

# Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

---

Zbigniew Semadeni

Budoucnost vyučování matematice v Polsku

*Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, Vol. 21 (1976), No. 1, 39--44

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/139070>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

# vyučování

## Budoucnost vyučování matematice v Polsku\*)

Zbigniew Semadeni, Varšava

Ještě nejsou urovnány všechny záležitosti po reformě z 60. let a již se na obzoru objevuje další reforma osnov vyučování matematice od 5. třídy počínajíc.

Lze uvést aspoň čtyři důvody, proč je možné uznat potřebu nové reformy:

Předně je nutné přizpůsobit osnovy vyšších tříd nové situaci, kterou vytváří dalekosáhlá reforma vyučování matematice v 1. – 4. třídě základní školy.

Za druhé, změny celkové struktury středního školství požadované Zprávou o stavu osvěty [Raport o stanie Oświaty] si vynucují revizi dosavadních představ o tom, čemu a jak se má vyučovat.

Za třetí, není rozřešena záležitost speciálních tříd, a to jak již existujících typů ani případných nových typů. V 60. letech, kdy byly vypracovávány nynější závazné osnovy, se ministerstvo kategoricky stavělo proti požadavkům vytvářet speciální třídy. V době, kdy se podle nových osnov začínalo učit ve druhém ročníku lyceí, změnilo se stanovisko ministerstva tak náhle, že už nebyl čas na přípravu nových učebnic.

\*) Článek je přeložen z originálu *Futurum nauczania matematyki w Polsce* otištěného v časopise *Wiadomości matematyczne*, Seria II. *XVIII*, Warszawa 1974, PWN. Některé termíny označující specificky polské instituce nebo dokumenty jsou uvedeny v hranatých závorkách za českým překladem.

Za čtvrté, i když reforma provedená před 10 lety vycházela ze správných předpokladů, dozrála již situace k dalším změnám a k odstranění jistých nedůsledností osnov; některá kompromisní řešení z doby před 10 lety lze už nyní posuzovat jinak.

Za předpokladu, že reforma je nezbytná (uskuteční se na přelomu 70. a 80. let), chtěl bych načrtnout obecné principy osnov vyučování matematice v budoucí všeobecné střední škole [powszechnej szkole średniej].

### 1. Cíle vyučování

Jeden cíl je dobře známý: žáku se má poskytnout matematický aparát nezbytný pro studium exaktních věd a techniky. Je to samozřejmý požadavek pro ty žáky, kteří budou tyto vědy studovat, zároveň je však diskutabilní v případě žáků, kteří nevykazují v tom směru ani schopnosti ani zájem.

Často se však zapomíná na jinou roli matematiky ve škole, která se týká všech žáků: pěstování moderního chápání okolního světa, ovlivňování inteligence a způsobu myšlení žáka, tj. to, co se obvykle nazývá matematická kultura.

Navíc ty partie matematiky, které jsou nejdůležitější pro exaktní vědy a techniku (např. trigonometrie, diferenciální počet), neplní vždy nejlépe své poslání světonázorové. Přitom je třeba zdůraznit, že pro rozvoj matematické kultury není důležité množství poznáných faktů, ale jejich správné pochopení. Lapidárně řečeno, raději méně, ale dobře, zvláště v případě žáků, kteří se učí pomalu a neradi.

Ve Zprávě se navrhuje čtyři větve dvou závěrečných tříd střední školy, v každé z nich musí mít vyučování matematice

jiný charakter. Nebylo by vhodné pouhé odstupňování, které by spočívalo v postupném zmenšování množství učební látky, tj. nejvíce na větví matematicko-fyzikálně technické, méně na chemicko-biologicko-zemědělské, ještě méně na sociálně ekonomické a nakonec nejvíce omezený kurs pro antimatematicky naladěnou větev humanisticko-kulturní. Nezbytné jsou jisté změny v zaměření výuky; žáci tříd sociálně ekonomických by se učili některým tématům (např. lineárnímu programování) důkladněji než žáci tříd matematicko-fyzikálně technických.

Podle mého názoru mají mít žáci humanitních tříd rozsah matematiky tak výrazně zmenšen (např. o značnou část geometrie), že prakticky nebudou mít naději na studium techniky. Uvědomuji si, jak velmi protikladný je tento požadavek. Ale pokus natlačit celou látku do tříd složených z žáků méně schopných pro matematiku při současném snížení počtu hodin matematiky by vedl nutně k fiktivním dostatečným známám a k znechucení mládeže. V humanitních třídách je třeba radikálně zúžit látku a klást přitom důraz na rozvíjení matematické kultury jako složky všeobecné kultury.

Vyučování matematice bude za 10 let jistým způsobem ovlivněno nyní prováděnou dalekosáhlou reformou obsahu a metod vyučování v prvních čtyřech třídách základní školy. Je však těžké předvídat, jak silný vliv to bude, když velmi mnoho bude záležet na stupni realizace plánu zvýšení kvalifikace učitelů a na překonání setrvačnosti školského systému.

Na druhé straně bude pravděpodobně nutné vypustit jisté úseky látky z nynějších osnov střední školy, a to v souvislosti se zkrácením výuky na 10 let, snížením věku dětí přijímaných do 1. třídy a zavedením všeobecného středního vzdělání.

## 2. Budoucí skladba vyučování matematice

Vyčlením následující etapy budoucího matematického rozvoje dětí: a) všeobecná předškolní výchova (3 roky), b) 1. třída (přechod od předškolních zábav k školnímu vyučování), c) nižší třídy (2.–5.), d) střední třídy (6.–8.), e) závěrečné třídy (9.–10.).

Toto rozdělení se nekryje s rozdělením navrženým ve Zprávě o stavu osvěty, ale nekoliduje s ním. Přechodový charakter 1. třídy musí záležet v zachování mnoha předškolních rysů: spíše zábava než tradiční vyučování, bez důsledného dělení na vyučovací jednotky apod. Od 2. třídy bude převažovat systém vyučovacích hodin, ale méně důsledný než nyní.

Další závažný stupeň vidím mezi 5. a 6. třídou (věk 11 let). Vyplývá z přirozeného rozdělení látky v návrhu nových osnov vyučování matematice v 1.–8. třídě vypracovaném v letech 1970–1972 ministerskou komisí pro osnovy matematiky, také však z věkových hranic pro etapy rozumového vývoje dítěte přijatých většinou psychologů. Vytčení věku 9 let (přechod ze 3. do 4. třídy) jako konce jisté etapy školní výuky je dáno potřebou vytvářet větší „sběrné“ školy [szkoly zbiorcze]; podle mého názoru tu nemusí být žádný stupeň v matematickém rozvoji dítěte, nebylo by to zdůvodněno psychologickými ani matematickými hledisky.

O rozvoji schopností dítěte nerozhodují, i přes stále ještě rozšířené názory, třídy vyšší, ale předškolní instituce a nižší třídy; tam také jsou největší možnosti zlepšení úrovně matematiky ve škole. V nižších třídách tradiční základní školy probíhala výuka matematických dovedností (výpočtů) na úkor matematických schopností dětí a tento stav nebude snadné změnit.

Do 8. třídy musí být závazné jednotné

osnovy matematiky se základním učivem, které připouštějí rozšíření látky pro jisté třídy nebo skupiny žáků podle jejich možností.

V 9. a 10. třídě musí být osnovy matematiky již značně diferencovány, např. 5–6 hodin týdně v matematických třídách, 3 hodiny v humanitních třídách.

### 3. Obsah osnov vyučování

O jednotlivých oblastech matematiky budu hovořit souhrnně, aniž bych upřesňoval jejich hranice.

a) Množiny. Vlastnosti množin, relace a s nimi spojené elementy matematické logiky budou tvořit nevelkou, ale důležitou složku vyučování od předškolního věku až po závěrečné třídy. Vyučování začíná klasifikačními cvičeními (např. uspořádávání hraček na polici) pro tříleté děti. V 1. a 2. třídě bude pojem množiny již dost výrazně vytvořen, ale množinové symboly musí být zaváděny až v 5. nebo 6. třídě. Určitá témata matematiky 20. století, která nyní nejsou v osnovách reformovaného lycea (např. relace), se v budoucnu patrně objeví dokonce v osnovách humanitních tříd, protože se mohou ukázat jako důležitější pro rozumový rozvoj budoucích historiků a lingvistů než např. trigonometrie. Je však podstatné, aby vyučování množinám a relacím se týkalo podstaty těchto pojmů (případně intuitivní či názorné), ale ne formalismů s tím spojených.

b) Aritmetika s algebrou. Začátky aritmetiky jsou kladeny v předškolním období. Vyučování aritmetiky v nižších třídách bude od základu změněno již v polovině 70. let podle zásad přijatých ministerstvem v r. 1970 (viz *Matematyka, sešit 3* (1971).

V 5. třídě bude končit základní kurs aritmetiky. Od 6. třídy začne regulární výuka algebry, jejíž současné zaměření se patrně nezmění.

c) Geometrie. Začne rovněž v předškolním věku (názvy kruh, čtverec). V nižších třídách bude dítě poznávat geometrii pomocí vlastních manipulací a pozorování. Do 6. třídy přijde začátek systematického kursu geometrie.

Odstranění současného skoku mezi 8. a 9. třídou způsobí jistou změnu osnov geometrie. Nyní končí v 8. třídě jeden cyklus vyučování a v 9. třídě se začíná od počátku nový, mnohem pokročilejší. V budoucí škole bude výuka v 9. třídě bezprostředním pokračováním výuky v 8. třídě.

V současnosti zabírá geometrie kolem 50% času přiděleného v lyceu matematice, a měla by – podle mne – zaujímat 25–35%. Dosavadní situace je důsledkem uplatňování axiomatické metody, sice modernější než v Euklidově pojetí, ale přesto tísňící celý lyceální kurs geometrie. Axiomatická výuka geometrie stojí mnoho námahy, ale co je horší, stejně neposkytuje pohled na deduktivní strukturu geometrie, žák zaměřený k detailům nevidí, jak je vystavěna celá budova. Ve vyšších třídách musí být výuka geometrie analyticko-syntetická, s dedukcí pouze lokální. Axiomatické metody lze používat jen ve třídách matematických, a to na základě axiomů vektorového prostoru; tato „královská cesta“ do geometrie v sobě však skrývá nesnadné didaktické problémy.

Současné rozdělení učebnic pro 1. a 2. třídu lycea na Algebru a Geometrii není vhodné. Měla by být jedna učebnice „Matematika“ a výuka geometrie spojena s výukou algebry. Například pojem poloviny musí být svázán s lineární nerovnicí

a pojem konvexního mnohoúhelníka se soustavou nerovnic, s použitím v lineárním programování.

Další vadou současných osnov geometrie je tříletá přestávka ve výuce stereometrie (je v 8. třídě a pak až ve 4. třídě lycea); podle možností musí být vyloženy základní pojmy rovinné geometrie souběžně s odpovídajícími pojmy prostorovými.

d) Počet pravděpodobnosti je mimořádně závažný pro intelektuální rozvoj každého žáka – pro budoucího přírodovědce, ekonoma, jazykovědce. Před 10 lety byl zaveden do maturitní třídy. V budoucnu musí být již ve 4. a 5. třídě zařazena přípravná kombinatorická cvičení a v 6. třídě se musí začít systematické, na mnoho let rozvržené vyučování počtu pravděpodobnosti.

Popisná statistika (např. výpočet aritmetického průměru, mediánu) bude vpletena do výuky algebry v 6. a 7. třídě. Bylo by možno doporučit, aby do maturitní třídy byly v budoucnu zavedeny základy matematické statistiky (chápané jako část teorie rozhodování), ale nebude to snadné, protože je to předmět dost obtížný a v osnovách univerzitního studia matematiky na něj nebyl brán zřetel.

e) Informatika by se neměla omezovat na principy výstavby a programování počítačů v poslední třídě střední školy, ale měla by být zahrnuta v mnohaletém plánu rozvoje informatického myšlení od 1. do 10. třídy rozváženém tak, aby obohacovalo vyučování matematice, aniž by podstatně zvětšovalo rozsah učiva. Velikou roli mohou sehrát kódy rozmanitého typu, které představují přitažlivý materiál pro cvičení.

f) Aplikace matematiky byly ve škole vždycky zanedbávány, je však záhodno vynaložit úsilí na zvětšení jejich role ve vyučování. Jde ovšem o skutečné aplikace

a nejen vymyšlené jako ilustrace probírané látky. Bylo by cenné vypracovat zajímavé praktické problémy (týkající se např. školního života), které nebudou tématem půlhodinové úlohy ve vyučovací hodině, ale spíše dlouhodobým problémem, který vyžaduje mnoho částečných řešení a účasti celých kolektivů žáků.

g) Historie matematiky nefiguruje v osnovách, ačkoliv by měla velký význam pro matematickou kulturu žáků. Například v jedné nebo dvou hodinách lze sledováním dramatických 2000 let trvajících snah o zdůvodnění pátého Euklidova postulátu lépe objasnit, co je axiomatická teorie, než nynějším dvouletým kursem deduktivní planimetrie.

#### 4. Metody vyučování a podmínky realizace

Organizační změny ani nejlepší osnovy nepřinášejí očekávané výsledky, nezlepší-li se radikálně vyučovací metody. Ve společnosti i u části učitelů je hluboce zakořeněn názor, že učitel má mluvit a žáci mají poslouchat, zapamatovávat si a odpovídat na otázky.

V budoucí škole by vše, co žák říká v hodinách matematiky, mělo odrážet jeho vlastní myšlenky, jeho poznatky získané při konkrétních operacích (manipulacích s předměty, rýsování, pohybových hrách), jeho pozorování a úsudky; jak říkal Sokrates, „ideje se mají rodit v mysli žáka a učitel má hrát jen roli porodní asistentky“. V současné škole (dokonce nejen v Polsku, jde o všeobecný jev) stále převažuje předávací typ vyučování: učitel sděluje žákům hotové znalosti a řeší s nimi dosti podobné úlohy tak dlouho, až se žáci naučí sdělená pravidla a jejich aplikaci v šablonovitých případech. Takové vyučování brzdí rozvoj schopností dětí a znechucuje jim matemati-

ku. Zlepšení výuky bude vyžadovat poctivou přípravu učitelů, což musí znamenat skutečně zvládnutou vědu, a ne — jak tomu často bývalo — jen vlastnictví diplomu.

Je též třeba snížit počty žáků ve třídách, zvláště v nižších třídách. V přeplněné třídě se zpravidla vyučuje předávacím způsobem a individualizace vyučování je prakticky nemožná. Úspory získané větším počtem žáků ve třídách jsou ošidné — společnost za ně platí mnohonásobně více, protože má méně schopné a hůře připravené pracovníky.

Pro každou třídu by měla být možná volba z aspoň dvou učebnic. V této oblasti zaznamenáváme v poslední době jistý pokrok, ale přesto je dost zanedbáno. Autorské honoráře byly donedávna tak nízké, že např. výtvarník ilustrující učebnici pro první třídu dostával odměnu několikrát vyšší než autor, zatímco by to mělo být obráceně, vezmeme-li v úvahu skutečný vklad práce a nutnou kvalifikaci; ilustrace může dělat mnoho osob, ale jen hrstka lidí může napsat dobrou učebnici matematiky. Nyní byly autorské honoráře zvýšeny, ale stále ještě neodpovídají skutečné práci autora.

Do škol je třeba zavést více didaktických pomůcek, zvláště těch, které jsou jednoduché a levné. Zvláště nezbytné je vypracovat soupravu pro cvičení z počtu pravděpodobnosti — obyčejných kostek pomalovaných různými barvami (např. tři stěny červené, dvě žluté a jedna modrá), kostek kosých (nesouměrných), kostek dvacetistěnných (tvaru pravidelného dvacetistěnu s číslicemi od 0 do 9 dvakrát napsanými na stěnách), dalších pomůcek k losování a přiměřeně zpracovaných didaktických her.

K vypracování celkové koncepce osnov 9. a 10. třídy je třeba přistoupit včas, aby bylo několik let času na klidnou přípravu učebnic. Hlavní stížnosti na přetížení ny-

nějších osnov a potíže s jejich realizací měly svůj původ v nesprávné koncepci přípravy reformy: nejprve se vypracovaly a schválily osnovy a pak se psaly podle nich učebnice, které se předložily v poslední chvíli, kdy již nebylo možné nic změnit. V budoucnu by mělo být pořadí jiné: nejprve zformulovat celkový náčrt osnov, pak psát učebnice, vytisknout je v pokusných nákladech a teprve pak, s učebnicemi v rukou, vypracovat konečnou verzi osnov. Tak se vyhneme rozčarování z let 1967 — 70, kdy se skutečné učebnice značně lišily od své podoby ohlášené před napsáním. Na podzim r. 1967 se například ukázalo, že připadá 600 stran učebnic matematiky na 1. třídu lycea (dohromady algebry a geometrie) při 4 hodinách týdně. Později, v průběhu psaní učebnic počtu pravděpodobnosti pro 4. třídu, se ukázalo, že jisté formulace osnov nelze dodržet, což přivedlo nutnost změn závazných osnov dříve, než začaly platit.

Je též žádoucí vyzkoušet nové učebnice ve vybraných školách před jejich masovým zavedením. Ale již sama možnost prohlédnout si budoucí učebnici natištěnou, třeba i jen napsanou strojem, může ovlivnit konečné rozhodnutí, zda je požadovaný obsah realizovatelný ve škole. Víme totiž, že přes závazné normy se nerealizuje v praxi to, co je v osnovách, ale to, co je v učebnici.

## 5. Výzkumy v didaktice matematiky

Při diskusi v matematické sekci II. kongresu polské vědy [II. Kongresu Nauky Polskiej] bylo požadováno zvýšení role vědeckých výzkumů v oboru didaktiky matematiky.

S touto oblastí se v Polsku zachází macešsky. Zabývají se jí obvykle bývalí učitelé zaměstnaní na vysokých školách po mno-

ha letech práce na střední škole, a také ti, kterým se nedařilo v čisté matematice. Takzvaní tvůrčí matematici se zabývají záležitostmi didaktiky občas, např. když jsou pozváni na zasedání nějaké komise.

Nedostatek specialistů v oboru didaktiky matematiky je citelný. Postačí např. uvést, že v poslední době bylo vytvořeno mnoho nových vědecko-didaktických ústavů [institutów nauko-dydaktycznych] podléhajících resortu školství (nyní je 5 ústředních ústavů a 17 vojvodských) a že jen málo z nich zaměstnává matematiky s hodností doktora.

Je třeba přestat se zásadou hledat kandidáty pro bádání v didaktice matematiky mezi nejlepšími učiteli s dlouholetou praxí. Tito lidé vnášejí podvědomě do práce celý balast ustálených náhledů a návyků a přispívají tak ke konzervatismu ve vzdělávání, k zachovávání existujícího stavu věcí. Například v lékařství je jiná situace: přestože dobrý lékař musí mít dlouholetou praxi, profesori hledají kandidáty na asistenty především mezi nejschopnějšími absolventy, a ne mezi dlouholetými pracovníky okresních nemocnic. Kandidáty na význačné didaktiky je nutno vylovit co nejdříve a obklopit je péčí, zajistit jim odpovídající praxi ve škole, opatřit odbornou literaturu (knížky a časopisy) a možnost vlastních výzkumů. K tomu je třeba vytvářet pracoviště didaktiky matematiky na matematických odděleních univerzit.

Na každé univerzitě je třeba získávat schopné studenty teoretické větve (nejen učitelské!), kteří mají příslušné psychické dispozice, aby si zvolili didaktiku matematiky jako vědeckou specializaci, pěstovanou vážně a na úrovni srovnatelné s nejlepšími středisky na světě. (Je třeba odmítat argumenty typu „Ten student by se neměl zabývat didaktikou matematiky, je přece dost schopný“.)

Zvláštní důraz je třeba položit na školení mladých kádrů v oboru počátečního vyučování matematice, oblasti, která se dost výrazně vyděluje z celku didaktiky matematiky a která má dnes největší příležitosti rozvoje.

Je třeba usilovat o přenesení rozmachu a stylu práce polské matematické školy do didaktiky matematiky: odvážně útočit na problémy a vyrovnat se nejlepším. Je třeba požadovat založení vlastního časopisu věnovaného výzkumům v didaktice matematiky, organizovat vědecké semináře, sympozia, celostátní i mezinárodní letní školy, spolupracovat s pedagogy, psychology, navrhovat nové pomůcky. Bude to vyžadovat finanční náklady a značné organizační úsilí.

Polské školství vstupuje do údobí velkých přeměn. Vytváří to možnost skutečného zvýšení úrovně vyučování matematice v Polsku, příležitost, které by měli matematici využít.

*Přeložil Jaroslav Šedivý*

## Poznámky k mezivědnímu problému

*Michael Otte, Bielefeld*

*V roce 1974 se ustavila při Institutu didaktiky matematiky (IDM) univerzity v Bielefeldu, který má mezi podobnými západoněmeckými ústavy a fakultami ústřední postavení, skupina pracovníků různých oborů, kteří za vedení profesora dr. Michaela Otteho budou studovat otázky, jež vyžadují spolupráci odborníků z různých vědních oborů. Mezi jinými jde především o problémy didaktiky matematiky, která vyžaduje spolupráci matematiků, psychologů, pedagogů a učitelů školní praxe. Tato*