \frac{dv}{dt}, \; F_n = \frac{mv^2}{r}, \; F_b = 0,$$

kde m znamená hmotu, v rychlost, t čas a r poloměr první křivosti čili $\frac{1}{r}$ flexi. To mu umožnilo, že studium komplikovaných pohybů převedl na studium pohybů jednodušších, jejichž zákony byly odvozeny již jeho předchůdci (Galilei, Huygens, Newton). Pomocí těchto pohybových rovnic dokázal pak Euler větu, která platí pro pohyb hmotného bodu, na nějž působí síla, která je funkcí vzdálenosti od pevného centra a stále k němu směřuje. Euler, ukázal, že okamžitá rychlost v kterémkoli bodě dráhy je závislá na vzdálenosti pohybujícího se bodu hmotného od centra a že nezávisí na tvaru dráhy, po níž hmotný bod do tohoto místa dospěl. To je podstatný příspěvek k vytvoření pojmu potenciálu, jehož zárodky ve speciálním případě nacházíme už u Galileiho. Za toto dílo dostal Euler cenu pařížské akademie a stal se rázem známým ve vědeckých kruzích celé Evropy. Všechny zmíněné již vědecké práce vytvářel Euler v době, kdy byl hodně zaměstnán i jinými pracemi technické povahy, při čemž projevoval nejen své mimořádné schopnosti, ale i úžasnou pracovitost. Když na př. ruská vláda roku 1735 požadovala od akademie provedení jistých výpočtů ke kartografickým účelům, žádali jiní akademici lhůtu několika měsíců ke splnění tohoto úkolu. Euler tento úkol přijal a provedl jej za tři dny. Není však divu, že mimořádné přepínání sil způsobilo u něho vážné nervové onemocnění, provázené vysokými horečkami. Vřed, který se mu za této nemoci vytvořil na pravém oku, způsobil, že Euler po uzdravení viděl již jen na jedno oko. Euler se pak dále účastnil prací v geografickém oddělení akademie a v roce 1740 byl jmenován jeho inspektorem. Zasloužil se tak o to, že ruská geografie té doby značně předstihla geografii německou, avšak Eulerovo zdraví jistě přitom trpělo. V dopise psaném dne 21. 8. 1740 psal o tom akademiku Goldbachovi: „Geografie je pro mne škodlivá. Vy víte, že jsem pro ni ztratil oko, a nyní se opět nacházím v podobném nebezpečí. Když mi dnes ráno přinesli část map k prohlédnutí, pocítil jsem nový záchvat nemoci, protože ta práce, vyžadující vždy přehlédnutí velké plochy, silněji unavuje zrak než prosté čtení nebo psaní.“

Když se k těmto starostem o zdraví přidružily ještě jiné starosti rodinného rázu a když se po smrti carevny Anny za vlády Ivana VI. (1740—1741) poměry v Rusku značně zhoršily, rozhodl se Euler přijmouti nabídku pruského ministra Mardefelda, aby vstoupil do služeb Fridricha II. Eulerův rozchod s petrohradskou akademií byl přátelský. Na svou žádost byl v květnu roku 1741 uvolněn ze služeb akademie a jmenován čestným členem s ročním příjmem 200 rublů. Po celou dobu svého pobytu v Berlíně zůstal Euler v živém písemném styku s petrohradskými akademiky i jinými ruskými vědeckými pracovníky a pečoval též o mladé ruské vědce, kteří přicházeli do Berlína z důvodů studijních. Z vědeckých pojednání napsaných v té době byla asi polovina uveřejněna v Petrohradě.

4. Eulerův pobyt v Berlíně (1741—1766)

Berlínská akademie věd, kterou roku 1700 založil Leibniz, byla v té době v naprostém úpadku. Fridrich II., který byl ctitelem francouzské kultury, byl v živém styku s francouzskými vědeckými pracovníky a usiloval s jejich pomocí o reorganisaci akademie. Již roku 1740 přišel do Berlína Pierre Louis Moreau Maupertuis (1698—1759), matematik a astronom spřátelený s rodinou Bernoulli, jehož si Fridrich II. vyhlédl za budoucího presidenta akademie, a o rok později Euler. Pro válečné události byla však akademie reorganisována teprve roku 1744, kdy se Maupertuis stal presidentem akademie a Euler ředitelem její matematicko-fysikální třídy. K nejvlivnějším rádcům Fridricha II. v otázkách organisace akademie patřil později i d'Alembert.

K nejvýznamějším matematickým problémům, jimiž se Euler zabýval od počátku svého pobytu v Berlíně, patří především řešení obyčejných diferenciálních rovnic vyšších řádů. Jeho práce *De integratione aequationum differentialium altiorum graduum* (O integraci diferenciálních rovnic vyšších řádů; Berlínská Miscellanea VII 1743) a *Methodus aequationes differenciales altiorum graduum integrandi ulterius promota* (Metoda integrace diferenciálních rovnic vyšších řádů dále zdokonalená; NCP III 1750—51) vedly k integraci obyčejných lineárních diferenciálních rovnic n-tého řádu s konstantními koeficienty. Významné byly též dvě práce uveřejněné v aktech petrohradské akademie (CP XIV 1744—46), v nichž se zabýval obšírně teorií integrace racionálních funkcí.

Roku 1744 vydal pak Euler svůj spis *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprie-*

tate gaudentes sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti (Metoda nalézání křivek majících vlastnost maxima nebo minima neboli řešení isoperimetrického problému pojatého v nejširším smyslu; Lausanne 1744). V tomto díle shrnul Euler všechny výsledky, jichž bylo dosaženo do té doby ve variačním počtu hlavně jeho pracemi, což mělo velký význam pro další rozvoj tohoto počtu. Lagrange, který byl v písemném styku s Eulerem již od roku 1755, byl jím podnícen k úvahám, při nichž našel známou přímou metodu pro řešení problémů variačního počtu, na jejímž zdokonalení se pak Euler opět zúčastnil. Variační počet měl velký význam pro další vývoj fysiky, jak ukáži na příkladě z téže doby.

Zákony optiky lze odvodit z obecného Fermatova principu, podle něhož světelný paprsek postupuje z jednoho bodu do druhého tak, aby dráhu mezi oběma body proběhl v době co nejkratší. Roku 1740 předložil Maupertuis pařížské akademii práci, v níž se pokusil o formulaci obdobného principu pro děje mechanické. Vyslovil domněnku, že hmotný bod se v silovém poli pohybuje vždy tak, aby t. zv. akce na jeho dráze byla minimální. Jeho úvahy byly nejasné a nevědecké; užíval jich ostatně jen k tomu, aby jimi podepřel svůj teleologický názor na přírodní jevy. Euler však rozpoznal zdravé jádro v jeho myšlence a Maupertuisův princip vyjádřil přesně. Princip minimální akce formuloval matematicky tak, že $\int_A^B mv\,ds$ má při pohybu hmotného bodu nabývat minima. V dodatku ke spisu výše uvedenému ukázal pak Euler četné aplikace tohoto principu tím, že na př. z jeho předpokladu vyvodil parabolický tvar dráhy tělesa při šikmém vrhu ve vakuu v homogenním gravitačním poli; je tedy právem tento princip nyní nazýván Eulerův—Maupertuisův. Přesný důkaz tohoto principu a jeho zobecnění pro soustavu hmotných bodů podal později Lagrange. Význam těchto prací tkví v tom, že od nich vede cesta k rovnicím Hamiltonovým, resp. i rovnicím novodobé vlnové mechaniky.

Další vývoj matematické analysy ovlivnil Euler velmi účinně tím, že se rozhodl shrnout výsledky svých prací, které byly roztroušeny po různých vědeckých časopisech, a soustavně je zpracovat ve spisech tvořících ucelený kurs matematické analysy. Již roku 1748 vyšlo jeho dílo *Introductio in analysis infinitorum* (Úvod do analysy nekonečně malých; dva svazky, Lausanne 1748). První svazek obsahuje teorii funkcí o jedné i více proměnných. Po vysvětlení pojmu funkce ve smyslu Eulerově—Bernoulliově je tu provedena klasifikace funkcí a pak jsou vysvětleny různé transformace funkčních výrazů, zejména rozklad racionální funkce v parciální zlomky a různé substituce, jimiž se iracionální výrazy převádějí na výrazy racionální (s novou proměnnou). Autor tu má zřejmě na mysli potřeby integrálního počtu. Nekonečných mocninných řad se tu užívá též ke studiu funkcí. Teorie goniometrických funkcí je tu zpracována tak důkladně, že tu nechybí snad žádný ze vztahů uváděných zpravidla v moderních učebnicích. Nacházíme tu větu Moivreovu, které dal Euler již roku 1740 tvar nyní obvyklý. Jsou tu uvedeny vztahy mezi funkcí exponenciální a funkcemi goniometrickými (Eulerovy vzorce). Vztahy mezi funkcí logaritmickou a funkcemi gonimetrickými umožňují Eulerovi definitivně a jasně rozhodnouti otázku logaritmů záporných čísel. Jsou tu zpracovány též nekonečné součiny a jejich vztahy k nekonečným řadám s příslušnými transformacemi. Druhý svazek obsahuje první soustavnou analytickou teorii kuželoseček, což mělo velký význam pro další rozvoj analytické geometrie. Dále se tu pojednává o algebraických křivkách 3. a 4. stupně a o křivkách transcendentních. Dodatek obsahuje i základ teorie ploch. Dnešní čtenář tohoto díla sotva ocení účelnost symboliky při Eulerových úvahách o funkcích goniometrických nebo při jejich použití v trigonometrii, poněvadž je v podstatě shodná s nynější symbolikou. Teprve tehdy, když ji porovnáme se symbolikou, které užíval ještě v roce 1727 petrohradský akademik Mayer v záslužné práci o addičních theorémech, uvědomíme si velikou cenu tohoto Eulerova dnes málo nápadného počinu.

Introductio tvoří jakýsi propedeutický spis ke studiu díla *Institutiones calculi differencialis cum eius usu in analysi finitorum ac doctrina serierum* (Základy diferenciálního počtu s jeho užitím v analyse konečných veličin a nauka o řadách; Berlin 1755). V první části spisu je probrán diferenciální počet a technika diferencování funkcí jedné a více proměnných. Druhá část obsahuje aplikace diferenciálního počtu v analyse a v algebře; geometrická a fysikální interpretace pojmu derivace není tu tedy podána. Z Eulerovy korespondence s Goldbachem je zřejmo, že Euler v říjnu roku 1759 začal a v prosinci roku 1763 dokončil rukopis díla o integrálním počtu, avšak k jeho vydání v Berlíně již nedošlo.

Euler se velmi mnoho zabýval číselnou teorií a v mnohém směru konal průkopnickou práci v tomto oboru; byl na př. prvním matematikem, který v číselné teorii používal matematické analysy. Nemohu tu vypočítávati všechny jeho zásluhy a zmíním se jen o dvou pracích z doby pobytu v Berlíně. V pojednání *Demonstratio theorematis omnem numerum primum formae 4n + 1 esse summam* *duorum quadratorum* (Důkaz Fermatova theorému, že každé prvočíslo tvaru $4n + 1$ je součtem dvou čtverců; NCP V 1754—55) podal důkaz v titulu práce uvedené věty užitím teorie kvadratických zbytků. Pro t. zv. malou větu Fermatovu podal Euler tři důkazy v letech 1760, 1761 a 1763, při čemž v posledním důkaze provedl její zobecnění s použitím číselně teoretické funkce; tuto funkci nazval Gauss funkcí Eulerovou.

Fridrich II. požadoval též od Eulera řešení četných technických problémů. Roku 1744 mu položil otázku, které dílo z balistiky pokládá za nejlepší. Euler označil za nejlepší spis Robinsův, ačkoli Robins byl jeho odpůrcem a nespravedlivě kritisoval Eulerovu *Mechaniku*, které asi dobře nerozuměl. Svědčí to též o charakterových vlastnostech Eulerových, který dovedl uznávati zásluhy nebo objevy svých odpůrců. V následujícím roce vyšel pak již Eulerův překlad Robinsova spisu s názvem *Neue Grundsätze der Artillerie*. Eulerovy poznámky a doplňky zvýšily cenu tohoto spisu tak, že byl přeložen do francouzštiny a zaveden jako učebnice na pařížském dělostřeleckém učilišti; je kuriosní, že tento Eulerův volný převod byl dokonce přeložen i do angličtiny. Euler se pak sám později (1753) zabýval jako první fysik řešením balistického problému, při němž je nutno určiti dráhu střely v odporujícím prostředí za předpokladu, že odpor je přímo úměrný čtverci rychlosti.

Euler řešil též velký počet úloh z civilní inženýrské praxe, jako na př. problémy čerpadel, vodních kol, turbin, větrných mlýnů, optimálních tvarů ozubených kol, konstrukce achromatické čočky, drobnohledů, dalekohledů a j. Mnohé z jeho výsledků na př. z teorie turbin nebo nauky o pružnosti jsou známy jistě našim technikům. Svědectvím Eulerova zájmu o problémy stavby lodí a navigační techniky je jeho vědecký spis *Scientia navalis seu tractatus de construendis ac dirigendis navibus* (Věda námořní čili traktát o stavbě a řízení lodí; Petrohrad 1749).

Ze spisů důležitých pro astronomii a analytickou mechaniku je nutno uvést především spis *Theoria motus planetarum et cometarum continens methodum facilem ex aliquot observationibus orbitas cum planetarum tum cometarum determinandi* (Teorie pohybů planet a komet obsahující snadnou metodu určení drah jak planet tak komet z několika pozorování; Berlín 1744), dále důležitý spis *Theoria motus lunae exhibis omnes eius inaequalitates* (Teorie pohybu měsíce ukazující všechny jeho nerovnoměrnosti; Berlín 1753) a konečně *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (Teorie pohybu těles pevných či tuhých; Rostock a Greifswald 1765). Již dříve jsem se zmínil, že Euler byl první fysik, který rozkládal síly ve tři navzájem k sobě kolmé složky, mající směr hran Frenetova trojhranu. Roku 1742 použil však Maclaurin v díle *A complete system of fluxions* rozkladu sil ve tři složky rovnoběžné s osami pevného souřadnicového systému a výhody z toho plynoucí uvědomil si hned Euler, který téhož způsobu začal užívati ve výše uvedeném spise z roku 1753. Důsledně to pak provedl ve spise posledně jmenovaném, který je přirozeným pokračováním jeho *Mechaniky*. Výhodou nového způsobu rozkládání sil bylo to, že odpadlo často komplikované studium zakřivení drah. V posledním díle rozřešil Euler ještě jeden důležitý problém. Ukázal tu též způsob, jak lze vyjádřit síly (tedy rychlost i zrychlení) jako funkce polárních souřadnic, což usnadňuje řešení mnohých problémů. Nakonec poznamenávám, že Euler byl též první fysik, který se zabýval problémem tří těles.

Za jednu z hlavních příčin, pro kterou Euler odešel z Berlína opět do Petrohradu, bývá často udáván jeho poměr k d'Alembertovi. Proto považuji za vhodné, abych se tu krátce zmínil o příčinách, které mohly vést k nesouladu mezi těmito dvěma velikány, z nichž každý svým způsobem tolik přispěl k pokroku vědy.

Roku 1743 vyšla d'Alembertova *Traité de dynamique*, v níž je uveden známý princip označovaný jménem d'Alembertovým; jeho užitím je možno převést problémy dynamické na problémy statické. V dalším spise *Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides* je tohoto principu použito i na jevy hydromechanické. K tomu je třeba poznamenat, že princip d'Alembertův, jehož význam zdůraznil Langrange, je možno nalézt již u Jakuba Hermanna (1716) i u Eulera (1740); ba dokonce již Jakub I. Bernoulli ho použil při řešení jistého speciálního problému. Třetí spis *Théorie des vents* (1745) uzavřel pak základní d'Alembertovy práce z mechaniky. Jejich význam pro další rozvoj matematiky a fysiky tkví též v používání parciálních diferenciálních rovnic, pro jejichž integraci bylo nutno vymyslit nové metody. Tento způsob řešení fysikálních problémů nenašel však pochopení u Eulerova věrného přítele Daniela I, který již roku 1738 vydal známý spis *Hydrodynamica* a od roku 1750 konal též přednášky z experimentální fysiky na universitě basilejské. Uvedu tu zajímavou část jeho dopisu ze dne 26. I. 1750 Eulerovi, a to v původním znění, abych překladem nesetřel jeho půvab:

„Den Herrn d'Alembert halte ich für einen grossen mathematicum in abstractis; aber wenn er einen incursum macht in mathesin aplicatam, so höret alle estime bei mir auf: seine Hydrodynamica ist viel zu kindisch, dass ich einige estime für ihm in dergleichen Sachen haben könnte. Seine piéce sur les vents will nichts sagen und wenn einer alles gelesen, so weiss er soviel von den ventis, als vorhero. Ich vermeinte, man verlange physische Determinationen und nicht abstrakte integrationes. Es fängt sich ein verderblicher goût einzuschleichen, durch welchen die wahren Wissenschaften mehr leiden, als sie avanciert werden, und wäre es oft besser für die realem physicam, wenn keine Mathematik auf der Welt wäre."

Když roku 1747 vyšla v *Memoirech* berlínské akademie dvě d'Alembertova pojednání o problému kmitající struny, což byl jeden ze závažných problémů matematické fysiky 18. století, korigoval Euler jeho úvahy v pojednání *Sur la vibration des cordes* (Meoires 1748). Ač Euler měl zřejmě pravdu, nechtěl to d'Alembert uznat. Později se i Euler dostal do sporu (1753) o problém kmitající struny s Danielem I. Eulera a d'Alemberta oddalovaly daleko více otázky světového názoru. D'Alembert považoval Eulerovy filosofické názory za naivní, což jistě Eulerovi nezůstalo utajeno. Snad toto bylo příčinou nesouladu mezi nimi. Podle mého soudu bylo by však nesprávné předpokládat, že se Euler v roce 1763 cítil dotčen plány Fridricha II. na jmenování d'Alemberta presidentem berlínské akademie tak, že by jen z toho důvodu byl chtěl odejíti z Berlína.

Pro Eulerovo rozhodnutí vrátit se do Petrohradu je nutno hledati důvody spíše v tom, že Euler rád vzpomínal na příznivé pracovní podmínky v petrohradské akademii i na Rusko, v němž našel svou druhou vlast. V roce 1749 psal do Petrohradu toto: „Já a všichni ostatní, kteří měli to štěstí býti členy ruské imperatorské akademie, musím přiznat, že jsme zavázáni za všechno, čím jsme, příznivým okolnostem, které jsme tam měli...... Když se mě jeho veličenstvo král ptal, kde jsem studoval to, co vím, odpověděl jsem podle pravdy, že za všechno děkuji svému pobytu v petrohradské akademii."

Když se poměry v Rusku za vlády Kateřiny II. (1762—1796) podstatně lepšily, pojal Euler úmysl vrátit se do Ruska. Když na Eulerův dopis hraběti Voroncovovi, kancléři Kateřiny II., došla příznivá odpověď, požádal Euler v květnu roku 1766 o propuštění ze služeb Fridricha II. a o vydání pasu pro celou rodinu k cestě do Ruska. Fridrich II. měl úmysl odmítnouti vydání pasu Eulerovi nebo alespoň těm jeho dětem, které se narodily v Prusku. Po slyšení svých rádců od tohoto úmyslu upustil, avšak odmítl propustiti ze svých služeb nejmladšího Eulerova syna, který byl dělostřeleckým poručíkem. Ten byl dokonce pod jistou záminkou před otcovým odjezdem zatčen. Do Ruska směl odejít až za rok.

5. Druhý Eulerův pobyt v Rusku (1766—1783)

Euler se vydal na cestu přes Varšavu, kde byl po deset dní hostem polského krále, a přijel do Petrohradu dne 17. července 1766. Brzy však vážně onemocněl. Uzdravil se sice, ale ztratil schopnost vidění i druhým okem. Toto veliké neštěstí, které postihlo Eulera skoro již šedesátiletého, bylo by jistě jiného člověka ulomilo a znemožnilo mu další vědeckou činnost. Euler, který tolik miloval svoji práci, nepodlehl této ráně osudu.

Svému služebníku, původně krejčovskému tovaryši, který s ním přišel do Petrohradu z Berlína, diktoval spis *Vollständige Anleitung zur Algebra*. Tento spis vyšel nejprve v ruském překladu (1768), potom v německém originále (1770) a ve francouzském překladu (1774), který pořídil Jan III. Bernoulli, astronom a matematik v Berlíně, mimo jiné též člen Královské české společnosti nauk (od roku 1785). Tento spis se dočkal mnoha dalších vydání ve všech uvedených jazycích, při čemž pozdější francozuská vydání byla opatřena poznámkami a doplňky Langrageovými. Algebra Eulerova byla velmi oblíbena pro svou jasnost a srozumitelnost a ovlivnila silně tvářnost školské algebry. Při této příležitosti poznamenávám, že Euler již za svého prvního pobytu v Rusku napsal učebnici aritmetiky pro žáky akademického gymnasia. Jeho *Rukovodstvo po aritmetike* (dva díly, Petrohrad 1738—1740) bylo první tištěnou učebnicí matematiky v ruském jazyce a stalo se vzorem pro jiné učebnice matematiky doby Eulerovy.

K populárním Eulerovým spisům patří i tři svazky „Dopisů", které vznikly jako psané lekce, když za svého berlínského pobytu vyučoval dcery markraběte Schwedta. Vyšly nejprve v ruském překladu jako *Pisma k německoj princesse* (Petrohrad 1768—1770), pak v německém originále a ve francouzském překladu *Lettres á une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie* (St. Petersbourg 1768—72). Byly hodně čteny a přispěly k poznání filosofických a přírodovědeckých názorů Eulerových u té části evropské inteligence, která nemohla číst jeho odborné spisy. Známé t. zv. Eulerovy kruhy, jichž se dodnes používá ve školských učebnicích logiky, mají v nich svůj původ.

Eulerovo dílo *Scientia navalis* bylo obtížné ke studiu pro techniky. Euler toto dílo zpopularisoval a doplnil a pak vydal jako *Théorie complête de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux* (St. Petersbourg 1773). Dílo podává úplnou teorii stavby a řízení lodí. Užívalo se ho nejen na francouzské námořní akademii, ale bylo hodně čteno i v Anglii a Italii.

Ze samostatných vědeckých spisů vydaných Eulerem v té době mělo jistě největší význam dílo *Institutiones calculi integralis* (Základy počtu integrálního; 3 svazky, Petrohrad 1768—1770). Původní rukopis tohoto díla připravil Euler již v době svého pobytu v Berlíně, avšak v Petrohradě je před vydáním zrevidoval a doplnil. Spis pojednává nejen o vlastním počtu integrálním, nýbrž i o řešení obyčejných i parciálních diferenciálních rovnic a o počtu variačním.

Ve spolupráci s akademikem Kraftem připravil Euler do tisku též třísvazkové dílo *Dioptrica* (Petrohrad 1769—71), v němž jsou shrnuty všechny Eulerovy práce z oboru optiky a konstrukce optických přístrojů z předcházejících třiceti let.

Dne 22. května 1771 vznikl nedaleko Eulerova domu požár, který zachvátil velkou část Petrohradu. Požáru padlo za oběť několik set domů. Euler sám byl zachráněn z velkého nebezpečí svým krajanem Jakubem Grimmem, který s nasazením vlastního života vynesl Eulera z hořícího domu. Požár zničil však Eulerovu knihovnu a značnou část jeho rukopisů.

Téhož roku se dal Euler operovati vynikajícím očním lékařem Wentzlem. To mu umožnilo aspoň z části užívati zraku na několik dalších let.

Zdá se skoro neuvěřitelným, že Euler v době svého druhého pobytu v Rusku při praktické nebo úplné slepotě napsal přes 400 vědeckých prací. To mu umožňovala jeho obdivuhodná představivost a neuvěřitelně dobrá paměť. Potřeboval k tomu ovšem také pomocníky. Mezi ně patřil především jeho syn Jan Albert, dále akademikové Kraft, Lexell a Golovin, jeho žáci a přátelé. Od roku 1773 mu trvale po dobu pěti let pomáhal Mikuláš Fuss (1955—1826), který byl do Ruska povolán z Basileje, aby se stal stálým sekretářem Eulerovým. Tento talentovaný matematik, který sám později napsal přes 80 vědeckých prací, stal se roku 1784 řádným členem akademie a v Rusku se asimiloval. On i jeho synové měli později značnou účast na organisaci ruského školství, a vědy.

Roku 1777 navštívil Eulera v Petrohradě Jan III. Bernoulli. Při této příležitosti poznamenávám, že jeho bratr Jakub II. přijal roku 1786 místo vědeckého pracovníka v Petrohradě a od roku 1787 byl řádným členem akademie; tragicky zahynul při koupání v Něvě roku 1789. O způsobu Eulerovy práce psal Jan III. z Petrohradu toto: „Jeho zdraví je dosti dobré, za což vděčí velmi střídmému a pravidelnému způsobu života. Zraku, z velké části ztraceného a v jedné době úplně ztraceného, používá mnohem lépe, než se mnozí domnívají. Stěží rozpoznává někoho podle tváře, čte černé na bílém a píše perem na papír. Nicméně však píše křídou na černém stole velmi zřetelně a uspořádaně své výpočty. Potom je zaznamenává do velké knihy některý z jeho adjunktů Fuss nebo Golovin, častěji první z nich. A z těchto materiálů se pod jeho vedením sestavují pojednání. Tak bylo v době uplynulých pěti let, která prožil Fuss v Eulerově domě, napsáno a dokončeno 120 až 130 děl."

Vědecká pojednání z posledního období Eulerova života se týkala opět všech oborů matematiky a jejích aplikací, jichž jsem se v předchozím textu článku alespoň dotkl; k výčtu různých oborů je však nutno poznamenat, že se Euler od padesátých let 18. století zabýval též problémy počtu pravděpodobnosti s jeho aplikacemi v praxi a problémy hydromechaniky. Počet prací v některých oborech (na př. číselná teorie, algebra, matematická analysa) přesahuje číslo padesát.

Po smrti Eulerově roku 1783 zůstalo ještě asi 250 rukopisů prací do té doby neuveřejněných. *Akta* petrohradské akademie je pak uveřejňovala v každém svazku nepřetržitě až do roku 1830. Když pak roku 1844 byly objeveny další, do té doby neznámé rukopisy Eulerovy, vydali je z příkazu petrohradské akademie synové Fussovi jako *Leonardi Euleri opera postuma mathematica et physica anno* MDCCCXLIV *detecta* (Poslední matematická a fysikální díla L. Eulera objevená roku 1844; Petrohrad 1862).

Aby si čtenář učinil představu o neobyčejné tvůrčí plodnosti Eulerově, uvedu ještě tyto údaje: *Index operum Leonardi Euleri*, který vydal J. G. Hagen (Berlín 1896), obsahuje seznam 28 samostatných spisů a 768 vědeckých pojednání. Gustav Eneström, švédský matematik a vydavatel zaniklého již časopisu *Bibliotheca mathematica*, zpřesnil seznam Eulerových prací tak, že jich uvedl 865. K těmto vědeckým pracím je nutno připočíst ještě bohatou Eulerovu korespondenci, která obsahuje mnoho cenného materiálu pro historii i problematiku matematiky. Právě tento velký počet Eulerových prací byl velkou překážkou jejich souborného vydání.

Vynikající matematik C. G. Jacobi (1804—1851) byl první, který usiloval o souborné vydání spisů Eulerových. Z jeho popudu byla vydána *Leonardi Euleri opera minora collecta I* (Petrohrad 1849) a *Leonardi Euleri Commentationes arithmeticae collectea* (Petrohrad 1849). Další velkorysý pokus učinila k vydání souborného díla Eulerova před první světovou válkou *Schweizerische naturforschende Gesellschaft*, která za podpory jiných vědeckých společností chtěla vydat celé Eulerovo dílo. Za tím účelem poslala petrohradská akademie do Švýcar Eulerův archiv, který byl vrácen do Petrohradu teprve roku 1949. Dosud však byla vydána asi jen polovina Eulerova díla. Nejvýznamnější díla z oboru matematické analysy jsou zpřístupňována širšímu kruhu zájemců v ruském překladu: *Vveděnije v analiz beskonečno malych* (1936), *Differencialnoje isčislenije* (1949), *Integralnoje isčislenije* I (1956).

Pokusil jsem se ukázat čtenářům velikost a rozsah Eulerova díla. Přitom jsem někdy úmyslně upustil od toho, abych připomínal matematické pojmy a věty, které nesou jméno Eulerovo (Eulerova čísla, úhly, integrály, věta o polyedrech atd). Musil jsem pominout i četné jiné práce Eulerovy (na př. o řetězových zlomcích) a také některé jeho jiné důležité myšlenky, které dále rozvíjeli matematikové jiní (dvojný integrál, funkce Besselovy, řady Fourrierovy a pod.). Myslím, že si čtenář udělal již sám obraz o velikosti díla Eulerova, který v 18. století přispěl svými pracemi k systematickému vybudování číselné teorie i algebry a k mohutnému rozmachu matematické analysy s jejími aplikacemi ve všech vědách. Prosím však čtenáře, aby při zamyšlení nad Eulerem vědcem nezapomínal též na Eulera člověka. Proto chci o něm říci ještě několik slov.

Euler byl člověk skromný a nenáročný. Při svém prvním pobytu v Petrohradě bydlil v malém dřevěném domku. V roce 1733 se oženil s Kateřinou Gsellovou, dcerou malíře ze St. Gallen, která mu byla po dlouhá léta věrnou družkou a dala mu třináct dětí. Po její smrti r. 1776 se Euler oženil s její nevlastní sestrou Salome Abigail Gsellovou. Žil vždy střídmě se svou rodinou a nedal se nikdy strhnout do víru zábav v těch společenských kruzích, do nichž měl přístup, jakmile dosáhl evropského jména. Ve styku s příslušníky tehdy vládnoucí společenské vrstvy byl málomluvný. Zato se velmi rád družně bavil v rodinném kruhu, se svými přáteli a žáky, při čemž se často projevoval jeho palčivý vtip. Byl přímý a spravedlivý i ke svým odpůrcům, zejména v četných vědeckých sporech. Miloval také hudbu, o níž psal pojednání s hlediska fysikálního i s hlediska hudební teorie. Byl neobyčejně pilný a v práci houževnatý a vytrvalý. Měl zájem o každý nový vědecký objev nebo nový technický projekt.

V září roku 1783 se zabýval Euler výpočty aerostatických balonů, t. j. tedy právě v té době, kdy Montgolfier uveřejňoval své první práce z tohoto oboru. V té době trpěl již Euler občas závratěmi. Dne 18. září 1783 se bavil v rodinném kruhu s akademikem Lexellem o astronomických problémech, když v tom náhle byl stižen nevolností a raněn mrtvicí za několik hodin zemřel. Byl pohřben na Smolenském hřbitově v Petrohradě, kde mu akademie dala postaviti památník. Na velkém bloku z finského granitu byl prostý nápis: Leonardo Eulero Academia Petropolitana. V roce 1956 byly jeho tělesné pozůstatky i s náhrobkem přeneseny do Lavry Alexandra Něvského v Leningradě, kde byly uloženy v blízkosti mohyly M. V. Lomonosova.

Při letošním 250. výročí Eulerova narození vzpomínali na něj vzdělanci celého světa. Vzpomínali na něj zejména sovětští lidé, neboť Euler našel v Rusku svou novou vlast a nesmírně přispěl k rozvoji ruské vzdělanosti a vědy. Také my vzpomínáme jeho zásluh o rozvoj moderní vědy a techniky a uvědomujeme si přitom, že celá životní práce Eulerova byla zaměřena ku prospěchu celého lidstva, což je nejdůležitějším příkazem pro práci každého vědeckého pracovníka.

ÉVARISTE GALOIS

(K 125. výročí smrti)

KAREL RYCHLÍK

1. Évariste Galois se narodil 25. X. 1811 v Bourg-la-Reine v blízkosti Paříže. V r. 1823 vstoupil do 4. třídy *Collège Louis-le-Grand* v Paříži. Již ve věku patnácti let se počalo jevit jeho neobyčejné nadání pro matematiku. Elementární učebnice algebry záhy ho neuspokojují; Galois horlivě studuje algebru v pracích Lagrangeových, Cauchyových, Gaussových a Jacobiových. Galois měl v úmyslu studovat na *École Polytechnique* a pokusil se dvakrát bez úspěchu o přijímací zkoušku. Svůj neúspěch vysvětluje sám tím, že otázky, které dostal, byly tak naivní, že na ně nemohl odpovídat. Konečně byl (r. 1829) přijat na *École Normale*, která byla tehdy méně ceněna než *École Polytechnique*. Byl však nucen tento ústav opustit pro nepřístojné chování. Poslední rok jeho života byl velmi bouřlivý. Galois se stal horlivým republikánem a zabýval se skoro výhradně politikou. Byl dokonce několik měsíců uvězněn ve vězení Sainte-Pélagie. Zemřel 21. V. 1832 na následky zranění, která utrpěl v souboji. Příčinou souboje byla milostná záležitost.