Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Michal Křížek

Projevuje se gravitační aberace v dynamice Sluneční soustavy a rozpínání vesmíru?

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 53 (2008), No. 4, 295–314

Persistent URL: `http://dml.cz/dmlcz/141869`

Projevuje se gravitační aberace v dynamice Sluneční soustavy a rozpínání vesmíru?

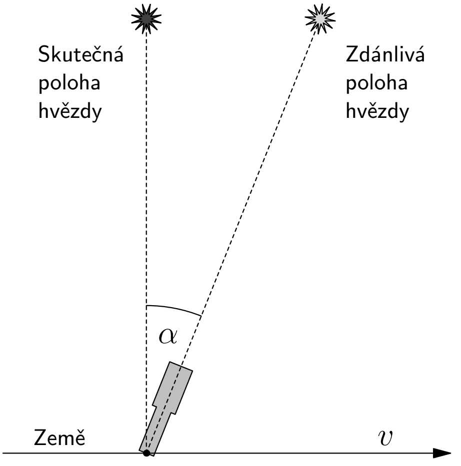
Michal Křížek, Praha

Abstrakt. *Před 10 lety astronomové zjistili, že se vesmír rozpíná zrychleně. Příčinou tohoto jevu je zatím ne zcela pochopená „antigravitace“ (viz [7]), která působí skoro rovnoměrně ve všech částech vesmíru. Ovlivňuje proto i hodnotu Hubbleovy konstanty, která charakterizuje rychlost tohoto rozpínání a má v současnosti velikost 10 m/rok na vzdálenost jedné astronomické jednotky, tj. na vzdálenost Slunce–Země. Tato hodnota je ale dosti velká, a proto by se měl efekt rozpínání způsobený antigravitací projevovat i v naší Sluneční soustavě, což doložíme konkrétními příklady. Přitom energie potřebná na zrychlené rozpínání vesmíru může částečně pocházet z velice malé kladné hodnoty gravitační aberace, která je důsledkem kauzality a konečné rychlosti šíření gravitační interakce. Zdá se tedy, že zákon zachování energie neplatí ani na velkých, ani na malých škálách. Hlavním cílem článku je vyvolat diskusi na toto aktuální téma.*

Na úvod si položme otázku: *Je Země přitahována ke Slunci přesně tím směrem, kde je vidíme, nebo míří vektor této gravitační síly nepatrně mimo jeho střed?* K zodpovězení této otázky použijeme pojmů světelná a gravitační aberace.

1. Světelná aberace. Aberací světla se obvykle rozumí zdánlivá změna polohy nějakého tělesa způsobená pohybem pozorovatele. Hvězdy sledované kolmo ke směru pohybu pozorovatele o rychlosti v se jeví mírně vychýlené o *aberační úhel* α, pro nějž platí $\operatorname{tg}\alpha = v/c$, kde c je rychlost světla ve vakuu. Kolem roku 1727 James Bradley objevil, že v důsledku oběhu Země kolem Slunce hvězdy na nebeské sféře opisují zdánlivé elipsy, jejichž hlavní poloosy mají úhlovou délku $\alpha = 20''$. Tento jev způsobený aberací pomohl výrazně zpřesnit hodnotu rychlosti světla. Pro průměrnou rychlost Země $v = 29.8$ km/s obdržíme $c \doteq 300\,000$ km/s.

Prof. RNDr. Michal Křížek, DrSc., Matematický ústav, Akademie věd ČR, v. v. i., Žitná 25, 115 67 Praha 1, e-mail: krizek@math.cas.cz



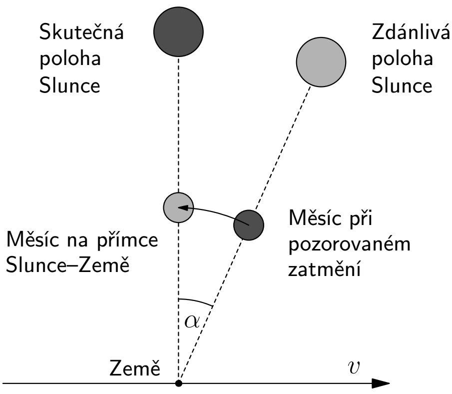
Obr. 1. Při pohybu pozorovatele dochází ke světelné aberaci α. Úhel α je ve skutečnosti mnohonásobně menší, než je znázorněno na obrázku.

Abychom dostali sledovanou hvězdu doprostřed zorného pole dalekohledu, je třeba dalekohled mírně vychýlit právě o aberační úhel α (viz obr. 1). Aberace světla je tedy důsledkem konečné rychlosti šíření elektromagnetických vln. Aberační úhel α je poměrně malý, a tak je v obloukové míře téměř roven své tangentě. Budeme proto psát jen

$$\alpha = \frac{v}{c}. \tag{1}$$

2. Kdy nastává zatmění Slunce? Jev aberace má některé zcela nečekané projevy. Všeobecně se soudí, že při úplném zatmění Slunce jsou Země, Měsíc a Slunce v jedné přímce. Vzhledem k aberaci světla to ale není tak úplně pravda. Všechna tři tělesa budou v přímce až 40 sekund po středu zatmění, což je málo známá skutečnost. K tomuto překvapivému zjištění si stačí uvědomit několik základních faktů. Předně se Měsíc každý den posune podél ekliptiky vzhledem ke Slunci přibližně o 12° $(= 360^\circ/30)$ směrem na východ, tj. o půl stupně za hodinu a o $30''$ za minutu. K posunu o aberační úhel $\alpha = 20''$ potřebuje tedy Měsíc 40 sekund. Správně bychom měli vzít v úvahu i vlastní světelnou aberaci Měsíce, ale rychlost Měsíce kolem Země je přibližně jen 1 km/s, což je ve srovnání s rychlostí Země v kolem Slunce téměř zanedbatelné. Světelná aberace Měsíce činí pouhých $0.7''$. Pro lepší představu je celá situace znázorněna na obrázku 2. V okamžiku středu úplného zatmění Slunce je nutno čekat zhruba 40 sekund, než se Země, Měsíc a Slunce dostanou do jedné přímky. V tom případě ovšem už může být po úplném zatmění. Díky aberaci, která je způsobena konečnou rychlostí světla, tedy vidíme jev, který ve skutečnosti probíhá jinak.

3. Gravitační aberace. Již v roce 1805 si Pierre Laplace kladl otázku, jaká je skutečná newtonovská rychlost šíření gravitační interakce, která způsobuje, že dráha Měsíce je tak dlouhodobě stabilní (viz [11, kap. VII], [3]). V roce 1905 Henri Poincaré



Obr. 2. Při úplném zatmění Slunce nejsou Země, Měsíc a Slunce v jedné přímce.

v článku [20, s. 1507] předpověděl, že pro rychlost šíření gravitačních vln c_g platí[1])

$$c = c_g, \tag{2}$$

tj. dříve než ke stejnému závěru dospěl Albert Einstein. Pokud by se rychlosti c a c_g jen nepatrně lišily (byť třeba jen o jedno promile), pak ovšem bude velice obtížné ztotožnit zdroje gravitačních vln s jejich optickými protějšky. Rychlost šíření gravitačních vln však zatím změřena nebyla.[2]) Protože je ale jistě konečná, jev aberace by se u ní měl také projevovat.

Předpokládejme nyní, že hvězda na obr. 1 asymetricky exploduje a že rychlosti elektromagnetických vln a gravitačních vln jsou stejné, jak předpovídá obecná teorie relativity. Pak se oba typy příslušných vlnoploch budou od ní šířit stejnou rychlostí. Úhel světelné aberace α přitom bude dán vztahem (1). Dále si představme, že místo dalekohledu je na obr. 1 přístroj, který umí změřit směr, odkud gravitační vlny přicházejí. Pak zjistíme, že přicházejí ze stejného směru jako elektromagnetické vlny, pokud platí (2), a aberace gravitačních vln proto bude také α. Přitažlivá síla hvězdy ale paradoxně působí z nepatrně jiného směru, jinak by žádná soustava dvou těles nebyla dlouhodobě stabilní (viz např. [3], [12]). *Gravitační aberaci* proto definujeme jako úhel mezi spojnicí pozorovatele s okamžitou polohou tělesa a směrem působení newtonovské gravitační síly tělesa.

Gravitační aberace (tj. aberace gravitační interakce) se tedy bude obecně lišit od aberace gravitačních vln. Přitom podle newtonovské mechaniky je úhel gravitační aberace γ nulový. Pokud ale platí princip kauzality, měl by být skutečný úhel gravitační aberace γ kladný, i když extrémně malý (viz odstavce 15–17).

---

[1]) Poznamenejme, že ne všechny fyzikální interakce mají stejnou rychlost šíření. Například slabá interakce je zprostředkována intermediálními bosony W^+, W^- a Z^0, které mají přibližně 80–90krát větší hmotnost než proton a nemohou se tedy pohybovat rychlostí světla.

[2]) Rychlost gravitačních vln bychom mohli určit u dvojhvězd se známými parametry drah. Pokud jedna hvězda asymetricky exploduje, pak stačí změřit dobu, dokdy druhá hvězda začne měnit svoji původní dráhu. Soudobá dopplerovská technika totiž umožňuje měřit změny radiální rychlosti již od 1 m/s.

4. Odpověď na úvodní otázku. V důsledku uvedených vlastností gravitační aberace nejsou světelné paprsky přicházející k nám od Slunce rovnoběžné s vektorem newtonovské gravitační síly mezi Sluncem a Zemí. Tyto paradoxní jevy jsou způsobeny tím, že se skutečné úhly světelné a gravitační aberace vzájemně liší. Kdyby totiž $\alpha = \gamma$, pak by se Země vzdálila od Slunce o 150 miliónů km za 400 let (viz [12, s. 350]). Země má ale 333 000krát menší hmotnost než Slunce, a tak se pohybuje v jeho téměř[3]) stacionárním gravitačním poli. V tomto případě se jev gravitační aberace projevuje poměrně málo. Proto $\gamma \ll \alpha$ a Slunce nás nepřitahuje v tom směru, kde je vidíme. Podrobněji se o těchto zdánlivě rozporných úkazech a jejich interpretaci pojednává v [3], [9], [14] a [25].

5. Antigravitace a zrychlené rozpínání vesmíru. Koncem 20. století astronomové zjistili, že velmi vzdálené supernovy podtypu Ia (tzv. standardní svíčky) mají svítivost až o 15 % menší, než by měly mít, kdyby se vesmír[4]) rozpínal zpomaleně. Na základě toho usoudili, že se vesmír rozpíná zrychleně přibližně posledních 7 miliard let.[5]) Zrychlené rozpínání zjistila nezávisle i družice WMAP. Nelze je ale vysvětlit jen velkým třeskem a následným gravitačním působením, které způsobuje zpomalující se rozpínání. Síla, která zrychlené rozpínání vesmíru způsobuje, se nazývá *antigravitace* (viz [7]). Má tedy vliv i na samotnou rychlost rozpínání vesmíru. Uvidíme, že silové projevy antigravitace lze pozorovat na malých i velkých časových i prostorových škálách, pokud nejsou rušeny jinými jevy (rezonancemi, elektromagnetickými poli apod.). V odstavcích 15–18 se pokusíme objasnit, jaký je fyzikální mechanizmus tohoto rozpínání. Ukážeme, že je to právě gravitační aberace, která může být jednou z hlavních příčin existence antigravitačních sil.

Rychlost rozpínání vesmíru je přibližně vyjádřena Hubbleovou konstantou $H = H(t)$, která sice závisí na čase t počítaného od velkého třesku, ale nezávisí na prostorových proměnných. Její kvalitativní a idealizovaný průběh je znázorněn na obr. 3. Pokud budeme uvažovat, že rychlost rozpínání je ovlivněna pouze přitažlivými gravitačními silami, které toto rozpínání neustále brzdí (viz [15, s. 735]), pak vzdálenost dvou dostatečně odlehlých galaxií v nejjednodušších kosmologických modelech roste v čase t přibližně jako $t^{2/3}$ (tzv. kosmický škálový faktor). Rychlost vzdalování uvažovaných dvou galaxií se proto chová jako $t^{-1/3}$, a tedy příslušná část Hubbleovy konstanty má tvar $H_1(t) = Ct^{-1/3}/t^{2/3} = Ct^{-1}$, kde $C > 0$ je multiplikativní konstanta. Položme $H_2(t) := H(t) - H_1(t)$, tj.

$$H = H_1 + H_2, \tag{3}$$

kde část H_1 odpovídá přitažlivé gravitační síle, která s plynoucím časem zpomaluje vesmírnou expanzi, a H_2 odpovídá antigravitaci (ev. dalším silám). Oba sčítanci H_1

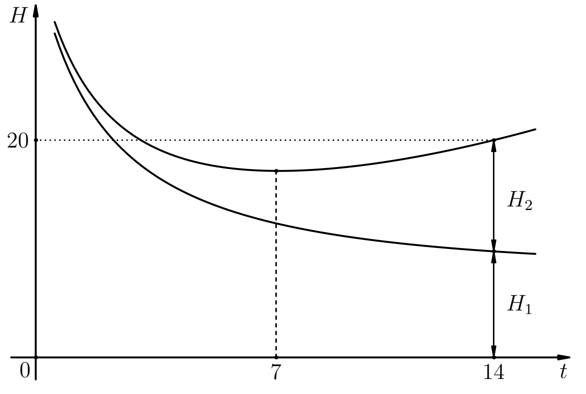
---

[3]) Zde je třeba připomenout, že těžiště soustavy Slunce–Jupiter se nachází mimo Slunce. I další velké planety mění polohu těžiště Sluneční soustavy řádově o milióny km (viz obr. 4).

[4]) Termín vesmír se používá v různých významech: 1. celý prostoročas, 2. část prostoročasu pozorovatelná v současnosti, 3. izochrona v prostoročasu odpovídající určitému časovému okamžiku od velkého třesku. My se budeme přidržovat poslední možnosti.

[5]) V teorii relativity to odpovídá situaci, že je Einsteinova kosmologická konstanta λ kladná.

a H_2 mají tedy zcela odlišný původ a představují jen jakési střední hodnoty, kde se neuvažují lokální perturbace.



Obr. 3. Idealizovaný časový průběh Hubbleovy konstanty $H = H(t)$ v miliardách let. Její současná hodnota je $H(14 \times 10^9) = 20\ \mathrm{km\,s^{-1}(Mly)^{-1}}$ a minimum $H(t)$ v čase 7 miliard let odpovídá přibližně rudému posuvu $z = 1$.

To, že se zpomalující rozpínání vesmíru postupně změnilo ve zrychlené, ukazuje na rostoucí charakter funkce $H_2 = H_2(t)$. Podle [7] antigravitace působí v podstatě rovnoměrně v celém vesmíru. Její účinky by se tedy měly projevovat i v naší Sluneční soustavě, což se nyní pokusíme ilustrovat na celé řadě příkladů. Uvedeme některé fyzikální, geofyzikální, heliofyzikální, astrobiologické, klimatologické, antropické, kosmologické, geometrické a astronomické observační argumenty pro podporu této domněnky. Vše bude probíhat v podmínkách slabé gravitace a malých nerelativistických rychlostí.

6. Měření vzdálenosti Země–Měsíc. Již téměř 40 let se pečlivě proměřuje změna střední vzdálenosti

$$D = 384\,400 \text{ km} \tag{4}$$

Měsíce od Země pomocí koutových odražečů, které na Měsíc přivezlo Apollo 11 v roce 1969 a později ještě Apollo 14, 15 a Lunochod 2 (viz [4]). Ukazuje se, že tato vzdálenost postupně narůstá v průměru o

$$v = 3.84 \text{ cm za rok.} \tag{5}$$

Pomocí slapových sil (v zemské kůře, hydrosféře, atmosféře apod.) ale dokáží geofyzici objasnit mnohem menší rychlost vzdalování (jen asi 55 – 60% uvedené hodnoty), viz např. [16, s. 67], [18, kap. 9.10.4], [27, s. 31]. Verbunt (viz [26]) dokonce píše o slapové katastrofě.

Slapové síly sehrály důležitou roli při ukládání sedimentů. Jejich důkladnou analýzou Williams [28] odvodil, že před 540 milióny let v prekambriu se Měsíc vzdaloval od Země přibližně rychlostí 2 cm za rok. Z přírůstkových linií korálů byla zase stanovena délka tehdejšího dne a odtud byla také odvozena rychlost vzdalování cca 2 cm za rok (viz [16, s. 65]). V odstavci 19 ukážeme, že ze zákona zachování momentu hybnosti lze odvodit rychlost vzdalování Měsíce od Země v důsledku slapových sil přibližně 2.13 cm za rok (srov. (5)) za předpokladu konstantního momentu setrvačnosti Země. Měsíc se tedy od nás vzdaluje patrně nejenom v důsledku slapových sil. Pro zbývající řádově stejně velký přírůstek vzdalování cca 1.71 cm za rok je třeba hledat jiná vysvětlení (tání ledovců, vnitřní procesy, přesuny hmoty v atmosféře, hydrosféře apod.). Jednou z dalších možností je, že ke vzdalování Měsíce přispívá i antigravitace.

7. Překvapivá souvislost. Současná rychlost rozpínání vesmíru je dána hodnotou Hubbleovy konstanty $H_0 \doteq 20\ \mathrm{km\,s^{-1}(Mly)^{-1}}$, kde ly označuje světelný rok (z angl. light year).[6]) Jinými slovy, objekt ve vzdálenosti jednoho miliónu světelných let se od nás bude v průměru vzdalovat rychlostí 20 km/s. Není těžké přepočítat rychlost tohoto rozpínání pouze na vzdálenost Země–Měsíc. Označíme-li yr časovou jednotku odpovídající jednomu roku, pak podle (4) vychází, že

$$\begin{aligned} H_0 &\doteq 20\ \mathrm{km\,s^{-1}(Mly)^{-1}} = 2\ \mathrm{cm\,s^{-1}ly^{-1}} = \frac{2}{c}\ \mathrm{cm\,s^{-1}yr^{-1}} \\ &= \frac{2}{0.78\,D}\ \mathrm{cm\,yr^{-1}} = 2.56\ \mathrm{cm\,yr^{-1}}D^{-1}. \end{aligned} \tag{6}$$

Vidíme, že tato hodnota je překvapivě blízká střední hodnotě vzdalování Měsíce od Země (viz (5)). Zatím není známo, jak velké jsou části H_1 a H_2 Hubbleovy konstanty (viz (3)), i když mají několik posledních miliard let patrně stejný řád. Nicméně antigravitace může vysvětlovat větší rychlost (5) vzdalování Měsíce od Země,[7]) než jaká plyne ze slapových sil.

Pokud budete chtít někomu názorně přiblížit, jak velká je v současnosti rychlost rozpínání vesmíru, stačí si připomenout vztahy (5) a (6):

Vesmír se rozpíná téměř tak rychle, jako se Měsíc vzdaluje od Země.

8. Jak přesně platí zákon zachování energie? Označme $E(t_1)$ energii nějakého izolovaného systému[8]) vesmírných těles v čase t_1 a $E(t_2)$ jeho energii o rok později. Podle zákona zachování energie by mělo být

$$\left|\frac{E(t_2)}{E(t_1)} - 1\right| = \varepsilon,$$

pro $\varepsilon = 0$. Co když ale antigravitace způsobí, že např. $\varepsilon \approx 10^{-10}$? Pak vlastně jde o slabý energetický zdroj (srov. [8, s. 243]), ale měřením to jen těžko ověříme. Např.

[6]) Takže 1 m^3 prostoru ročně „nakyne“ průměrně o $\frac{1}{5}$ mm^3, neboť

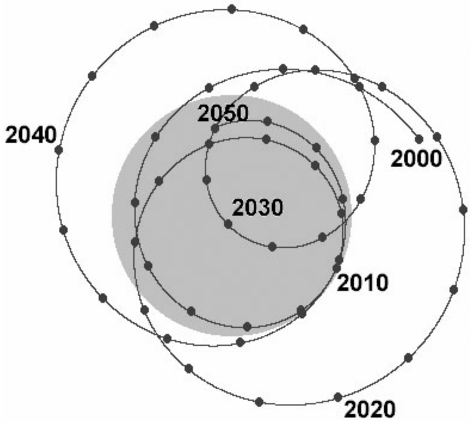
$$(1 + 20/10^6 c)^3 \approx 1 + 3 \times 20/(3 \times 10^{11}) = 1 + 0.2 \times 10^9.$$

[7]) U těsných binárních pulzarů se naopak oběžná doba zkracuje. V tomto případě binární systém vytváří silná a rychle se měnící gravitační pole. Podle teorie relativity pak ztrácí energii ve formě gravitačních vln. Protože pulzary mají extrémně silná magnetická pole, systému ubývá energie i ve formě elektromagnetických vln. Tyto jevy převládnou nad antigravitací.

[8]) Žádný systém samozřejmě není dokonale izolovaný. Pro představu můžeme ale uvažovat např. soustavu Země – Měsíc nebo Sluneční soustavu.

k posunu Měsíce od Země o 1 cm je třeba dodat asi 10^{18} J, což je sice zhruba o 2 řády méně, než vyrobí lidstvo elektrické energie za rok, ale přinejmenším o deset řádů méně, než je kinetická energie samotného Měsíce 3.7×10^{28} J. Jestliže ale budeme uvažovat velice dlouhé časové škály, pak se vliv antigravitace nahromadí natolik, že jej lze odhalit. To se nyní pokusíme ilustrovat na dalších příkladech.

9. Vzdaluje se Země od Slunce? Na tuto otázku se pokusíme odpovědět nepřímo, protože zatím neumíme změřit průměrnou rychlost vzdalování Země od Slunce s přesností cca metr za rok. Poloha „newtonovského“ těžiště Sluneční soustavy se totiž mění o statisíce km ročně (srov. [1, s. 542]) v důsledku působení velkých planet – viz obr. 4. Proto budeme uvažovat velice dlouhý časový interval.

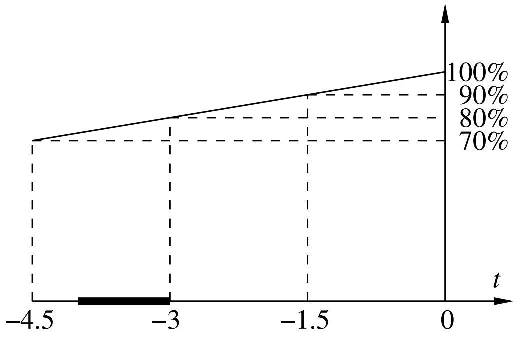


Obr. 4. Schematické znázornění polohy těžiště Sluneční soustavy vzhledem ke Slunci v období 2000 – 2050. Průměr Slunce je 1.4×10^6 km.

K zajištění fotosyntézy na Zemi je v současnosti nutné, aby střední vzdálenost eliptické dráhy Země byla nejvýše o 5 % větší nebo nejvýše o 2 % menší než 1 AU= $= 149.6 \times 10^6$ km. Takovému mezikruží (popř. kulové vrstvě) se říká *ekosféra.* Kdyby se Země dlouhodobě dostala mimo tuto oblast, mělo by to katastrofální důsledky pro život na naší planetě. Přitom je známo, že pokles přijímané sluneční energie jen o pár procent způsoboval v minulosti doby ledové. Snížení o více než 5 % by způsobilo celkové zalednění zeměkoule. Na druhé straně už při teplotách nad 57 °C dochází k rozpadu některých sekvencí živočišné DNA, která nese genetickou informaci.

Slunce krátce po době svého vzniku (tj. před 4.5 miliardami let) mělo ale jen asi 70 % současného výkonu. Podle soudobých evolučních modelů jeho celkový výkon narůstal přibližně lineárně, protože je hvězdou hlavní posloupnosti. Doba, kdy se na Zemi objevil život (tj. před 3.5 miliardami let), tedy odpovídá výkonu kolem 77 % dnešní hodnoty. Pokud by ale byla Země v té době cca 150 miliónů kilometrů daleko od Slunce, jako je nyní, asi by na ní nevznikl život, protože by byl její povrch zmrzlý. Pro zabezpečení příznivého klimatu pro vznik a dlouhodobý vývoj života, kdy je nutná voda v kapalném skupenství, byla Země patrně o milióny kilometrů blíže ke Slunci. To je také v souladu s tím, že už před 4.35 miliardami let byly na Zemi oceány. Jejich teplota před 3.5 miliardami let byla dokonce kolem 80 °C, a pak pozvolna klesala (viz

[13]). Dokazují to fosilie termofilních bakterií po celé zeměkouli, které se množí jen při vysokých teplotách.



Obr. 5. Relativní výkon Slunce od vzniku Sluneční soustavy až po dnešek. Čas t je uveden v miliardách let.

10. Souvislost Hubbleovy konstanty s antropickým principem. Jak již bylo řečeno, celkový výkon vyzařovaný Sluncem narůstal v čase zhruba lineárně (viz obr. 5) a výkon dopadající na Zemi klesá se čtvercem vzdálenosti. Kdyby byla ekosféra před 3.5 miliardami let ve vzdálenosti $\sqrt{0.77}\times\mathrm{AU} \doteq 131 \times 10^6$ km od Slunce, pak by Země dostávala stejný průměrný tok sluneční energie dopadající na 1 m^2 kolmo k paprskům jako dnes, který je roven sluneční konstantě

$$L = 1.36\ \mathrm{kW\,m^{-2}}.$$

Proto rychlost vzdalování Země od Slunce

$$v = \frac{(1-\sqrt{0.77}) \times 149.6 \times 10^9}{3.5 \times 10^9} \doteq 5.24\ \mathrm{m\ yr^{-1}} \tag{7}$$

odpovídá přibližně konstantnímu plošnému výkonu L po celé období existence života na Zemi. Přitom ani nemusela být skutečná rychlost vzdalování Země tak velká jako v (7), protože k teplotě zemského povrchu přispívala výrazněji než dnes radioaktivita, dopady komet a asteroidů,[9]) vulkanismus, složení atmosféry aj.

Antigravitace by tak opět mohla vysvětlovat sekulární migraci Země řádově o metry za rok, aby Země trvale zůstávala uvnitř rozpínající se ekosféry (viz obr. 6). Pro porovnání uveďme, že současná hodnota Hubbleovy konstanty na vzdálenost jedné astronomické jednotky AU je podle (6) rovna

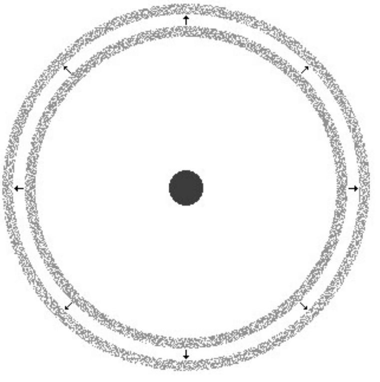
$$H_0 = \frac{2}{c}\ \mathrm{cm\,s^{-1}yr^{-1}} = \frac{0.02 \times 500}{\mathrm{AU}}\ \mathrm{m\,yr^{-1}} = 10\ \mathrm{m\,yr^{-1}(AU)^{-1}}, \tag{8}$$

protože světlo urazí vzdálenost 1 AU za přibližně 500 sekund. Přibližně polovina této hodnoty (srov. (3)) je rovna rychlosti (7), kterou se Země musí vzdalovat od Slunce, aby dostávala konstantní tok energie za poslední 3.5 miliardy let. *Jde snad o další*

[9]) Období velkého bombardování skončilo před 3.8 miliardami let.

argument pro podporu antropického principu?[10]) Hubbleova konstanta sice závisí na čase, ale za posledních 3.5 miliardy let se její hodnota příliš neměnila (viz obr. 3). Přitom se zdá, že:

Repulzivní složka H_2 z (3) má právě takovou velikost, že zajišťuje přibližně konstantní přísun sluneční energie na Zemi po celou dobu existence života.



Obr. 6. Rozpínání ekosféry za posledních 3.5 miliardy let.

Průměrnou rychlost vzdalování, která je řádově srovnatelná s (7), ale nelze vysvětlit ani tlakem slunečního záření, ani vlivem dalších planet, ani slapovými silami Slunce, které ubývají s třetí mocninou vzdálenosti a mají za následek vzdalování jen milimetry za rok.

Protože sluneční luminozita (zářivost) je kolem 3.9×10^{26} W, Slunce ztrácí kolem 4.2×10^9 kg/s (v důsledku vztahu $E = mc^2$). Lze ukázat, že díky přeměně vodíku na helium se Země od Slunce vzdálí přibližně o 1 cm za rok.[11]) Pokud by se Země nevzdalovala od Slunce rychleji, pak již za půl miliardy let se dostane mimo ekosféru a její teplota značně naroste[12]). Antigravitace je tak patrně nutnou podmínkou pro dlouhodobou existenci komplexního života, neboť při vhodných počátečních podmínkách zajišťuje po miliardy let stabilní teplotu na planetách při narůstajícím výkonu jejich mateřských hvězd. Pokud by antigravitace nepůsobila, existovalo by jen poměrně krátké období zaručující vhodné podmínky pro vývoj života. Inteligentní život by se nestačil rozvinout díky neustálému růstu teploty.

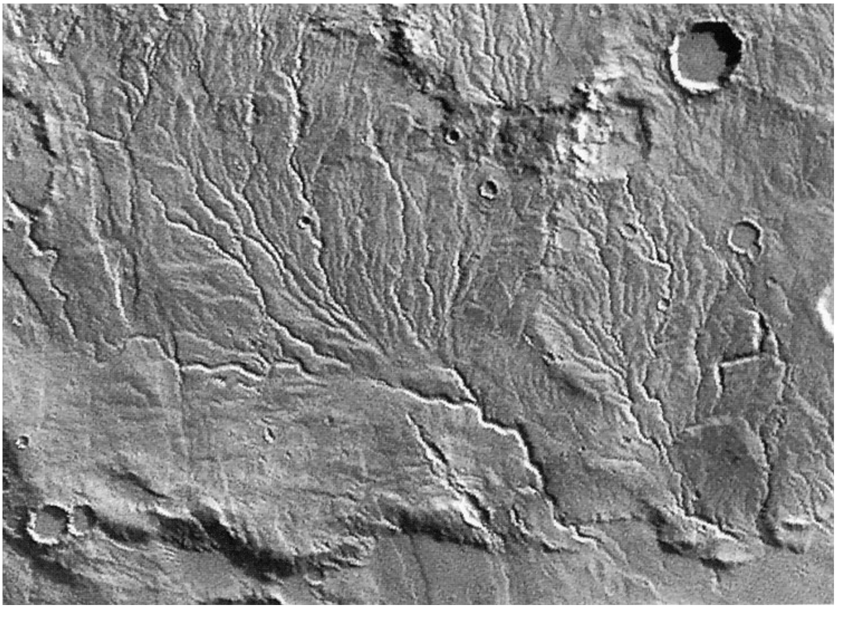
---

[10]) *Antropický princip:* Všechny fyzikální konstanty popisující vesmír mají právě takové hodnoty, které umožňují vznik života.

[11]) Viz `http://arxiv.org/abs/0801.3807`. Čtyři atomy vodíku mají jen o 0.7 % větší hmotnost, než je atom helia. Proces přeměny vodíku na helium bude ve Slunci trvat asi 10^{10} let. Odtud lze vypočítat, že za rok ztratí asi 1.3×10^{17} kg, což je ve srovnání s celkovou hmotností Slunce 1.99×10^{30} kg zcela zanedbatelné množství.

[12]) Jednou z možností, jak se bránit narůstajícímu oteplování, je umístit obrovskou hliníkovou fólii do Lagrangeova bodu L_1 soustavy Slunce–Země. Tím by se dosáhlo trvalého zatmění malé části slunečního kotouče.

11. Vzdaluje se také Mars od Slunce? Na Marsu je současná průměrná teplota hluboko pod bodem mrazu -63° C (i když v poledne se teplota může vyšplhat v rovníkových oblastech k 0° C, je-li Mars v přísluní). V minulosti ale musela být teplota i atmosférický tlak[13]) na Marsu mnohem vyšší, aby na jeho povrchu mohla být tekoucí voda. Jinak bychom na něm nemohli pozorovat vyschlá gigantická řečiště. Hydrologové odhadují (např. z počtu pozorovaných kráterů v řečištích), že na Marsu byla tekoucí voda před 3 – 4 miliardami let (viz tučně vyznačený interval na časové ose obrázku 5). V té době byl ale výkon Slunce jen 73 – 80 % dnešní hodnoty. Navíc teplota podstatně závisí na albedu a to měl v minulosti Mars patrně vyšší, než je jeho současná hodnota 0.25. Kolem Marsu kroužila vodní oblaka, jinak by nemohly vzniknout rozsáhlé říční systémy (viz obr. 7). Menší řečiště byla zahlazena erozí. Mars měl také na svém povrchu mnohem více sněhu a ledu, a to nejen v oblasti polárních čepiček, jako je tomu nyní, což rovněž zvyšuje albedo. Jen tak mohla vzniknout mohutná řečiště někdy až o řád širší, než jaká známe na Zemi. Z výše uvedených důvodů musel být Mars o desítky miliónů km blíže Slunci.



Obr. 7. Před 3–4 miliardami let tekly na Marsu řeky (foto NASA).

12. Rychlé měsíce. Ve Sluneční soustavě existují měsíce, jejichž doba oběhu kolem mateřské planety je menší než doba, za kterou se planeta otočí kolem své osy. Takové měsíce se nazývají *rychlé*. Kolem Marsu takto obíhá Phobos (9 378) a kolem Jupitera Metis (127 960) a Adrastea (128 980); v závorkách uvádíme poloměr jejich dráhy v kilometrech. Kolem Uranu obíhá alespoň 11 rychlých měsíců: Cordelia (49 752), Ophelia (53 764), Bianca (59 165), Cressida (61 777), Desdemona (62 659),

[13]) Poměrně slabé gravitační pole Marsu ale nemůže udržet výrazně hustou atmosféru, jaká je např. na Venuši.

Juliet (64 358), Portia (66 097), Rosalind (69 927), Cupid (74 392), Belinda (75 255), Perdita (76 416) a kolem Neptunu 5 rychlých měsíců Naiad (48 227), Thalassa (50 075), Despina (52 526), Galatea (61 953) a Larissa (73 550). Ze statistického hlediska je velice málo pravděpodobné, že by se ve všech případech jednalo o zachycené měsíce, neboť obíhají stejným směrem po kruhových (prográdních) drahách a mají téměř nulovou inklinaci. Většina z nich tedy obíhá své planety již od vzniku Sluneční soustavy (i když mohly kdysi být součástí větších, později rozpadlých těles). Slapové síly je nutí padat na nižší oběžné dráhy. Rychlost měsíců postupně narůstá, jejich potenciální energie klesá, a tím také nepatrně urychlují rotaci příslušné planety, aby byl zachován celkový moment hybnosti. Poloměr stacionární kruhové dráhy r_{stac} (viz tab.) lze přímo odvodit z Newtonových zákonů akce a reakce, zákona síly a gravitačního zákona. Označíme-li m hmotnost planety a T_s její siderickou dobu rotace (tj. vzhledem ke hvězdám), pak[14])

$$r_{\mathrm{stac}} = \sqrt[3]{\frac{GmT_s^2}{4\pi^2}},$$

kde $G = 6.673 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}^3\ \mathrm{kg}^{-1}\ \mathrm{s}^{-2}$ je gravitační konstanta.

Planeta	$m \times 10^{-24}$ [kg]	T_s [hod]	r_{stac} [km]	počet rychlých měsíců
Mars	0.642	24.6229	20 427	1
Jupiter	1 898.6	9.925	159 988	2
Uran	86.83	17.24	82 675	11
Neptun	102.43	16.11	83 496	5

Slapové síly jsou úměrné m/r^3, kde m je hmotnost planety a r je poloměr dráhy příslušného měsíce. Uvedené rychlé měsíce mají hmotnost větší než Phobos (některé o více než dva řády) a poměr m/r^3 je pro všechny řádově stejně velký jako pro Phobos (pro některé větší, pro jiné menší). Z velikosti slapových sil se odhaduje, že by se měl Phobos v současnosti přibližovat k Marsu průměrnou rychlostí cca 1.8 cm za rok (viz např. [17]). Kdybychom tedy předpokládali, že slapové síly způsobují zmenšení poloměru dráhy také o 1.8 cm za rok také pro ostatní měsíce, pak by se za 4.6 miliardy let dostaly o 82 800 km blíže ke svým planetám, což není v souladu s příslušnými poloměry stacionárních drah. Zatím se všechny rychlé měsíce kromě Phobosu[15]) nalézají na poměrně vysokých oběžných drahách s poloměrem $0.58 - 0.92\ r_{\mathrm{stac}}$. Navíc poloměr r_{stac} byl v minulosti menší, protože T_s bylo menší. Postupný pád rychlých měsíců může zpomalovat antigravitace, která působí v opačném směru.

13. Další projevy působení antigravitace. Odpovědi na mnohé zdánlivě paradoxní jevy pozorované ve Sluneční soustavě umožňuje vysvětlit jediná síla — antigravitace. Uveďme několik dalších příkladů:

---

[14]) Tento vztah plyne okamžitě z rovnosti $Gm\overline{m}/r^2 = \overline{m}v^2/r$, kde $v = 2\pi r/T_s$, $\overline{m}$ je hmotnost tělesa na stacionární dráze o poloměru $r = r_{\mathrm{stac}}$ a doba T_s oběhu tělesa kolem planety je shodná se siderickou dobou její rotace.

[15]) Phobos je patrně zachycenou planetkou.

Proč má Merkur tak pomalou rotaci kolem vlastní osy? Kdyby byl v době vzniku Sluneční soustavy Merkur např. o 10 miliónů km blíže Slunci, pak by slapové síly byly téměř 2× větší než nyní, což mohlo významně zpomalit jeho rotaci.

Proč nemá Venuše měsíc? Pokud byla Venuše blíže Slunci, pak Slunce svým gravitačním polem silně rušilo tvorbu takového měsíce.

Proč má soustava Země–Měsíc tak velký orbitální moment hybnosti? Protože k němu kromě slapových sil trvale přispívala antigravitace během posledních 4.5 miliardy let.

Jak se mohl Neptun zformovat ve vzdálenosti 30 *AU od Slunce, kde veškeré pohyby probíhají velice pomalu?* Neptun se mohl zformovat o cca 5 AU blíže Slunci v oblasti s vyššími rychlostmi a pak se díky antigravitaci postupně dostal na vyšší dráhu.[16]) Přitom Neptunu zároveň nepatrně klesá průměrná orbitální rychlost.[17])

Jak se mohl zformovat Kuiperův pás komet daleko za dráhou Neptunu? Podle [1, s. 534] existují důkazy o tom, že i Kuiperův pás komet byl kdysi blíže Slunci. Zhruba polovina rychlosti udané v (8), kterou způsobuje antigravitace, stačí k posunutí tohoto pásu až o 10 AU za 4.6 miliardy let.

14. Rozpínají se i samotné galaxie? Řada mladých galaxií ve vzdálenostech okolo 11 miliard světelných let má hmotnost srovnatelnou s naší Galaxií, ale velikost má jen jako centrální výduť naší Galaxie (viz např. [5]). Mají tedy mnohem větší hustotu rozložení hvězd, která se díky antigravitaci postupně s časem snižuje. V [22] se uvádí, že změřená hustota rozložení hvězd ve vzdálených galaxiích může být až 7.9krát větší pro rudý posuv $z < 3$ než v našem blízkém okolí. Tj. průměr vzdálených galaxií mohl být zhruba poloviční.

Naše Galaxie má v současnosti průměr cca $d = 10^5$ ly. Na tuto vzdálenost má podle (6) současná hodnota Hubbleovy konstanty velikost

$$H_0 = 2\ \mathrm{km\,s^{-1}}d^{-1}.$$

Učiňme nyní následující velice hrubý odhad. Předpokládejme, že se i naše Galaxie rozpínala průměrnou rychlostí 2 km/s z nějaké „malé“ protogalaxie (jejíž rozměr neznáme) po dobu 13 miliard let. Pak by měla mít velikost alespoň

$$2\ \mathrm{km\,s^{-1}} \times 13 \times 10^9\ \mathrm{yr} \doteq c \times 9 \times 10^4\ \mathrm{yr} = 9 \times 10^4\ \mathrm{ly},$$

[16]) Podle 3. Keplerova zákona je oběžná doba planety rovna $T = 2\pi(Gm_0)^{-1/2}R^{3/2}$, kde R je poloměr její dráhy a m_0 je hmotnost Slunce. Změna oběžné doby způsobená změnou R se tak nejvíce projevuje u nejvzdálenější planety. Pokud by se Neptun vzdaloval např. poloviční rychlostí (srov. (7) a (8)) odpovídající Hubbleově konstantě na vzdálenost R, pak se po jednom oběhu kolem Slunce bude na své dráze opožďovat o stovky km, zatímco Uran jen o desítky km a Země jen o desítky metrů. (Tyto velké rozdíly jsou způsobeny nelineární závislostí T na proměnné R.) Za jednu periodu se tak bude Neptun opožďovat o $0.1''$.

[17]) Některé modely předpokládají, že k současné dosti vzdálené poloze Neptunu mohla v dávné minulosti přispět i nějaká blízká hvězda. Podle jiných modelů (např. Nice modelu) si kdysi musel „vyměnit“ dráhu Saturn s Jupiterem, aby zůstala zachována celková mechanická energie Sluneční soustavy v případě, že se planety Uran a Neptun vzdálily od Slunce o několik AU.

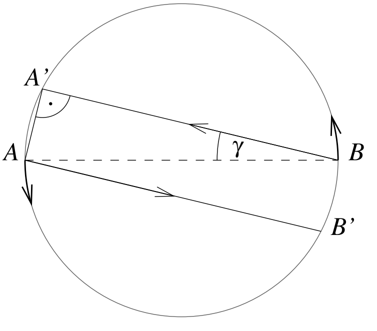
což je v dobrém souladu s její skutečnou velikostí d. Přibližně stejnou velikost bychom dostali i pro poloviční rychlost $H_2 = 1\ \mathrm{km\,s^{-1}\,d^{-1}}$, kdyby počáteční velikost Galaxie byla také poloviční.

Kdyby naopak galaxie neměnily svou velikost, byly by před $10 - 13$ miliardami let natěsnány mnohem hustěji vedle sebe. Např. pro rudý posuv $z = 2$, kdy byl vesmír $(z + 1)$krát menší, bychom museli pozorovat cca 3krát vyšší hustotu rozložení galaxií.[18]) Tím, že ale byly tehdejší protogalaxie menší, se zvýšená hustota jejich rozložení nepozoruje.

V blízkosti samého středu naší Galaxie jsou velice mladé hvězdy. Galaktické haló je na druhé straně tvořeno takřka výhradně velice starými hvězdami, které se za miliardy let přesunuly na samou periférii Galaxie. Je zde např. řada kulových hvězdokup, z nichž některé jsou dokonce starší než vlastní galaktický disk. Dosud panovala představa, že velikost galaxií se nemění. Předchozí argumenty však ukazují, že i samotné galaxie se v důsledku antigravitace pozvolna rozpínají.[19])

Pozorované zrychlené rozpínání vesmíru je dalším měřitelným projevem antigravitace [7]. Odtud a z předchozích odstavců plyne, že zákon zachování energie platí jen přibližně ve smyslu odstavce 8. Jednou z příčin může být gravitační aberace. Základní myšlenku, odkud pochází energie na zrychlené rozpínání vesmíru, budeme nejprve ilustrovat na jednoduchém příkladu dvou těles.

15. Klasický Eddingtonův příklad. Následující geometrický příklad (viz [6, s. 94]) pochází od astronoma Arthura S. Eddingtona, který je známý tím, že se v roce 1919 pokusil změřit ohyb světla hvězd v blízkosti Slunce při jeho úplném zatmění Měsícem. Uvažujme dvě stejně hmotná tělesa A a B a mysleme si, že obíhají po kruhových drahách kolem společného těžiště. Pokud A přitahuje B v jeho okamžité poloze a pokud zároveň B přitahuje A v jeho okamžité poloze (tj. za předpokladu, že rychlost jejich vzájemné gravitační interakce je nekonečná), pak jsou podle newtonovské mechaniky tyto přitažlivé síly na jedné přímce a v rovnováze.



Obr. 8. Schematické znázornění dvou těles stejné hmotnosti, která na sebe gravitačně působí. Úhel gravitační aberace $\gamma = \sphericalangle ABA'$ je velice malý.

[18]) Rudý posuv Jižního Hubbleova hlubokého pole je kolem $z = 2$.

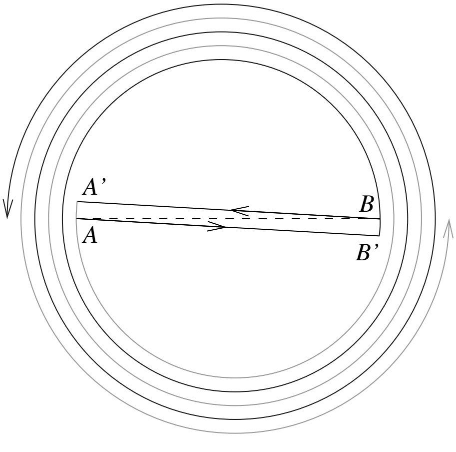
[19]) Rozpínání vesmíru se často ilustruje nafukujícím se balónkem. Můžeme si představit, že se galaxie na jeho povrchu také rozpínají, i když obecně odlišnou rychlostí.

Skutečná rychlost gravitační interakce ale musí být konečná. Předpokládejme proto, že B je přitahováno tělesem A směrem k některé jeho předchozí poloze A' (viz obr. 8) a podobně A je přitahováno B směrem k předchozí poloze B'. Pak ovšem vzniká dvojice nerovnovážných sil, která na tento systém trvale působí a zvyšuje mu moment hybnosti i celkovou energii. Podle Thaletovy věty je trojúhelník $AA'B$ pravoúhlý. Protože jeho odvěsna je menší než přepona, tj.

$$|A'B| < |AB|, \tag{9}$$

jsou přitažlivé síly (v této postnewtonovské mechanice) o trochu větší, než kdyby působily ve směru přepony AB (jak předpokládá newtonovská teorie). Sám Eddington svůj příklad později zpochybňuje (viz [6, s. 204]), neboť se mu zdá aberační úhel γ příliš velký na to, aby Sluneční soustava byla tak dlouhodobě stabilní (srov. [12, s. 350]). Zde je ale nutno vzít v úvahu, že aberace gravitačních vln je mnohem větší než aberace gravitační interakce, pokud platí (2) (viz odstavec 3).

16. Gravitační aberace v postnewtonovské mechanice. Obrázek 8 ale nepopisuje uvažovanou situaci správně. Protože sebemenší kladná hodnota gravitační aberace γ zvyšuje moment hybnosti, a tím i periodu oběhu uvažované soustavy dvou těles, budou jejich dráhy vytvářet velice pomalu se rozvírající spirály (viz obr. 9). Tím spíše bude přitom platit vztah (9), tj. skutečná přitažlivá síla ve směru $A'B$ bude větší, než kdyby působila ve směru AB.



Obr. 9. Trajektorie odpovídající dvěma stejně hmotným tělesům, která vzájemně gravitačně interagují, tvoří dvojitou spirálu. Vzdálenosti sousedních trajektorií jsou ve skutečnosti mnohonásobně menší. Přitom potenciální energie soustavy narůstá rychleji, než kinetická energie klesá.

Kdyby $\gamma \geqq \alpha$, pak by trajektorie dvou těles byly značně nestabilní (viz [8], [9]). Tvořily by poměrně rychle se rozvíjející spirály, což se nepozoruje. Pro skutečné hodnoty úhlů gravitační a světelné aberace proto platí $\gamma < \alpha$. Aby tento postnewtonovský model dobře aproximoval skutečnost, je třeba předpokládat, že $0 < \gamma \ll \alpha$ (viz [3], [11], [25]).

Hodnota $\gamma \leqq 0$ je v rozporu s principem kauzality. Přitom podle Newtonovy teorie je $\gamma = 0$ pro $c_g = \infty$ a bylo by přinejmenším podivné, kdybychom dostali naprosto stejný úhel $\gamma = 0$ i v reálném světě, kde jistě $c_g < \infty$. Jestliže například jedno z těles asymetricky exploduje, pak se druhé těleso musí ještě chvíli pohybovat po nezměněné dráze, protože skutečná rychlost gravitační interakce je konečná a příslušná gravitační pole potřebují nějaký čas k tomu, aby se změnila (srov. pozn. 2 pod čarou). Proto $\gamma > 0$. Jak změřit velikost gravitační aberace, navrhujeme v [10].

Expandující trajektorie dostaneme podobně také pro problém tří a více těles (viz [9]) a navíc díky gravitační aberaci mají eliptické dráhy tendenci se cirkularizovat. Gravitační aberace tak způsobuje, že každý vesmírný objekt má tendenci se vzdalovat v průměru od sousedních objektů (planet, hvězd, galaxií, kup galaxií, jejich nadkup atd.). Její vliv by tedy měl být vzat v úvahu i při formulaci nejrůznějších teorií o rozpínání vesmíru.

17. Gravitační aberace v teorii relativity. V roce 2000 Steven Carlip z univerzity v Berkeley odvodil, že gravitační aberace je v teorii obecné relativity mnohem menší než světelná aberace. Za předpokladu, že se zachovává energie a moment hybnosti (viz [3, s. 81]), vektor gravitačního zrychlení směřuje k poloze, která vznikne kvadratickou extrapolací od zpožděné polohy směrem k okamžité poloze. Členy o velikosti v^k/c^k pro $k \leqq 3$ (srov. (1)) se vzájemně ruší v důsledku toho, že gravitační interakce v teorii relativity závisí i na rychlosti těles, tj.

$$\gamma < C\,\frac{v^3}{c^3}, \tag{10}$$

kde $C > 0$ je vhodná konstanta. Při tomto odvození však vznikají ještě další nelineární členy, které Carlip zanedbává. Rovněž se omezuje jen na případ nulové kosmologické konstanty λ, který nepopisuje zrychlené rozpínání vesmíru. Proto je nyní případ $\lambda > 0$ předmětem intenzivního studia.

Velikost gravitační aberace γ pro soustavy Země–Měsíc a Slunce–Země odhadneme v závěrečném odstavci 20.

18. Gravitační aberace versus temná energie. Jak již bylo řečeno v odstavci 8, k posunu Měsíce od Země o 1 cm je třeba cca 10^{18} J. Jistě si umíte představit, kolik je asi potřeba energie na zrychlené vzdalování dvou galaxií od sebe a kolik je jí nutno na zrychlené vzájemné vzdalování všech 10^{12} pozorovaných galaxií. Kde se ovšem bere takový stálý a mocný generátor energie po tak dlouhou dobu?

K překonání tohoto rozporu se zavedla temná energie, jejíž podstata není známa. Je ve vesmíru rozložena rovnoměrně, tj. nevytváří žádné prostorové struktury. Působí tedy všude včetně naší Sluneční soustavy. Zatím ovšem nikdo existenci temné energie experimentálně nepotvrdil, ale ani nevyvrátil. Přitom má mít za následek antigravitaci způsobující zrychlené rozpínání vesmíru. Gravitační aberace má ale také odstředivý charakter trvalé povahy, a proto je dalším kandidátem pro vysvětlení (alespoň části) tohoto jevu:

Model vesmíru zahrnující kladnou gravitační aberaci vysvětluje, odkud pochází energie na jeho zrychlené rozpínání.

Jak již bylo řečeno, sebemenší kladná hodnota gravitační aberace způsobuje při interakci dvou či více těles, že se nepatrně zvyšuje moment hybnosti takové soustavy, a tím roste její potenciální i celková energie. Všudypřítomná gravitační aberace tak může napomáhat ke zrychlenému rozpínání celého vesmíru. Přitom funkce H_2 ve vztahu (3) je rostoucí, protože gravitační aberace způsobuje, že se energie neustále generuje (i když lokálně jen velice nepatrně). Samotná gravitační síla tak není schopna udržet vesmír pohromadě.

Poděkování. Autor obzvláště děkuje RNDr. M. Brožovi, Ph.D., za velice podnětné připomínky a dále Dr. Janu Brandtsovi, RNDr. J. Grygarovi, CSc., doc. RNDr. C. Matyskovi, DrSc., doc. RNDr. J. Podolskému, DSc., Mgr. V. Pravdovi, Ph.D., CSc., Mgr. Ing. J. Šolcovi a Ing. J. Vondrákovi, DrSc., za cenné (i když polemické) diskuse. Práce na tomto článku byla podpořena výzkumným záměrem AV0Z 10190503 a grantem č. IAA 100190803 GA AV ČR.

L i t e r a t u r a

[1] Bertotti, B., Farinella, P., Vokrouhlický, D., *Physics of the Solar system*, Kluwer, Dordrecht, 2003.

[2] Burša, M., Pěč, K., *Gravity field and dynamics of the Earth*, Springer, Berlin, 1993.

[3] Carlip, S., *Aberration and the speed of gravity*, Phys. Lett. *A 267* (2000), 81–87.

[4] Dickey, J. O. et al,, *Lunar Laser Ranging: A Continuing Legacy of the Apollo Program*, Science *265* (1994), 482–490.

[5] Ebr, J., *Příliš husté galaxie v hlubinách vesmíru*, Astropis *XV* (2008), č. 2, 44.

[6] Eddington, A., *Space, time and gravitation*, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1966.

[7] Glanz, J., *Astronomers see a cosmic antigravity force at work*, Science *279* (1998), no. 5355, 1298–1299.

[8] Křížek, M., *Numerical experience with the finite speed of gravitational interaction*, Math. Comput. Simulation *50* (1999), 237–245.

[9] Křížek, M., *Does a gravitational aberration contribute to the accelerated expansion of the Universe?*, Comm. Comput. Phys. *5* (2009), 1030–1044.

[10] Křížek, M., Šolcová, A., *How to measure gravitational aberration?*, Proc. of the IAU XXVIth General Assembly in Prague, August 2006, S240 – Binary Stars as Critical Tools and Tests in Contemporary Astrophysics (eds. W. I. Hartkopf, E. F. Guinan, and P. Harmanec), Cambridge Univ. Press, 2007, 670–677.

[11] Laplace, P. S., *A treatise in celestial mechanics, vol. IV, book X*, translated by N. Bowditch, Chelsea, New York, 1966, s. 642.

[12] Lightman, A. P., Press, W. H., Price, R. H., Teukolsky, S. A., *Problem book in relativity and gravitation*, Princeton Univ. Press, 1975.

[13] Lineweaver, C. H., Schwartzman, D., *Cosmic thermobiology*, In Origins (ed. J. Seckbach), Kluwer, Dordrecht, 2003, 233–248.

[14] Marsh, G. E., Nissim-Sabat, Ch., *Comment on „The speed of gravity“*, Phys. Lett. *A 262* (1999), 257–260.

[15] Misner, Ch. W., Thorne, K. S., Wheeler, J. A., *Gravitation*, (20th edition), W. H. Freeman and Company, New York, 1997.

[16] Novotný, O., *Motions, gravity field and figure of the Earth*, Lecture Notes, Univ. Federal da Bahia, Salvador, 1998.

[17] Pauer, M., *Fyzika Marsu*, Astropis *XIV* (2007), č. 1, 18–23.

[18] Peltier, W. R., *History of Earth rotation*, In Treatise on Geophysics (ed. G. Schubert), vol. 9, Evolution of the Earth (vol. ed. D. Stevenson), Elsevier, Amsterdam, 2007.
[19] Pick, M., Pícha, J., Vyskočil, V., *Theory of the Earth's gravity field*, Academia, Praha, 1973.
[20] Poincaré, H., *Sur la dynamique de l'électron*, C. R. Acad. Sci. Paris *140* (1905), 1504–1508.
[21] Rektorys, K., *Přehled užité matematiky I*, Prometheus, Praha, 2000.
[22] Rudnick, G. et al., *Measuring the average evolution of luminous galaxies at $z < 3$: The rest-frame optical luminosity density, spectral energy distribution, and stelar mass density*, Astrophys. J. *650* (2006), 624–643.
[23] Said, S. S., Stephenson, F. R., *Solar and lunar eclipse measurements by medieval Muslim astronomers*, J. Hist. Astronom. *27* (1996), 259–273.
[24] Šolc, M. a kol., *Fyzika hvězd a vesmíru*, SPN, Praha, 1983.
[25] van Flandern, T., *The speed of gravity – what the experiments say*, Phys. Lett. *A 250* (1998), 1–11.
[26] Verbund, F., *The Earth and Moon: from Halley to lunar ranging and shells*, preprint, Utrecht Univ., 2002, 1–10.
[27] Vondrák, J., *Dynamika rotace Země*, Astropis *IX* (2002), č. 2, 28–33.
[28] Williams G. E., *Geological constraints on the precambrian history of Earth's rotation and the Moon's orbit*, Rev. Geophys. *38* (2000), 37–60.

D o d a t e k

19. Rychlost vzdalování Měsíce od Země v důsledku slapů. Pokusme se odhadnout příspěvek slapových sil k hodnotě rychlosti (5). Uvažujme nejprve izolovanou soustavu Země–Měsíc s hmotnostmi

$$m_1 = 5.976 \times 10^{24}\ \text{kg}, \quad m_2 = 7.350 \times 10^{22}\ \text{kg} \tag{11}$$

a předpokládejme pro jednoduchost, že dráhy obou těles jsou kruhové. Pak odpovídající vzdálenost (viz (4)) můžeme napsat takto

$$D = R_1 + R_2, \tag{12}$$

kde

$$R_1 = \frac{Dm_2}{m_1 + m_2} \qquad \text{a} \qquad R_2 = \frac{Dm_1}{m_1 + m_2} \tag{13}$$

jsou postupně vzdálenosti Země a Měsíce od jejich společného newtonovského těžiště.

Podle zákona o zachování momentu hybnosti tohoto systému bude hodnota

$$M = I_1\omega_1 + I_2\omega_2 + m_1R_1v_1 + m_2R_2v_2 \tag{14}$$

konstantní. Zde v_1, resp. v_2 jsou rychlosti Země, resp. Měsíce vzhledem k těžišti, I_1, resp. I_2 je moment setrvačnosti Země, resp. Měsíce, $\omega_1 = 2\pi/T_1 = 7.292 \times 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$ je úhlová frekvence rotace Země, $T_1 = 86\,164.1$ s je siderický den,

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2} = 2.669 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1} \tag{15}$$

je úhlová frekvence rotace Měsíce, $T_2 = 27.32166\,T_1$ a podle [2] je

$$I_1 = 8.036 \pm 0.008 \times 10^{37}\ \mathrm{kg\,m^2}. \tag{16}$$

Použijeme-li vztah pro moment setrvačnosti homogenní koule [21, s. 108], dostaneme pro moment setrvačnosti Měsíce, jehož hustota $\varrho(r)$ stoupá směrem ke středu, nerovnost

$$I_2 < \frac{8}{15}\pi r_2^5 \times \varrho_2 = 8.849 \times 10^{34}\ \mathrm{kg\,m^2}, \tag{17}$$

kde $\varrho_2 = 3\,340\ \mathrm{kg/m^3}$ je střední hustota Měsíce a $r_2 = 1\,737$ km je jeho poloměr. (Poznamenejme, že člen $I_2\omega_2 < 2.36 \times 10^{29}\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$ odpovídající Měsíci je mnohem menší než $I_1\omega_1 = 5.86 \times 10^{33}\ \mathrm{kg\,m^2s^{-1}}$, ale my potřebujeme porovnat jejich časové derivace – viz (20) a (23).)

Rotace Země se během posledních 2700 let zpomaluje tak, že délka dne narůstá průměrně o 1.7 ms za století, tj.

$$\tau_1 = 1.7 \times 10^{-5}\ \text{s za rok}. \tag{18}$$

Hodnota těchto sekulárních změn v rotaci Země způsobená slapovými silami byla získána důkladnou analýzou záznamů starých Babylóňanů[20]) o úhlových výškách Slunce při pozorovaných zatměních (viz např. [16, s. 62], [23, s. 270], [27, s. 31]). Kdyby se totiž rotace Země nezpomalovala, nemohli by staří Babylóňané pozorovat zatmění tam, kde jej popisují. Dnešní rádiová měření zpožďování rotace Země pomocí vzdálených kvazarů také potvrzují (viz [26]) průměrnou hodnotu τ_1 uvedenou v (18). Soudobé zvýšené tání ledovců, vnitřní procesy, přesuny atmosféry apod. na ni tedy nemají příliš velký vliv. Proto budeme pro jednoduchost předpokládat, že moment setrvačnosti Země I_1 nezávisí na čase.

Podle [19] se rotace Země zpomaluje zejména v důsledku slapových sil Měsíce (cca 68.5 %), ale též Slunce (cca 31.5 %). Tudíž nárůst délky dne $\tau = 0.685\tau_1$ odpovídá působení Měsíce a $0.315\tau_1$ odpovídá působení Slunce. Za rok se úhlová frekvence rotace Země vlivem Měsíce změní na

$$\overline{\omega}_1 = \frac{2\pi}{T_1 + \tau}. \tag{19}$$

Podle (18) a (19) vidíme, že časová změna úhlové frekvence rotace Země způsobená slapovými silami Měsíce je

$$\frac{d\omega_1}{dt} = \frac{\overline{\omega}_1 - \omega_1}{T} = -\frac{2\pi}{T}\frac{\tau}{T_1(T_1+\tau)} = -3.123 \times 10^{-22} \quad \mathrm{s^{-2}},$$

kde $T = 31\,558\,149.54$ s je siderický rok. Odpovídající změna rotačního momentu hybnosti Země pak podle (16) je

$$I_1\frac{d\omega_1}{dt} = -2.509 \times 10^{16}\ \mathrm{kg\,m^2s^{-2}}. \tag{20}$$

Měsíc ale také snižuje svůj rotační moment hybnosti v důsledku vzdalování (5) a rezonance $1:1$ mezi oběžnou dobou T_2 a rotační periodou Měsíce. Dále ukážeme, že $I_2\frac{d\omega_2}{dt}$ je o mnoho řádů menší než hodnota uvedená v (20). Protože platí $m_2 \ll m_1$, je $D \approx R_2$ a těžiště soustavy Země–Měsíc se nachází uvnitř Země. Použijeme tedy třetí Keplerův zákon,

[20]) Též Arabů, Řeků a Číňanů, viz [18].

podle nějž je D^3/T_2^2 konstantní. Z (15) pak plyne, že součin $\omega_2^2 D^3$ je také konstantní. Zderivujeme-li $\omega_2^2 D^3$ podle času, obdržíme diferenciální rovnici

$$2\omega_2 \frac{d\omega_2}{dt} D^3 + 3\omega_2^2 D^2 \frac{dD}{dt} = 0,$$

tj.

$$\frac{d\omega_2}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{\omega_2}{D} \frac{dD}{dt}. \tag{21}$$

Podle (4) je průměrná pozorovaná sekulární časová změna D dána vztahem

$$\left(\frac{dD}{dt}\right)_{\text{pozorovaná}} = \frac{3.84 \text{ cm}}{T} = 1.2 \times 10^{-9} \text{ m/s}. \tag{22}$$

Odtud, z (4), (15), (17) a (21) dostaneme

$$\left| I_2 \frac{d\omega_2}{dt} \right| < 1.1 \times 10^8 \text{ kg}\,\text{m}^2\text{s}^{-2}, \tag{23}$$

tj. změna rotačního momentu hybnosti Měsíce je zanedbatelná vůči hodnotě uvedené v (20). Pokles rotačního momentu hybnosti Země v (20) musí být tudíž kompenzován nárůstem orbitálního momentu hybnosti $m_1 R_1 v_1 + m_2 R_2 v_2$ v (14). Úhlová rychlost rotace Měsíce kolem vlastní osy je díky vázané rotaci stejná jako úhlová rychlost Země kolem společného těžiště s Měsícem, tj. $\omega_2 = v_2/R_2 = v_1/R_1$. Ze zákona zachování hybnosti $m_1 v_1 = m_2 v_2$, (12) a (13) pak dostaneme

$$m_1 R_1 v_1 + m_2 R_2 v_2 = (R_1 + R_2) m_1 v_1 = D\, m_1 v_1 = D m_1 R_1 \omega_2 = D^2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \omega_2.$$

Odtud, z (21) a derivováním (14) podle času plyne, že

$$I_1 \frac{d\omega_1}{dt} = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \left(\frac{d\omega_2}{dt} D^2 + 2\omega_2 D \frac{dD}{dt} \right) = -\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \frac{\omega_2 D}{2} \frac{dD}{dt}. \tag{24}$$

Dosazením ze (4), (11), (15) a (20) konečně máme

$$\frac{dD}{dt} = 0.674 \times 10^{-9} \text{ m/s}, \tag{25}$$

což je jen o trochu více než polovina hodnoty získané z měření (22).

Samozřejmě nelze vzít v úvahu všechny negravitační síly, které mají vliv na velikost rychlosti (5) vzdalování Měsíce od Země, jako např. sluneční vítr, tepelné sálání Země a Měsíce, Jarkovského efekt, srážky s meziplanetárním prachem a meteority či přítomnost magnetických polí. Jejich vliv však se zdá být zanedbatelný ve srovnání s (25). Také gravitační působení dalších těles Sluneční soustavy, gravitační záření apod. mají jen nepatrný vliv na naměřenou rychlost (5).

Geofyzici připouštějí (viz např. [16], [26], [27]), že je obtížné vysvětlit poměrně velký rozdíl mezi pozorovanou hodnotou (22) a hodnotou (25) teoreticky odvozenou ze slapových sil. Hledají proto zdroj, který by dával řádově stejné hodnoty vzdalování Měsíce od Země jako slapové síly. Např. v [16, s. 67] se uvažuje časově závislý moment setrvačnosti $I_1 = I_1(t)$ a levá strana rovnice (24) je nahrazena derivací $d(I_1\omega_1)/dt$. K vyrovnání rozdílu mezi (22) a (25) by tedy po dobu nejméně 2700 let (srov. (18)) musel existovat trvalý tok hmoty ke středu Země, který by zajistil, že $-dI_1/dt$ je řádově $10^{20} - 10^{21}$ kg m^2/s.

Vynásobením (25) délkou siderického roku T zjistíme, že vzdálenost mezi Zemí a Měsícem by měla narůstat jen o

$$v_{\text{slapy}} \approx 2.13 \ \text{cm za rok.} \tag{26}$$

Je patrné, že rozdíl

$$v_{\text{ostatní}} \approx 1.71 \ \text{cm za rok} \tag{27}$$

mezi naměřenou hodnotou z (5) a hodnotou (26) odpovídající slapovým silám je o něco menší, než je současná hodnota Hubbleovy konstanty ve vztahu (6). Přesněji řečeno, rychlost 1.71 cm za rok je rovna 67% hodnoty 2.56 cm za rok. Přitom ale gravitační aberace způsobená konečnou rychlostí gravitační interakce přispívá jen k $H_2(t)$ a nikoli k $H_1(t)$ (viz (3)).

20. Jak velká je gravitační aberace? Pokusme se ještě odhadnout velikost gravitační aberace γ Měsíce, který se bude od Země vzdalovat po spirální dráze. Vektor zrychlení nebude směřovat do těžiště soustavy Země–Měsíc, ale bude mít velice malou tangenciální složku $\gamma G m_1 / R_2^2$ ve směru pohybu Měsíce a $R_2 = R_2(t)$ bude záviset na čase (srov. (13)). Podle věty o viriálu (viz [24, s. 263]) je součet potenciální energie a dvojnásobku kinetické energie roven nule. Proto je celková energie vztažená na jednotku hmotnosti Měsíce

$$\frac{E}{m_2} = -\frac{G m_1}{2 R_2} \tag{28}$$

a narůstá rychlostí

$$\frac{d(E/m_2)}{dt} = \frac{\gamma G m_1}{R_2^2} v_2. \tag{29}$$

Dosazením (28) do (29) obdržíme $\frac{dR_2}{dt} = 2\gamma v_2$. Podle Newtonových zákonů je $v_2 = \sqrt{G m_1 / R_2}$, a proto

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{dR_2}{dt} \sqrt{\frac{R_2}{G m_1}}. \tag{30}$$

Kdyby rychlost vzdalování $\frac{dR_2}{dt}$ daná (27) byla způsobena jen gravitační aberací, pak ze vztahů (4), (11) a (13) zjistíme, že $\gamma \approx 2.66 \times 10^{-13}$ rad, tj. γ je o mnoho řádů menší, než je hodnota světelné aberace $\alpha = \frac{v_2}{c} \approx 3.3 \times 10^{-6}$ rad pro $v_2 = 1$ km/s.

Podobným způsobem pro soustavu Slunce–Země, rychlost vzdalování (7) a hmotnost Slunce $m_0 = 1.99 \times 10^{30}$ kg lze odvodit o řád větší aberační úhel

$$\gamma \approx 2.79 \times 10^{-12} \approx \left(\frac{v_3}{c}\right)^{2.9} \text{rad},$$

kde $v_3 = 30$ km/s je rychlost Země kolem Slunce. Kdyby vzdálenost Země od Slunce R_3 narůstala jen rychlostí $v = \frac{dR_3}{dt} = 1$ m/yr, pak z (30) dostáváme $\gamma \approx \left(\frac{v_3}{c}\right)^{3.1}$ rad, tj. s exponentem dokonce větším než 3 (srov. (10)).

Ještě větší aberační úhly γ dostaneme pro rychlost $v_4 = 230$ km/s, kterou obíhá Sluneční soustava kolem středu naší Galaxie – Mléčné dráhy, a pro rychlost $v_5 = 600$ km/s, kterou obíhá Galaxie kolem středu místní skupiny galaxií.