

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie

Martin Viktorin

„Šedesát . . . “

Pokroky matematiky, fyziky a astronomie, Vol. 56 (2011), No. 2, 157--162

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/141999>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2011

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

„Šedesát...“

Martin Viktorin, Göttingen

„... let, a po moudrosti ani stopy“, pyšnil se v šedesátých letech Curd Jürgens v někdejším známém evergreenu – *sechzig Jahre und kein bisschen Weise*. Trocha moudrosti tu ale byla přece: šedesátka mu byla podnětem k ohlédnutí a malému zamyšlení. K tomu dodáváme, že sehrála i důležitou roli v samotných kulturních dějinách lidstva [1].

Zvolili si ji za základ své číselné soustavy Sumerové, jedna z prvních lidských civilizací, která před pěti šesti tisíci lety obývala území mezi řekami Eufrat a Tigris. Čísla vyjadřovali klínovými znaky, mezníky tvořil každý desítkový a šedesátkový řád, vyjádřený jiným znakem klínopisu. Šedesátkovou číselnou soustavu si zvolili patrně z důvodu dělitelnosti čísla šedesát beze zbytku dělitelná na jedninu, polovinu, třetinu, čtvrtinu, pětinu, šestinu, desetinu, dvanáctinu, patnáctinu, dvacetinu, třicetinu a šedesátinu. Poskytuje tak dvanáct celých přirozených čísel – tolik, jako žádné jiné číslo v řadě předchozí [8]. Ve srovnání s prvočísly, beze zbytku dělitelnými pouze jedničkou a sebou samým, je šedesátka jakési „anti-prvočíslo“, *abundantní složené číslo*, dělitelné relativně velkým počtem přirozených čísel [9]. Nejdůležitější z nich bylo již od počátku kulturních dějin lidstva prvních pět: jedna, dvě, tři, čtyři, pět – jako prstů na ruce! A těmi si dokázal vypomáhat již prvotní zemědělec. I ten už ovšem potřeboval více znalostí, než jen ohýbat prsty do počtu – potřeboval geometra! Každoročně, krátce poté, kdy se po několikátýdenní odluce ukázala na obloze hvězda Sirius, rozvodnil se v Egyptě Nil a rozvodnily se i řeky Eufrat a Tigris v Mezopotámii; zaplavily pole a meze roznesly po krajině. Každého roku bylo zapotřebí přerozdělovat a znovu přidělovat půdu těm, kteří o ni záplavami přišli. Tak se rozvinula již za prvních *říčních* civilizací matematika jako užitková věda. Zpustošené pozemky, pokryté těžkým nánosem nové, úrodné půdy, bylo nutno znovu vyměřit, aby je jejich vlastník mohl zavčas obdělat. V letních měsících, kdy půda pravidelně vysychala, ji bylo zapotřebí zavlažit; k tomu sloužil systém hrází a kanálů, stále znovu nově vyměřovaný. Na konci starověku, kolem roku 300 p. Kr., shrnul alexandrijský matematik Eukleides ve třinácti nám dochovaných knihách *Eukleidových Základů* (geometrie) dosavadní stav matematických znalostí starověké společnosti a vytvořil tak dílo dosud považované za největší vědecký přínos starověku. Všechny své výpočty a důkazy důsledně řešil geometricky za pomoci pravítka a kružítka, stejnými pomůckami, kterými disponoval tisíciletí před ním sumerský či babylónský geometr.

Sumerové stanovili délku roku – v šedesátkové soustavě – na 360 dní, což jim umožnilo dělit rok na polovinu, třetinu a čtvrtinu, navíc jej rozdělili dvěma slunovraty a dvěma rovnodennostmi na čtyři hlavní kalendářní mezníky; ode dne jarní rovnodennosti se počínal nový rok. Při stanovení délky roku vycházeli z měření úhlového

Dipl.-Ing. MARTIN VIKTORIN, Sartorius Stedim Biotech GmbH, Abt. SMF, August-Spindler-Strasse 11, D-37074 Göttingen, e-mail: martin.viktorin@sartorius-stedim.com

průměru slunečního kotouče, jenž zaujímal $1/720$ (půl stupně) své celkové dráhy, popř. $1/360$ své denní či noční oběhové dráhy na obloze. Sumerský den se dělil na 12 jednotek *kaspu*, polovina *kaspu* se rovnala naší hodině. Během jedné sumerské hodiny *kaspu* se tedy Slunce posunulo po obloze o šedesát svých úhlových průměrů. Skutečnost, že se Země dopouští jisté neomalenosti tím, že na svůj oběh kolem Slunce potřebuje o pět dní více, věděli samozřejmě i Sumerové, a rozmar staré dámy pomíjeli: posledních pět dnů v roce prostě ignorovali – slavili zánik starého a zrod nového roku. Ani naše soudobé dělení roku na 365 dní není nijak přesné: jednou za čtyři roky si jeden den přidáváme, jednou za sto let další. U některých antických kultur se měnila délka denních a nočních hodin podle ročních období: délku dne u Babyloňanů určovala doba mezi východem a západem Slunce, a jelikož měl den dvanáct hodin, byla délka hodiny den ode dne delší v letních měsících a zkracovala se v měsících zimních. Určit správný čas, vztažený k určitému datu, a jeho průběžné měření v delších časových intervalech, např. od jara do zimy, představovalo tehdy již poměrně složitý technický problém.

Když na konci 2. tisíciletí př. n. l. začlenil semitský král dynastie Hammurapi státečky vznikající na troskách rozpadající se říše Sumerů ke své Babylonské říši a vytvořil tak mocnou Říši mezopotámskou, přejali Babyloňané kromě rozsáhlých astronomických a matematických znalostí i sumerský systém počítání v šedesátkové soustavě, který zdokonalili tím, že číselnému klínovému znaku přiřadili jeho pozici. Ve stejné soustavě se počítaly i peníze: jeden *talent* v hodnotě 30 kg stříbra se skládal z 60 *min*, 1 *mina* se dělila na 60 *šekelů* a vyměňovala se za 500 g stříbra, na jeden *šekel* tak připadalo 8.333 g stříbra.

Používali pouze dva klíny: svislý (\downarrow) a vodorovný (\leftarrow), nulu neznali. Klíny se řadily po trojicích pod sebou až do devíti, desítku tvořil klín vodorovný; šedesátka, kterou řada končila, se musela spokojit opět s jedním klínem (\downarrow), řada klínů takto pokračovala dál až do 119 ($\downarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\leftarrow\downarrow\downarrow/\downarrow\downarrow/\downarrow\downarrow$, tj. $60 + 5 \times 10 + 9$), 120 byla tvořena dvěma svislými klíny ($\downarrow\downarrow$), 180 třemi ($\downarrow\downarrow\downarrow$), atd. Každé číslo bylo tak možno vyjádřit násobkem šedesáti se součtem zbytku: kupř. $\downarrow\downarrow\downarrow\leftarrow\leftarrow\downarrow\downarrow$ značilo 203, tj. $(3 \times 60 + 2 \times 10 + 3)$. Ač se nám tento způsob počítání patrně nejvíce jeví zvlášť praktickým, např. 2, 61 a 120 se značily stejně: ($\downarrow\downarrow$), musíme ocenit, že se už odlišovaly svou posunutou pozicí v číselném zápisu. Tato zdánlivě nepatrná změna zápisu číselné hodnoty se ve skutečnosti řadí k největším vynálezům v dějinách lidstva. Analogicky se v soustavě desítkové, kterou dnes převážně používáme, mění hodnota číselného záznamu podle pořadí číslice v čísle: jednička se používá buď k vyjádření jednotky (1) nebo desítky (10), stovky (100), tisíce (1000) atd. až k hodnotám neomezeně vysokým anebo opačně – desetiny, setiny atd. až k číslům libovolně malým. Tak se vynálezem neznámého babylónského učenice dostalo matematice možnosti popsat čísla svět v celé jeho velikosti – od nepatrných rozměrů atomů až k určení polohy nejzazší galaxie, vzdálené miliardy světelných let.

Tato elegance pozičního zápisu čísel, kterou dnes považujeme za samozřejmou, unikla třeba vzdělančům říše římské, civilizace, která tisíciletí po Sumerech a Babyloňanech ovládla starověký svět: číselným hodnotám přiřazovali podle jejich velikosti nová písmena: I (1), V (5), X (10), L (50), C (100), D (500), M (1000). Není potřeba zdůrazňovat, že takový systém brzy narazil na své meze a že již pouhý záznam vyšších číselných hodnot představoval jistý duševní výkon, nehledě na provádění základních

matematických úkonů, které se jevilo v římském počítacím systému takřka nemožným [2].

Astronomické znalosti, osvojené od Sumerů, rozšířili Babylóňané o řadu nových poznatků. Stanovili délku slunečního roku, zavedli planetární tabulky, tzv. *ephemeridy*, a provedli rozličná astronomická měření. Sledovali *bludné hvězdy*, planety, a vypracovali již teorii jejich pohybu, i pohybu Slunce a Měsíce, vymezenou osmi sférami, se Zemí uprostřed všeho dění. Měli již představu o ekliptice a na hvězdné obloze vyčlenili skupiny hvězd, souhvězdí, která pojmenovali jmény, z nichž mnohá používáme doposud. Vrcholu se dopracovala babylonská astronomie objevem periodicity zatmění Slunce a Měsíce a jejich přesným určením.

Na 6×60 stupňů, každý stupeň po 60 minutách, a 1 minutu na 60 vteřin, dělil kruh alexandrijský hvězdář Klaudius Ptolemaios, když o tisíciletí později vypočítával v šedesátkovém číselném systému Babylóňanů své rozsáhlé astronomické dílo *Almagest*. Navrhl v něm a propočítal planetární systém, zakládající se na postulátu nehybné Země, spočívající ve středu světa. Kolem ní obíhalo v denním intervalu sedm tehdy známých planet – Merkur, Venuše, Mars, Saturn a Jupiter (k planetám se přiřazovaly Slunce i Měsíc), a jednou za den se kolem Země také otočila nebeská klenba s pevně přichycenými hvězdami. Tento, tzv. geocentrický světový systém, se dostal do povědomí středověké Evropy a udržel se jako dogma až do odvození heliocentrického planetárního systému v polovině 16. století.

Někdy v 6. stol se rozšířila z Indie desítková soustava, kterou počítáme dodnes. Kolem roku 825 ji použil arabský astronom a matematik *Al-Khwarizmi* (někdy *al-Chorezmí*) ve svém spise *O počítání s indickými čísly*, v němž ukázal jednoduchost sčítání, odčítání, násobení a dělení. Uměl pracovat i s odmocninami. Spis byl ve 12. století přeložen do latiny jako *Algoritmi de numero Indorum* – „*Algoritmi*“ (tj. jméno autora) *o číslech Indů*“. Z autorova jména se postupně vyvinulo označení *algorithmus* jako metoda výpočtu [2].

Šedesátková soustava byla v období středověku a ještě v Rakousko-Uherském mocnářství základem mnoha měrových, váhových i peněžních jednotek. Šedesát vajec – *kopy* – bylo možno koupit za časů otce Kondelíka na pražském trhu, častěji si jich hospodyně odnášela *tucet*, tedy jednu pětinu kopy, někdy jen *půltucet*. Větší hospodářství počítala na *velekopy* (60 kop = 3 600 vajec), hokynář jich objednával *veletucty*, což znamenalo dvanáct tuctů, tedy 144. Na kopy se prodávalo i dřevo: jedna kopa – šedesát kusů – se vázala po patnácti do *mandelů* anebo po dvanácti na *tucet*; mandel představoval tedy čtvrtinu kopy, *tucet* její pětinu. Polnosti se měřily na *lány*, jejich vlastník obdělával 60 *jiter* neboli 12 *prutů* či 300 *provazců*. *Jitro* představovalo rozlohu polní plochy, kterou stačil jeden rolník za dopoledne obdělávat. Plošné míry, zejména polností, byly ovšem značně nesourodé: rozlišoval se *lán královský*, zahrnující 12 kop záhonů, každá kopa se 450 brázdami; *lán kněžský* byl s 11 kopami záhonů o něco menší, *lánu panskému* připadlo pouhých 10 kop záhonů a *lán selský* se musel spokojit s 8 kopami záhonů. *Sáh*, rozdílný podle oblastí, nepřesahoval obyčejně 60 cm délky, *čtvereční sáh* tak zaujímal plochu 0.36 m^2 . Počítalo se i na *půllány* ($1/2$), *čtvrtlány* ($1/4$), *tříčtvrtilány* ($3/4$), *pětčtvrtilány* ($5/4$), *půlčtvrtilány* ($1/8$ lánu). Kdo obchodoval se zlatem anebo s kořením, zapisoval si váhu na *grány*: 60 gránů vážil tzv. *vídeňský*

kventlák, což představovalo v přepočtu 4,375 g. Kus plátna, *stučka*, měřil podle kraje od 72 do 30 loktů. *Stoh* slámy sestával z 60 *oteplí*. Šedesátku si braly za základ i mnohé mince: *Grossi Pragenser*, pražské groše, ražené za krále Václava II. v Kutné Hoře, patřily k nejpocitivějším mincím své doby: z *hřivny* stříbra se razila kopa stříbrňáků – šedesát grošů, později nazvaných *těžké groše*, aby se odlišily od tzv. *grošů lehkých*, kterých se již nerazila z hřivny kopa, ale o tucet víc, dvaasedmdesát [4].

Ačkoliv dnes běžně používáme soustavu desítkovou, rádi ještě přejdeme do číselné soustavy šedesátkové. Používáme ji k měření úhlů, času i polohy. Kruh má 360 stupňů, stupeň pojímá šedesát obloukových minut, oblouková minuta sestává z šedesáti úhlových vteřin, 180° tvoří součet úhlů v trojúhelníku, 360° v čtyřúhelníku, $3 \times 60^\circ$ zaujímají úhly v trojúhelníku rovnostranném. I měření času v šedesátkové soustavě jsme převzali od nejstarších kulturních civilizací, od Sumerů a Babyloňanů. Vznikl tak systém značně nesourodý: hodinu dělíme na 60 minut, minutu na 60 vteřin. Pro časové intervaly menší, které dřívější kultury neznaly, používáme soustavy desítkové: vteřinu dělíme na setiny, tisícin, milióntiny atd. Do rozpaků nás to neuvádí – jak taky, když pro větší časové jednotky opustíme soustavy obě: den má 24 hodin, týden 7 dnů, rok 52 týdnů s 365 (366) dny. Setinu sekundy považujeme za samozřejmou, nad setinou hodiny anebo setinou dne bychom už kroutili hlavou.

Šedesátka způsobila i malou revoluci v chemii. V 70. letech 20. století byla objevena vysoce symetrická, kulovitá molekula C_{60} , která uvedla vědecký svět v úžas: sestává z šedesáti atomů uhlíku, střídavě uspořádaných do plošných pěti- a šestiúhelníků v kulovitou plochu, uvnitř dutou, podobně sestavenou jako fotbalový míč [6]. I ten ve své klasické formě sestává z šedesáti zkosených rohů, z nichž vychází devadesát hran, ohraničujících třicet dva ploch – dvacet šesti- a dvanáct pětiúhelníkových. Tato geometrická konstrukce pravidelného „osekaného“ dvacetistěnu, přináležící k tzv. *Archimedovým tělesům*, propůjčuje jak míči, tak i molekule jejich vynikající mechanické vlastnosti, především pevnost a pružnost. Molekula, příležitostně trefně zvaná „fotbalová“, je svým průměrem 0,7 nm asi tři sta milionkrát menší než fotbalový míč. Vysoká symetrie molekuly má za následek její nepředstavitelnou rotaci: kolem své osy se otočí mnohamilionkrát za sekundu.

Existenci této vysoce symetrické kulovité molekuly předpověděl někdy v roce 1970 japonský profesor pro počítačovou chemii na Hokkaidu univerzitě Eiji Osawa. O patnáct let později byla „znovuobjevena“ – v roce 1985 proběhla tiskem zpráva, že se podařila její syntéza zplyněním grafitu laserovým paprskem [7]. Po diamantu a grafitu tak byla nalezena třetí forma uhlíku vyskytující se v přírodě. Každá z nich vykazuje pozoruhodné vlastnosti – diamant, krystalický uhlík v krychlovém uspořádání, představuje nejtvrďší známou látku v přírodě vůbec. Vybraný na brilianty zdobí vyvolené tohoto světa, syntetizován průmyslově na brusné diamanty řeže a leští žulu. Grafit, vyskytující se v šesterečné krystalické formě, je naopak velmi měkký, zato elektricky vodivý, takže nachází uplatnění třeba v elektrodách baterií. Lehce se otírá, a proto se používá jako tuha v obyčejné tužce.

Nově objevená kulovitá forma uhlíku vykazuje za nízkých teplot vynikající supravodivé vlastnosti, spontánně, bez vnitřního odporu a tedy beze ztrát, vede elektrický proud již při -255°C (18 K), a pokud se k ní přimísí něco *rubidia* a *thalia*, supravo-

divost nastává již při $-230\text{ }^{\circ}\text{C}$ (43 K), tedy při teplotách dosažitelných i jednoduššími technickými zařízeními. Začleněním 60 atomů fluóru do struktury kulovité molekuly C_{60} vznikne symetrická molekula sumárního vzorce $\text{C}_{60}\text{F}_{60}$, *fluorizovaný buckyball* s předpovězenými vlastnostmi podobnými teflonu a převyšující odolností.

„Fotbalovým“ molekulám C_{60} se dostalo úředního jména *fullereny*, k počtě slavného světového architekta Američana Buckminstera Füllera, který na světové výstavě v Montrealu v roce 1967 vzbudil pozornost svou konstrukcí pavilónu USA, pojmenovanou *geodetický chrám*: stavbu, ve tvaru obří symetrické skleněné kopule, sestavené z šesti- a pětiúhelníkových buněk, mimořádně stabilní, výrazné elegance. Ve svém návrhu vycházel ze stavebního principu, který se vyskytuje v přírodě v mnoha obměnách, ať už je to např. hmyzí oko, plástve medu, bílkovinné schránky virů: právě ty jsou nežádaným dokladem mechanické stability a odolnosti vůči rozkladným (léčivým) prostředkům zvenčí, ať již zvýšené teplotě organismu, či chemicky – očkovacím séřům.

V roce 1996 si tvůrci molekuly C_{60} Američané Robert F. Curl a Richard W. Smalley a Angličan Harold W. Kroto dojeli do Stockholmu pro Nobelovu cenu. Chemičtí nadšenci všech kontinentů v tu dobu již mínili, že stojíme na prahu nové chemie, která se rozvine podobně, jako se rozvinula organická chemie po objevu benzenu v 18. století. Kulovitá molekula představovala totiž, vedle řady již známých molekulárních obrazců, jakou jsou třeba alifatické řetězce uhlovodíků, prstencová jádra aromatů a do rozličných plošných a prostorových tvarů polymerizované makromolekuly, útvar v chemii zcela nový.

I světový lékařský výzkum se s nadějí upírá ke kulovité molekule C_{60} . Jsou již známy studie zabývající se možností nasadit *fullereny* k potření epidemie AIDS. Aktivní část HIV-viru – enzym *proteasa* – nese s sebou ve svém středu dutý prostor, řádově stejné velikosti, jakou zaujímá molekula C_{60} . Zkoumá se možnost vybavit molekulu *fullerenu* C_{60} takovými atomy a vazbami, které jsou schopné chemicky reagovat s aktivními centry HIV-enzymu, a tím je paralyzovat. Následkem takové „výbavy“ vyhledává kulovitá molekula C_{60} sama sensitivní místa enzymu, vyplňuje jeho reaktivní duté nitro a brání dalším jeho reakcím. Předpokládá se, že takové „zašpuntování“ aktivní části *HIV-proteasy* kulovitou molekulou *fullerenu* znemožní další reprodukci viru a zneutralizuje jeho rozkladné působení [6], [7].

Kromě již zmíněné „fotbalové“ molekuly *fullerenů* o sumárním vzorci C_{60} byla již nalezena i tzv. „rugbyová“ molekula C_{70} , jejíž oválná plocha se vskutku podobá rugbyovému míči – jako by příroda nacházela zálibu v populárních míčových hrách soudobé společnosti. Jsou již známy i kulovité molekuly uhlíku o vyšším počtu uhlíkových atomů a hledá se i předpokládaná molekula o násobcích šedesáti: C_{120} , C_{240} a C_{540} .

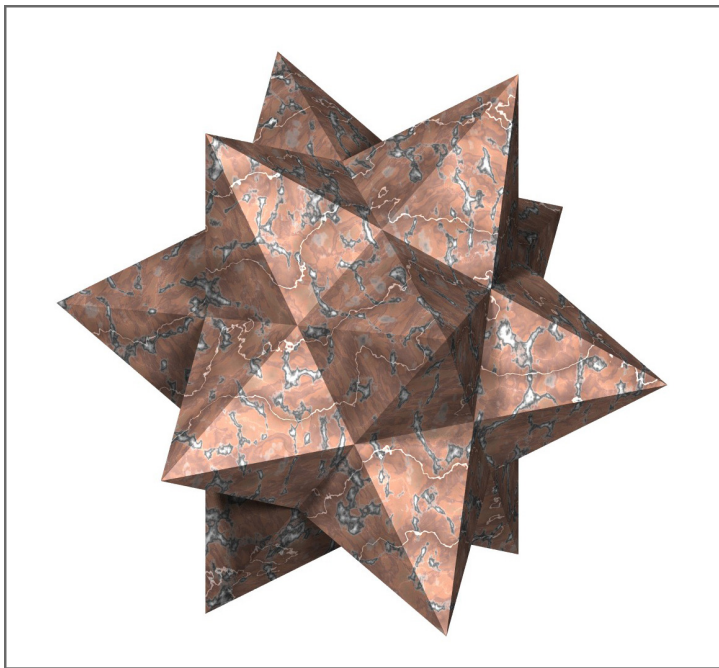
Co ještě dodat k neobyčejnému číslu šedesát?

Šedesát metrů je např. vysoká Petřínská rozhledna. V šedesátých letech se v šedesáti chodilo do důchodu a šedesátník stál v Praze lístek na tramvaj.

A tento článek je věnován dnešním, včerejším i budoucím šedesátníkům.

L i t e r a t u r a

- [1] BEUTELSPACHER, A.: *Sechzig, die ganz besondere Zahl*. ([http://www.hr-online.de/web/site/radio/hr2/index.jsp?rubrik=31642 &key=standard.document_39142629&tl=rs](http://www.hr-online.de/web/site/radio/hr2/index.jsp?rubrik=31642&key=standard.document_39142629&tl=rs))
- [2] ČERNÝ, J.: *Základní grafové algoritmy*. KAM, MFF UK, 2008 (<http://kam.mff.cuni.cz/~kuba/ka/ka.pdf>).
- [3] ECKLIN, S.: *Zählen, Messen, Wägen: Rechnen vor 4000 Jahren*. Bayerische Akademie der Wissenschaften; Akademie aktuell 03/2008; (www.badw.de/aktuell/akademie_aktuell/.../05_Ecklin.pdf).
- [4] JIRÁSEK, F.: *Bílý Újezd – dějiny obce*. (<http://www.bilyujezd.cz/>)
- [5] Redaktion: *Kugeln in Qualm*. Der Spiegel 7/1991, s. 216–217.
- [6] KIEPSCH, SEBASTIAN: *Fullerene*. (<http://www.uni-saarland.de/fak7/hartmann/files/docs/pdf/teaching/lectures/talks/WS0708/Fullerene.pdf>)
- [7] DIEDERICH, F. A KOL.: *Fullerene: Fussballförmige Moleküle mit erfolgversprechenden Eigenschaften*. (<http://www.chab.ethz.ch/publicrelations/publikationen/molmix/mm01/mm01-fullerene.pdf>)
- [8] MAT, P.: *Mýty a skutečnost; původ čísel 60 a 360*. <http://myty.info/view.php?cislocianku=2007100001>
- [9] KŘÍŽEK, M., SOMER, L., ŠOLCOVÁ, A.: *Kouzlo čísel*. Academia, Praha 2009.



Kolik trojúhelníkových stěn má tato keplerovská hvězda?
(Obrázek nakreslil Jakub Šolc.)