Jan Vyšín

Co nového přináší Nico?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 20 (1975), No. 3, 164--169

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/139864

o objasňování geometrických pojmů a problémů z několika hledisek než o výklad axiomatiky. Podle didaktických zřetelů by měly být rozvíjeny různé teoretické aspekty tak, aby pomáhaly vytvářet přehled o geometrii a sloužily k podněcování aktivity studenta. Teoretický výklad o koncepci didaktických přednášek při vzdělání učitelů formuloval W. MARKWALD v práci [12]. Otázky obsahu geometrického vzdělání učitele by si vyžádaly zvláštní studii a nebudeme se jimi zde zabývat.

Literatura

[1] VYŠÍN, J.: *Jaká je budoucnost školské geometrie,* Matematika ve škole , roč. *XVII,* 1966.

[2] REVUZ, A.: *The position of geometry in mathematical education,* Educational Studies in Mathematics, Volume 4, No 1, 1971.

[3] FREUDENTHAL, H.: Geometry between the devil and the deep Sea, Educational Studies in Mathematics, Volume 3, No 3, 4, 1971.

[4] *New Trends in mathematics teaching,* Volume III, Unesco, Paris 1973.

[5] THOM, R.: *Moderní matematika, pokud existuje,* Matěmatika v škole, roč. 1973.

[6] DIEUDONNÉ, L.: *Algèbre linéaire et géometrie élémentaire,* ruský překlad, Moskva 1972.

[7] CHOQUET, G.: *L'enseignement de la géometrie,* ruský překlad, Moskva 1970.

[8] BACHMANN, F.: *Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff,* ruský překlad, Moskva 1969.

[9] KUŘINA, F.: *Logika a vyučování matematice na základní škole,* Matematika a fyzika ve škole, roč. *4,* 1973.

[10] VYŠÍN, J.: *Tři kapitoly o problémovém vyučování,* SPN, Praha 1972.

[11] KUŘINA, F.: *Problémové vyučování v geometrii,* Matematika a fyzika ve škole, roč. *4,* 1973.

[12] MARKWALD, W.: *Zur mathematischen Ausbildung der Lehrkandidaten,* Mathematisch--physikalische Semesterberichte, roč. *XVII,* 1970.

Poznámka redakce: Čtenáři — středoškolští profesoři mohou posoudit, jak by byly uvedené principy prospěšné či neprospěšné při studiu složky „geometrie" na střední škole. Jejich názory a připomínky uvítáme.

Co nového přináší Nico?

Jan Vyšín, Praha

Poslední souhrnnou zprávu o článcích Nico přineslo 6. číslo Pokroků z r. 1973, a to o 9. až 13. sešitě. Od té doby vyšly další čtyři sešity Nico (14 až 17); jim se budeme věnovat v této informaci.

Předem nám dovolte malou poznámku. Belgické výzkumné středisko CBPM (Centre Belge de pédagogie de la mathématique), jehož orgánem je časopis Nico, razilo vždy cestu velmi revoluční; strukturální matematika značně bourbakisticky orientovaná (viz název časopisu) byla ve středu jeho zájmu a pozornosti.

Prof. GEORGES PAPY, vedoucí osoba Centra, zastiňuje a přehlušuje svým výbušným temperamentem všechny svoje spolupracovníky. Je skutečností, že Centrum přineslo mnoho revolučních a progresívních myšlenek v didaktice matematiky, i když někdy — a to snad k prospěchu věci — přehánělo. Je přirozené, že tak poměrně úzká tematika, jako je školská matematika, se po jisté době vyčerpává, a tím může docházet k opakování námětů. Je tu ovšem ještě druhá, mnohem rozsáhlejší oblast výuky, než je obsah; tato oblast jsou vyučovací metody. Na originální metodické nápady byli profesor Papy a paní Papyová vždy bohatí a tady je stále z čeho těžit.

Profesor Papy má ve světě dosti přátel, ale i odpůrců, kteří buď s ním otevřeně nesouhlasí, nebo jej jaksi mlčky přehlížejí.

Zejména realistickým Angloameričanům a Němcům nevyhovuje jeho příliš strukturalistické zaměření a celkem vlažný poměr k aplikacím. Nezdá se mi, že by tento postoj byl oprávněný a užitečný; mnohé myšlenky, které přináší belgické Centrum, třeba i dost bizarní a galsky fanfarónské, mohou být kořením, které zbaví didaktiku matematiky její tradiční fadesy a – což je nejdůležitější – mohou pomoci masové výuce k větší efektivnosti.

Nico obráží práci Centra, z něhož se pokouší prof. Papy vytvořit jakési didaktické středisko*) světového významu pořádáním konferencí, seminářů, stážemi, publikační činností apod. Na akce Centra jsou zváni zahraniční přednášející, jsou přijímáni jako hosté didaktičtí pracovníci z nejrůznějších zemí, i rozvojových; v nich jsou získáváni propagátoři Centra – skoro by se dalo říci „papysmu". I když nechceme přijímat informace z Nico s nekritickým obdivem, nechceme je přehlížet; naopak – bylo by dobré je konfrontovat s jinými zahraničními informacemi a vlastním kritickým zpracováním získávat cenný materiál pro naše československé pokusy a pro naši práci v teorii vyučování matematice.

Bohužel scházejí nám lidé. Velmi bychom uvítali – pracoviště základního výzkumu i pracoviště rozvíjející didaktiku matematiky – kdyby se mezi čtenáři Pokroků našli jedinci, kteří by recenzovali, popř. excerpovali významné články z časopisů Nico, Der Mathematikunterricht aj., nebo dokonce sestavovali krátké původní studie týkající se určitého úzkého tématu a otiskovali je v Pokrocích. Tak např. v poslední době se zabývají někteří

*) Podobné ambice má v NSR prof. H. G. Steiner, který vede Ústav didaktiky matematiky v Bielefeldu.

didaktikové popracováváním Piagetových myšlenek a studie na tento námět by byla velmi vítaná.

Vraťme se k obsahu sešitu 14 až 17 Nico. V tomto úseku lze vystopovat téměř všechny hlavní okruhy témat, které se v časopise vyskytují. Jsou to předně algebraické a topologické struktury: článek P. J. Hiltona z USA (sešit 14, 36 stran), *Jazyk kategorií na střední škole*, D. van Dalen, *Logika a formální teorie* (sešit 15, 20 stran), dále F. Plastria, *Konnexita* (souvislost) (sešit 15, 28 stran), H. G. Steiner, *Matematický rozbor Piagetova pojmu grupování. Minicomputer jako ukázka grupování* (sešit 15, 17 stran), R. Aguado Muños, *Polynomy, funkce, permutace* (sešit 15, 18 stran), J. Drabbe, *Mříže a Papyho minicomputer* (sešit 17, 25 stran).

Do okruhu geometrie-topologie patří články: G. Capiaux, *Afinní geometrie 3-rozměrného prostoru* (sešit 14, 12 stran), A. Warrinnier, *Topologie počáteční a koncové* (sešit 16, 26 stran).

Bohatě je zastoupeno vyučování pro elementární stupeň (nižší stupeň základní školy). Sem patří články: Fréderique*) et Papy, *Lineární funkce metodou grafů* (sešit 14, 35 stran), titíž autoři *Jeď translátore!* (Sešit 16, 35 stran), Fréderique, *Se základem* –2 (sešit 15, 15 stran), Papy, *Poznámka k vyučování reálným číslům* (sešit 17, 9 stran), H. Levi, *Aritmetika pro budoucí učitele elementárního stupně* (sešit 17, 19 stran), Ch. Randour, *Taximetrie pro pětileté* (sešit 17, 26 stran).

Do oblasti problémů s výukou zaostávajících, duševně méněcenných žáků a žáků se sníženou motorickou schopností, kterým se časopis Nico soustavně věnuje, patří články: Ch. Vandeputte, *Moderní*

*) Tj. Mme Fréderique Papy.

vyučování matematice žáků motoricky postižených (sešit 16, 35 stran), V. DIESCHBOURG, *Moderní vyučování matematice dětí mentálně zaostalých* (sešit 16, 24 stran), P. KANER z Exeteru, *Matematika pro masovou výuku nenadaných žáků – Majority Continuation Project* (sešit 16, 7 stran), S. ZIMMERMANN z Londýna, *Speciální elementární matematika pro zaostalé žáky.* Z různých témat stojí za zmínku články: PLUVINAGE-SCHERPERREL, *Zjišťování vyučovacích výsledků dotazníkem* (sešit 16, 11 stran), W. MARTIN, *O některých vztazích mezi lingvistikou a statistikou* (sešit 15, 14 stran), J. C. MATTHYS (šéfredaktor Nico) *Aplikovaná matematika* (sešit 15, 9 stran).

Mimo články je v sešitech 14 až 17 opět řada zpráv o činnosti Nico a jiných akcích např. o setkáních skupiny GIRP (Groupe International de Recherche en Pédagogie de la Mathématique), údaje bibliografické, osobní zprávy, jubilea, citáty aj.

Vraťme se k vyjmenovaným článkům. Článek P. J. HILTONA je v podstatě text dvoudílné přednášky autora na konferenci Zwin 1972, kterou uspořádalo v květnu 1972 středisko CBPM. V době, kdy tuto excerpci z Nico sestavuji, je prof. Hilton pozván do Prahy. Až excerpce vyjde, bude možná jeho návštěva v ČSSR patřit minulosti. V každém případě otisknou Pokroky nějaký materiál o „jazyku kategorií“; buď to bude obsah pražské přednášky prof. Hiltona, nebo excerpce z článku v Nico.

Článek O. VAN DALENA (Utrecht) pojednává v podstatě o tomto problému: Ve výrokové logice máme dvě metody k zjištění, zda daný term je logická formule; je to buď použití tabulek pravdivostních hodnot, nebo deduktivní důkaz z axiómů podle pravidel odvozování. První cesta je sémantická, vychází z modelů, druhá je syntaktická, symbolům se nepřikládá žádný význam. Víme, že důkaz druhou cestou bývá někdy neobyčejně svízelný, kdežto důkaz první cestou je kombinatoricky-experimentální a v jádru průhledný. Autor přenáší situaci z logiky výrokové do logiky predikátové a doporučuje při odvozování teorémů používat modelů logiky. Rozvinuje ve zkratce stručnou teorii modelů predikátové logiky s dvěma ukázkami (grupy, uspořádání); ústřední větou je teorém kompaktnosti. Autor zdůrazňuje vhodnost použití teorie modelů zejména z didaktického hlediska.

Stať F. PLASTRII (Pobřeží slonoviny) se nese zcela elementárním stylem. Ilustrace i aplikace čerpá z obyčejného topologického prostoru, ale vyšetřuje i konnexní (souvislé) podmnožiny jiných topologických prostorů a studuje obecnější druhy souvislosti. Je to téma, které by se po jistém doplnění mohlo hodit jako podklad pro specielní středoškolský seminář k procvičení elementů topologie.

Známý západoněmecký didaktik matematiky prof. H. G. STEINER se zabýval v posledních letech také matematickým rozborem PIAGETA, specielně jeho pojmem „grupování“, který se Piaget v knize *Psychologie inteligence* (Zürich 1947) snaží fundovat axiomaticky. Nejen Steiner, ale také jiný západoněmecký didaktik ERICH WITTMANN se zabýval pojmem grupování, a to velmi podrobně; H. G. STEINER ve svém článku, který je překladem z angličtiny, uvádí několik matematických modelů Piagetovy psychologické struktury „grupování“, vytvořených pomocí funkce „následovník“, relace „dělí“, na základě rozkladů konečné množiny v disjunktní části, na základě potenční množiny, lineárních rovnic aj. Závěr článku je výklad minicomputeru jako modelu grupování. Zde se stýká práce belgického Centra s pracemi Piagetovými.

K tomuto tématu se ještě vrátíme v některém příštím čísle.

R. AGUADE-MUÑOS byl stážistou střediska CBPM. V uveřejněném článku o polynomech a permutacích řeší tento problém: Víme, že každá polynomická funkce nad okruhem Z_4 zbytkových tříd modulo 4 vyjadřuje transformaci okruhu Z_4. Ptáme se, zda obráceně každá taková transformace je vyjádřena polynomickou funkcí nad okruhem Z_4. Jde v podstatě o úlohu, kterou vyslovil prof. Papy ve svém semináři; je zajímavá spíše aparátem, kterého užívá k řešení, a hodila by se také jako algebraické téma do středoškolského semináře.

Článek J. DRABBEHO z bruselské univerzity *Mříže a minicomputer* se zabývá dnes už obecně známým abakem a zkoumá jeho algebraickou strukturu. Nejprve stručně připomíná některé vlastnosti uspořádání množin, zavádí pak pojmy majoranty, minoranty a pomocí nich pojem mříže. Uspořádání v množině stavů minicomputeru je definováno pomocí „proměňování" žetonů a dokazuje se, že množiny stavů minicomputeru (o jedné desce) tvoří mříže.

G. CAPIAUX, *Afinní geometrie v trojrozměrném prostoru.* Tento článek je v podstatě zpráva o pokusu paní Fréderique s 16 až 17letými žáky, jak vyučovat afinní geometrii na ryze algebraickém (vektorově-grupovém) základě. O článku se zmiňujeme proto, že to je typická ukázka, jak lze rozvíjet geometrii (včetně zavádění pojmů) jen pomocí algebraického aparátu.

Článek A. WERRINNIERA je vysloveně odborný dosti vysoké úrovně, přeplněný pojmy. Domníváme se, že je didakticky neupotřebitelný, i když se autor snaží motivovat hlavní řešené problémy přístupně.

Následuje soubor článků zcela elementární úrovně. Ve 14. sešitě je článek F. a G. PAPYOVÝCH o lineární funkci vyšetřované metodou grafů. Jde v podstatě o n-členné cykly lineárního zobrazení pro $n = 1, 2, 3, 4, 5$. O smyslu článku nejvíce říká závěr:

„Ve starší ukázce vyučovací hodiny, předvedené na konferenci ve Zwinu, odpovídali žáci na otázku: Existuje trojčlenný cyklus funkce $x \to 2x - 1$? zcela slepým algebraickým výpočtem. Proti tomu povstal PETER HILTON a vytkl, že postup si nevšímá hluboké geometrické příčiny jevu. Vyučovací hodina popsaná v tomto článku respektuje tuto konstruktivní, oprávněnou a podnětnou kritiku."

Článek *Jeď, translátore!* týchž autorů v 16. sešitě Nico pojednává o využití jednoduché pomůcky, kterou nazývají translátorem. Je to váleček, opatřený zoubky, aby se mohl kotálet po papíře bez smýkání. Váleček před sebou posunuje pravítko (hranu pouzdra), které se smýká po papíře a podle něhož se rýsují přímky. Článek probírá všechny možné didaktické aplikace (přirozená uspořádání bodů na přímce, vlastnosti incidence, rovnoběžnosti, rozklady roviny, uspořádání směrů, Paschův axióm, rovnoběžnou projekci, větu Desarguesovu, ekvipolenci, vlastnosti rovnoběžníka, vektorovou grupu, průmět vektoru do směru, sčítání vektorů — prostě celý základ afinní geometrie mimo spojitost).

V článku o axiómech říkají autoři o didaktické roli geometrie toto: „Živá a neztrnulá metodika, kterou propagujeme pro výuku od 4 do 20 let, znamená stálou rehabilitaci geometrie, kterou někteří novátoři podle našeho názoru příliš pošpinili v klamné naději, že ji nahradí využitím struktur, které přišly neznámo odkud."

Podle prof. G. a F. Papyových pokus s translátorem vyvrátil dva zakořeněné bludy: totiž, že

a) lineární algebra působí specifické

potíže, což je ve shodě s neúspěchy studentů v prvním roce univerzitního studia; b) dítě nemůže před svým 13. až 14. rokem začínat deduktivní kurs geometrie.

V 15. sešitě je ještě článek paní PAPYOVÉ o numerační soustavě se základem -2. Vychází se z abaku, kde jednotlivá pole mají hodnoty

...	64	-32	16	-8	4	-2	1

Převedení čísla ze soustavy dekadické do soustavy minus-dvojkové a naopak se provádí manipulací s žetony. Příkladem je vyjádření čísla -20 na tomto obrázku, v němž čísla značí počty žetonů:

	64	-32	16	-8	4	-2	1
-20		1					12
=		1			3	6	12
=		1			3		
=		.	1	2	3		
=		.	.	1.	2.		
=		.	.	.	.		

Je tedy $-20 = (111100)_{-2}$. O jednoznačnosti vyjádření *celého* čísla (nejen nezáporného) se v článku nehovoří. Prof. Papyová užila této tematiky k práci s dětmi na elementárním stupni, aby jim dala příležitost ke hře, při níž mohou tvořivě pracovat a objevovat.

V sešitu 15 jsou ještě tři články elementárního charakteru: je to PAPYOVA poznámka k vyučování reálných čísel, dále tyto články: H. LEVI (New York), *Aritmetika pro budoucí učitele* a CH. RANDOUR, *Taximetrie pro pětileté.*

První z článků je možno nazvat fejetonem o problému, zda číslo (raději rozvoj) 0,123456789101112131415161718192021 ... je periodické. Pojem periody je zaveden pomocí opakujícího se motivu a přivede se ke sporu existence nejmenší periody o n cifrách s existencí přirozeného čísla, které má v zápisu větší počet po sobě bezprostředně následujících nul než n. Nejcennější jsou v článku námitky žáků k důkazu a postoj učitelův k těmto námitkám.

Článek H. LEVIHO o aritmetice pro příští učitele přináší konstrukci kursu začátků aritmetiky přirozených čísel pro studenty, kteří nemají pro matematiku valné schopnosti ani o ni nemají zájem (autor učí sám v takovém kursu). Východiskem není pojem množiny, ale pojem *abecedy* v obecném slova smyslu. Na jeho základě je zaveden pojem následovníka, pojem operace sčítání, odčítání, násobení, jejichž výsledky jsou registrovány v tabulkách. Autor má poněkud jiné pojetí kardinálních a ordinálních čísel, než je pojetí běžné. Na konci své skici podotýká, že jeho koncepce se shoduje duchem i stylem s myšlenkami H. LEBESGUEA obsaženými v jeho knize *La mesure des grandeurs.*

V posledním ze tří uvedených článků se zabývá paní CH. RANDOUR tématem taximetrie pro předškolní věk. Paní Papyová dala mnoho podnětů, jak se dá toto téma probírat zajímavě se 7 až 8letými dětmi; pokus ukazuje, že lze formou her sestoupit k ještě mladším dětem.

V článku je podrobně popsán potřebný materiál, postupy, průběh všech 30minutových lekcí. Autorka i paní Papyová připravily řadu podnětných úloh, které nevyžadují příliš mnoha slov, ale dají se sdělit barevnými záznamy; hlavně jde o trasování cest. Je třeba připomenout, že taximetrická hra nepředpokládá znalost přirozených čísel, ale naopak podněcuje děti, aby se počátku jejich „litanie“ naučily. Zkušenost ukázala, že děti jsou taximetrickou hrou nadšeny, že chápou její souvislost s realitou, prožívají situace a učí se spoléhat na své síly.

Za zmínku stojí ještě článek F. PLUVINAGE, A. SCHERPEREELA o vyhodnocování dotazníků – v podstatě o zjišťování vyučovacích výsledků didaktickými testy. Oba autoři jsou pracovníci strasburského ústavu IREM (Institut de Recherches dans l'Enseignement des Mathématiques), jehož hlavou je prof. GLAESER. Jedním z význačných počinů tohoto ústavu je vydání mnohasešitové publikace *Le Livre du Problème* (problémové vyučování), která by i u nás mohla mít dobrou odezvu.

O dalších článcích vpředu uvedených nebudeme hovořit. Bohužel se v našem státě neorganizují žádné pokusy ve vyučování matematice mentálně a tělesně zaostalých dětí. Proto by asi vyzněly články paní VANDEPUTTOVÉ a prof. DIESCHBOURGA nanaprázdno. Otázky aplikací matematiky (MARTIN a MATTHYS) by vyžadovaly samostatný článek.

Závěrem ještě upozorňujeme, v 16. sešitě je stručná, ale zajímavá – bohužel nepodepsaná – stať o didaktice matematiky. Hovoří se tu o ní jako o samostatné vědecké disciplíně, a to aplikované; vymezuje se její předmět a podstata, hovoří se i o jejím vztahu k výzkumu, o nutnosti udílet v ní vědecké hodnosti a konstatuje se, že didaktika už v několika případech vedla k novým matematickým objevům.

Úplný překlad této stati přineseme v příštím čísle Pokroků.

Souhlasíte s touto statí?

Po 2000 let se považuje jistá znalost matematiky za nezbytnou část intelektuální „výstroje“ každého kulturního člověka. Dnes je tradiční místo matematiky jako složky vzdělanosti ve velkém nebezpečí. Bohužel mají to na svědomí matematičtí odborníci. Vyučování matematice leckde degenerovalo v neplodné nadšení pro řešení úloh, které sice může vypěstovat určitou formální zručnost, ale naprosto nevede ke skutečnému pochopení či větší volnosti intelektu. Matematické bádání projevilo sklon k hyperspecializaci a k přeceňování abstrakce. Aplikace a kontakty s ostatními obory se zanedbaly.

Přesto nás tato situace ani v nejmenším neopravňuje k ústupové politice. Naopak zpětný proud musí nastat a přijde ze strany těch, kdo jsou si vědomi intelektuální hodnoty vědy. Učitelé, studenti i vzdělaná veřejnost vyžadují konstruktivní reformu a ne rezignaci před slabou zdí. Cílem je opravdové pochopení matematiky jakožto organizovaného celku a jakožto báze vědeckého myšlení a vědecké aktivity. Řada obdivuhodných děl životopisných a historických i některé podnětné knihy popularizačního charakteru vzbudily obecný zájem dosud utajený. Ale není možné nabýt vědomostí jen těmito nepřímými cestami. Pochopení matematiky se nedá předat bez námahy, zábavou, právě tak jako hudebního vzdělání nedosáhneme čtením sebe skvělejších odborných referentů, aniž jsme kdy intenzívně naslouchali hudbě.

Opravdový kontakt s živou matematikou je nezbytný. Je třeba se vyhnout technikám a oklikám. Výklad matematiky by měl být zbaven zdůrazňování všech rutinních hledisek a odporného dogmatismu, který odmítá uznat důvody a cíle tohoto výkladu a který následkem toho je ostudnou překážkou každého poctivého úsilí.

Můžeme postupovat přímo, vycházet z opravdových pramenů, abychom dospěli k těm privilegovaným mysům, odkud můžeme objevovat a pohledem obsáhnout všechny silokřivky a krásy moderní matematiky.

Stať je výňatek z předmluvy ke knize What is Mathematics?, jejímiž autory jsou Courant-Robbin; vyšla v New Yorku r. 1941. Předmluvu podepsal R. Courant.

Jan Vyšín