Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

John Rigby

Tradiční japonská geometrie: historický úvod a dva příklady

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 46 (2001), No. 3, 254--256

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/141088

Tradiční japonská geometrie: historický úvod a dva příklady

John Rigby

Během větší části období Edo (1603–1867) se Japonsko téměř dokonale odřízlo od zbytku světa. Ne všechny důsledky této politiky byly ovšem negativní: vzkvétaly kulturní aktivity jako například divadla Noh a Kabuki, byly psány *haiku*[1]) a objevil se osobitý typ matematiky, známý pod jménem *wasan*. Tento typ nebyl zásadně odlišný od matematiky tvořené jinými kulturami (připomeňme, že od 6. století adoptovalo Japonsko klasické čínské texty z algebry, aritmetiky a geometrie), ale vyvíjel se po svých vlastních osách. Například v geometrii přinesl poznatky, které se podobají výsledkům známým ze západního pojetí eukleidovské geometrie, jsou však mnohem hlouběji orientované například na dotyk kružnice a přímky, průnik válce se sférou a kružnici vepsanou elipse.

Výsledky wasanu byly původně vystavovány ve formě problémů na dřevěných tabulkách zvaných *sangaku*. Někdy byly připojeny výsledky, nebyl však podán ani náznak postupu, jakým lze odpovědi dosáhnout. Tyto tabulky s textem a barevnými obrázky bývaly zavěšeny pod střechou šintoistických modliteben a buddhistických chrámů. Nejstarší známá tabulka pochází z roku 1683. Později, v osmnáctém a devatenáctém století, se objevily sbírky problémů sangaku, a to buď ručně psané nebo přetiskované z dřevěných tabulek. Nejstarší z nich se datuje z roku 1789. Tvůrci těchto knih pak spolu s problémy uváděli i řešení.

Zdá se, že většina úloh sangaku pocházela od farmářů, samurajů a kupců. Byly psány v jazyce *kanbun* (stará forma japonštiny příbuzná čínštině). Tento fakt naznačuje, že úlohy byly sice vytvořeny profesionálními matematiky, ale některé z nich byly příliš snadné na to, aby mohly být publikovány profesionálem. Některé tabulky dokonce nesou jména žen a dětí. Další informace lze nalézt v [3].

Problémy wasanu jsou zajímavé nejen z historického hlediska. Přinášejí fascinující výsledky, které jinde nenajdeme, a vyzývají nás k nalezení jednoduchých řešení; původní důkazy jednoduchých výsledků sangaku jsou totiž často velice komplikované. Kromě toho mnohé výsledky lze zobecnit, přičemž zobecnění často vnáší více světla i do původního problému.

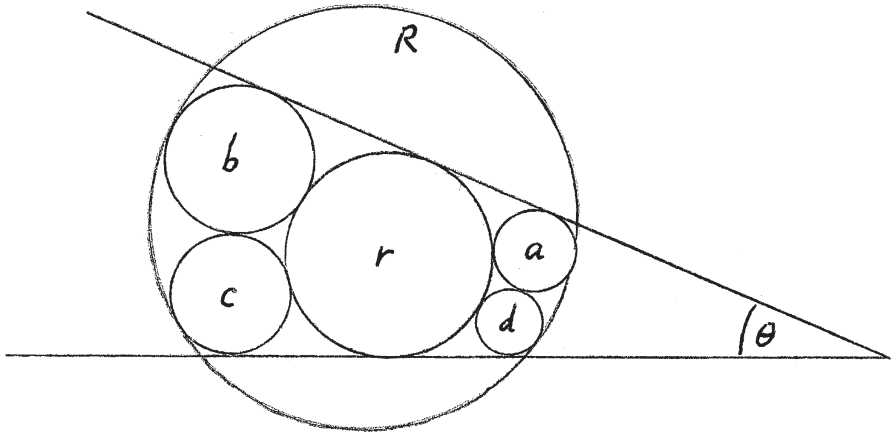
---

[1]) Tradiční krátké japonské básně zachovávající pevnou formu 17 slabik, opěvující přírodní úkaz, který básníkovi učaroval — z japonského *hai* = okouzlení a *ku* = věta, báseň.

John Rigby, School of Mathematics, Cardiff University, 23 Senghennydd Road, Cardiff CF24 4YH, UK; e-mail: rigby@cardiff.ac.uk

Traditional Japanese Geometry: a Historical Introduction, with Two Examples.

Přeložil Luboš Pick.



Obr. 1.

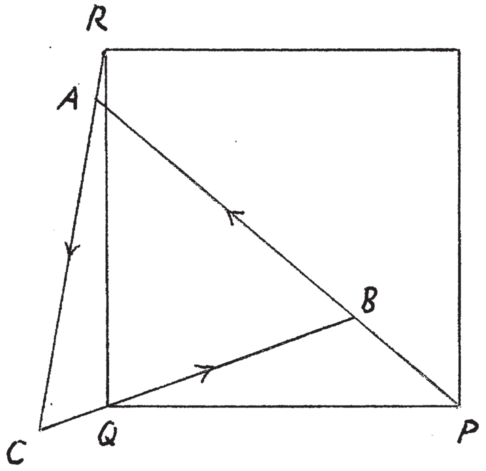
Uveďme dva příklady výsledků wasanu, které zajímají soudobé geometry.

Na obrázku 1 se kružnice a přímky dotýkají v několika bodech. Poloměry malých kružnic jsou označeny r, a, b atd. Úkolem je ukázat, že

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{c}} = \frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{d}}$$

(viz [2, 4.5.7]). Možná, že autora napadl tento výsledek poté, co načrtl několik takových diagramů s různými poloměry kružnic. Důkaz uvedený v jedné ze sbírek problémů sangaku vyžaduje dvě stránky únavných algebraických výpočtů. Moderní geometr tudíž hledá jednoduchý důkaz tohoto elegantního výsledku. Takového důkazu lze dosáhnout například pomocí metody inverze, která zřejmě v Japonsku nebyla známa. Existují další jednoduché rovnice pro poloměry a, b, c, d, r a úhel θ. Ty nám umožňují vypočítat většinu poloměrů kružnic na obrázku 1 docela lehce; jak ale zjistíme poloměr R největší kružnice? Typická úloha sangaku by mohla být formulována kupříkladu takto: vyjádřete R pomocí a, b, c, d a r. Neměl jsem dostatek trpělivosti k tomu, abych takové vyjádření nalezl, takže jsem načrtl velkou kružnici pomocí metody pokusu a omylu. Kýžená formule pro R bude nejpíše velice komplikovaná. Kdybychom ji znali, mohli bychom vypočítat velikost R v konkrétních případech na kapesní kalkulačce. Avšak staří japonští matematikové prováděli podobné výpočty jen na počítadle *soroban*. To je další aspekt wasanu: zdá se, že se lidé vyžívali v provádění komplikovaných výpočtů na sorobanu stejně jako v hledání jednoduchých důkazů elegantních tvrzení. Například Jošisuke Matunaga (1693–1744) vypočítal číslo π s přesností na 51 desetinných čísel pomocí nekonečné řady [2, 2.2.1].

Na obrázku 2 máme tři vrcholy čtverce P, Q, R a rovnostranný trojúhelník ABC, jehož strany AB, BC, CA procházejí po řadě body P, Q, R. Existuje mnoho různých poloh, ve kterých se trojúhelník ABC může nacházet, neboť můžeme vést přímku ABP libovolným směrem. Délky úseček PA, QB a RC označíme písmeny p, q a r. Tumugu Sakuma (1819–1896) formuloval (viz [4]) úlohu nalézt velikost p, jestliže $q + r = 1351$. Zdánlivě mystické číslo 1351 bylo zvoleno proto, že výsledná hodnota p je velmi



Obr. 2.

blízká celému číslu: Sakuma uvedl výsledek $p = 989{,}000\ldots$ a bez důkazu formuloval vzorec $p = (\sqrt{3} - 1)(q + r)$. Rychlý výpočet na moderní kalkulačce ukazuje, že pokud $q + r = 1351$, pak $p = 989{,}00064\ldots$ Pomocí jednoduchého algoritmu, umožňujícího získat libovolně přesné aproximace čísla $\sqrt{3}$, obdržíme posloupnost zlomků $\frac{3}{2}$, $\frac{12}{7}$, $\frac{45}{26}$, $\frac{168}{97}$, $\frac{627}{362}$, $\frac{2340}{1351}$, $\ldots$; takže $\frac{989}{1351}$ je velmi dobrou aproximací čísla $\sqrt{3} - 1$. Japonci znali podobný, i když méně efektivní algoritmus, který nejspíše Sakuma použil, když zadával úlohu. Sakuma velmi chytře zkombinoval geometrický problém s úlohou nalézt co nejlepší aproximaci odmocniny.

Můžeme se také zamyslet nad obecnější situací: vezměme *libovolné* tři body P, Q, R a požadujme, aby měl trojúhelník ABC pevně zadaný tvar (nemusí být právě rovnostranný). Úkolem je najít vztah mezi p, q a r. Odpověď závisí na výběru bodů P, Q, R a také na tvaru trojúhelníku ABC. Dospěli jsme k modernímu zobecnění starého problému a úkolem je najít jednoduché řešení (viz [4]).

Tyto příklady dávají jen letmý náhled do fascinujícího světa. Dr. Hidetoši Fukagava, který posbíral obrovskou kolekci starých japonských textů zabývajících se sangaku a wasanem, publikoval dvě knihy obsahující mnoho dalších příkladů [1], [2].

L i t e r a t u r a

[1] Fukagawa, H., Pedoe, D.: *Japanese Temple Geometry Problems.* Charles Babbage Research Center, Winnipeg 1989.

[2] Fukagawa, H., Rigby, J. F.: *Traditional Japanese Mathematics Problems of the 18th and 19th Centuries.* SCT Press, Singapore, v tisku.

[3] Rothman, T., Fukagawa, H.: *Japanese Temple Geometry.* Scientific American, May 1998.

[4] Suzuki, F.: *Equilateral triangles pass through three vertices of a square.* Mathematical gazette, v tisku.