

47. ročník Fyzikální olympiády, kategorie A, B. Úlohy 1. kola

*Rozhledy matematicko-fyzikální*, Vol. 80 (2005), No. 3, 36–44

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146111>

## Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2005

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

47. ročník Fyzikální olympiády, kategorie A, B  
Úlohy 1. kola

(Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ .)

### KATEGORIE A

#### 1. Srážka vagonů

Vagon o hmotnosti  $m_1$  se pohybuje po přímých vodorovných kolejích rychlostí  $v_1$  a narazí do stojícího vagonu o hmotnosti  $m_2$ . Oba vagony mají pružinové nárazníky. Celková tuhost pružin nárazníků, které se uplatní při srážce, je  $k$ . Srážka je dokonale pružná.

- a) Určete rychlosti  $u_1$ ,  $u_2$  vagonů po srážce.
- b) Určete dobu  $\Delta t$ , po kterou se nárazníky vagonů vzájemně dotýkaly.
- c) Určete maximální zrychlení každého z vagonů během srážky.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $m_1 = 20 \text{ t}$ ,  $m_2 = 30 \text{ t}$ ,  $v_1 = 4,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $k = 7,0 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ .

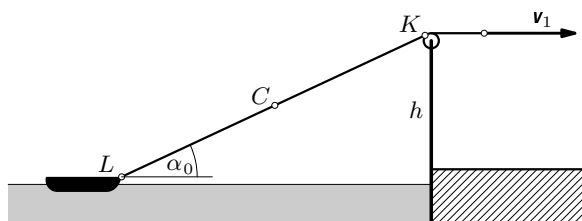
*Doporučení: Řešení proveďte z hlediska pozorovatele ve vztažné soustavě spojené s těžištěm soustavy vagonů.*

#### 2. Lodka

Lodka je tažena ke břehu lanem vedeným přes kladku umístěnou ve výšce  $h$  nad hladinou (obr. 1). Konec lana se pohybuje stálou rychlostí  $v_1$ .

- a) Určete okamžitou rychlost  $v_L$  a okamžité zrychlení  $a_L$  lodky v okamžiku, kdy lano svírá s hladinou úhel  $\alpha_0$ .
- b) Na laně je uzel  $K$ , který se v uvedeném okamžiku přiblížil do těsné blízkosti kladky, a uzel  $C$ , který se právě nachází uprostřed mezi lodkou a kladkou. Určete jejich okamžité rychlosti  $v_K$ ,  $v_C$  a okamžitá zrychlení  $a_K$ ,  $a_C$ .

Rozměry lodky a kladky zanedbejte. Řešte nejprve obecně a pak pro hodnoty  $h = 10 \text{ m}$ ,  $v_1 = 5,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\alpha_0 = 40^\circ$ .



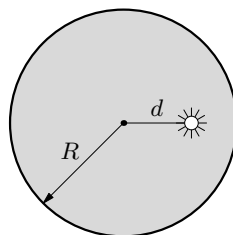
Obr. 1

### 3. Světlo v kouli

Uvnitř koule o poloměru  $R$  vyrobené ze skla o indexu lomu  $n$  se nachází všesměrový bodový zdroj světla (obr. 2).

- Jaká musí být jeho vzdálenost  $d$  od středu koule, aby se část světelného toku úplně odrazela od povrchu koule?
- Při které vzdálenosti se bude úplně odrazet právě polovina světelného toku?

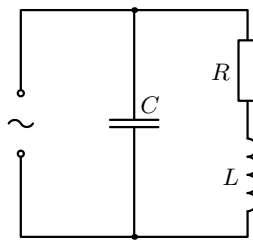
Řešte obecně a pak pro hodnoty  $R = 10$  cm,  $n = 1,52$  (lehké korunové sklo).



Obr. 2

### 4. Obvod střídavého proudu

Ke zdroji harmonického střídavého proudu jsou paralelně připojeny dvě větve. V jedné je zapojen kondenzátor o kapacitě  $C = 10 \mu\text{F}$ , ve druhé rezistor o odporu  $R = 200 \Omega$  a cívka o indukčnosti  $L = 2,00$  H (obr. 3). Větvi s kondenzátorem prochází proud o efektivní hodnotě  $I_1 = 0,3$  A, větvi s rezistorem a cívkou proud o efektivní hodnotě  $I_2 = 0,2$  A.



Obr. 3

- Určete frekvenci  $f$  a efektivní hodnotu  $U$  napětí zdroje.
- Určete efektivní hodnotu  $I$  celkového proudu procházejícího zdrojem a jeho fázové posunutí proti svorkovému napětí.

Součásti obvodu považujte za ideální.

**5. Hod kamenem**

Kámen hodíme šikmo vzhůru pod elevačním úhlem  $\alpha$ , počáteční rychlost bude mít velikost  $v_0$ .

- Jaký největší elevační úhel můžeme zvolit, má-li se kámen po celou dobu letu neustále vzdalovat od počátku trajektorie?
- Jak se bude měnit vzdálenost kamene od počátku trajektorie v závislosti na čase, zvolíme-li elevační úhel  $\alpha = 75^\circ$  a velikost počáteční rychlosti  $v_0 = 40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ?

Odpor vzduchu a počáteční výšku kamene nad rovinou dopadu zanedbejte.

**6. Praktická úloha: Měření vlastností optické soustavy**

Z optické soupravy vyberte spojku o známé ohniskové vzdálenosti  $f_1$  a rozptylku o známé ohniskové vzdálenosti  $f_2$ . Na optické lavici z nich vytvořte centrovanou optickou soustavu. Vzdálenost  $d$  středů obou čoček a jejich ohniskové vzdálenosti volte tak, aby platilo  $d < f_1 < |f_2|$ . (Doporučené hodnoty:  $f_1 = 10 \text{ cm}$ ,  $f_2 = -20 \text{ cm}$ ,  $d = 4 \text{ cm}$ .)

*Úkoly:*

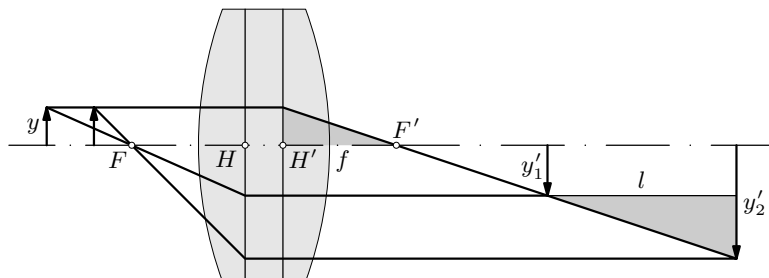
- Zobrazením velmi vzdálených předmětů (budov, stromů) na matnici určete polohu obou ohniskových rovin soustavy.
- Abbeovou metodou změřte ohniskovou vzdálenost soustavy a určete polohu hlavních rovin soustavy.
- Zvolenou optickou soustavu narýsujte ve vhodném měřítku a graficky – užitím vhodných paprsků – určete polohu jejich ohnisek a hlavních rovin.
- Vypočítejte polohu ohnisek a hlavních rovin soustavy. Potřebné vztahy naleznete v letošním studijním textu *Zobrazení čočkami*. Při grafickém řešení a výpočtech tloušťku čoček zanedbejte. Úlohu řešte pro případ, že spojka je na předmětové straně a rozptylka na obrazové straně soustavy.
- Výsledky získané experimentálně, graficky a početně porovnejte.

*Abbeova metoda:*

Při pevné poloze optické soustavy umístěte v dostatečně velké vzdálenosti od ní matnici. Osvětlený předmět o výšce  $y$  posouvajte, až na matnici vznikne jeho převrácený skutečný obraz, a změřte výšku ob-

razu  $|y'_1|$ . Pak posuňte matnici směrem od optické soustavy do vzdálenosti  $l$ , posunutím předmětu opět vytvořte na matnici převrácený skutečný obraz a změřte jeho velikost  $|y'_2|$ . Z podobnosti zvýrazněných trojúhelníků na obr. 4 plyne pro ohniskovou vzdálenost optické soustavy vztah

$$f = \frac{y \cdot l}{|y'_2| - |y'_1|}.$$



Obr. 4

### 7. Změna tlaku v reakční komoře

Reakční komora o objemu  $V = 5,00 \text{ dm}^3$  byla při teplotě  $t_0 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$  naplněna směsí metanu a kyslíku o celkovém tlaku  $p_0 = 1,00 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Parciální tlaky obou složek byly stejné. Po uzavření komory byla směs zapálena. Hořením metanu vznikl oxid uhličitý a vodní pára.

- Určete tlak v komoře po ochlazení produktů hoření na původní teplotu.
- Určete teplo, které bylo nutno odvést do okolí, jestliže měrné spalné teplo metanu je  $H = 5,56 \cdot 10^4 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .

Další potřebné údaje vyhledejte v MFCh tabulkách.

## KATEGORIE B

### 1. Kmity na gumovém vlákně

Na gumovém vlákně, které má v nezátíženém stavu délku  $l_0 = 70 \text{ cm}$ , je zavěšena koule o hmotnosti  $m = 0,25 \text{ kg}$ . Při malém vychýlení dolů se koule rozkmitá okolo rovnovážné polohy s periodou  $T = 1,20 \text{ s}$ .

## SOUTĚŽE

- a) Jakou maximální amplitudu výchylky  $A$  mohou mít kmity koule, má-li být vlákno stále napnuto?

Kouli vychýlíme z rovnovážné polohy svisle dolů do vzdálenosti  $B = 2A$  a uvolníme ji.

- b) Do jaké výšky nad rovnovážnou polohu vystoupí?  
c) Jak se změní perioda kmitů?  
d) Nakreslete graf závislosti okamžité výchylky na čase od okamžiku uvolnění až po návrat do výchozí polohy.

Řešte obecně a pro dané hodnoty. Předpokládejte, že vlákno je dokonale pružné a síla, kterou působí na kouli, je přímo úměrná jeho prodloužení. Odpor vzduchu zanedbejte.

### 2. Cívky a kondenzátor v obvodu střídavého proudu

Ke zdroji střídavého napětí o frekvenci 50 Hz jsou sériově připojeny kondenzátor o kapacitě  $10 \mu\text{F}$  a ampérmetr, na kterém čteme proud  $I_1$ . Do obvodu zapojíme ještě cívku sériově s kondenzátorem a ampérmetrem.

- a) Jakou indukčnost musí mít cívka, aby se údaj ampérmetru zdvojnásobil?  
b) Jakou indukčnost musí mít cívka, aby se údaj ampérmetru zmenšil na polovinu?  
c) Jaký proud naměříme, jestliže cívku z úlohy a) nebo b) připojíme ke kondenzátoru ne sériově, ale paralelně?

Všechny součásti obvodu považujte za ideální.

### 3. Srážky částic

Částice o hmotnosti  $M$  letící rychlostí  $v_1$  narazí čelně do částice o hmotnosti  $m$ . Předpokládejte, že srážka je dokonale pružná.

- a) Určete rychlost  $v'_1$ , jakou se bude pohybovat částice o hmotnosti  $M$  po srážce, a kinetickou energii  $E'_{k1}$  této částice. Výsledek vyjádřete pomocí zadaných veličin.  
b) Určete poměr energií  $k = \frac{E'_{k1}}{E_{k1}}$ , kde  $E_{k1}$  je kinetická energie částice o hmotnosti  $M$  před srážkou.  
c) Dokažte, že při značně rozdílných hmotnostech  $m, M$  obou částic téměř nedochází k předání energie. Stanovte také, při kterém

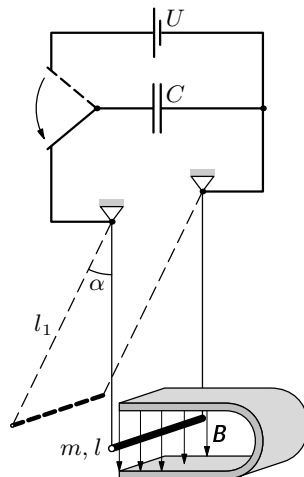
poměru  $\frac{m}{M}$  je předání energie částice  $M$  částici  $m$  maximální.

- d) Rychlý neutron v reaktoru se dostane z paliva do grafitového moderátoru a tam se postupnými srážkami zpomalí. Určete poměr energie neutronu po srážce s atomem uhlíku a před ní. Předpokládejte, že srážka je čelní a dokonale pružná.
- e) Po kolika takovýchto srážkách bude mít neutron z úlohy d) méně než 10 % své původní energie?

Úlohy a) až c) řešte obecně, úlohy d) a e) nejprve obecně, pak pro relativní atomové hmotnosti  $A_r(\text{C}) = 12,011$ ,  $A_r(\text{n}) = 1,0087$ . Předpokládejte, že rychlosti částic jsou dostatečně malé v porovnání s rychlostí světla ve vakuu, takže je možno zanedbat relativistické efekty.

#### 4. Vychýlení vodiče v magnetickém poli při průchodu proudem

Vodivá tyčinka o hmotnosti  $m = 10,0 \text{ g}$  je zavěšena na dvou tenkých ohebných závěsech délky  $l_1 = 60 \text{ cm}$  a zanedbatelné hmotnosti v horizontální poloze mezi póly permanentního magnetu (obr. 1). Magnetické pole mezi póly považujte za homogenní, vektor magnetické indukce směřuje dolů a má velikost  $B = 0,500 \text{ T}$ , aktivní délka vodiče je  $l = 10,0 \text{ cm}$ . Kondenzátor o kapacitě  $C = 1000 \mu\text{F}$  nabijeme ze zdroje o napětí  $U = 100 \text{ V}$  a pak jej vybijeme přes závěsy a tyčinku. Doba, za kterou se kondenzátor úplně vybije, je velmi krátká.



Obr. 1

- a) O jaký úhel se závěsy vychýlí z rovnovážné polohy?
- b) Jak bychom popsané zařízení mohli využít pro měření elektrických veličin?

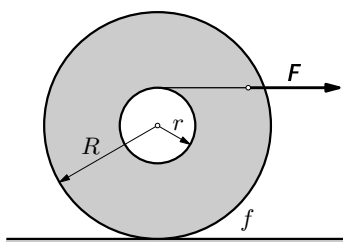
Úlohu a) řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty. Pro malé úhly můžete použít aproximaci  $\cos \alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1 - 2 \left(\frac{\alpha}{2}\right)^2$ .

## 5. Valení cívky

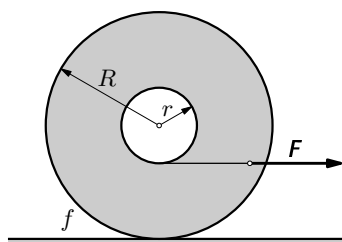
Cívku tvořenou dvěma kruhovými kotouči o poloměru  $R = 200$  mm a válcem o poloměru  $r = 75$  mm táhneme po vodorovné podložce pomocí tenkého neroztažitelného vlákna navinutého na válci silou  $F$  vodorovného směru (obr. 2). Hmotnost cívky je  $m = 8,0$  kg, moment setrvačnosti vzhledem k rotační ose souměrnosti je  $J_0 = 0,15$  kg · m<sup>2</sup>, součinitel smykového tření mezi cívkou a podložkou je  $f = 0,20$ . Valivý odpor je zanedbatelný.

- Určete maximální velikost síly  $F$ , při které nedochází k prokluzu cívky po podložce, a úhlové zrychlení cívky při jejím dosažení.
- Řešte tutéž úlohu pro případ podle obr. 3.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro dané hodnoty.



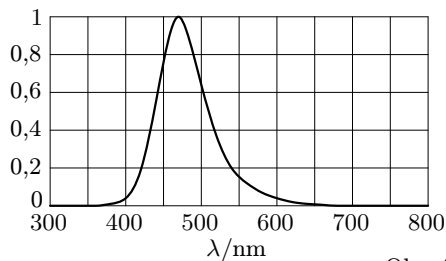
Obr. 2



Obr. 3

## 6. Praktická úloha: Studium vlastností svítících diod

Provozní napětí různých svítících diod, tj. napětí, při kterém prochází diodou zapojenou v propustném směru proud doporučený výrobcem – obvykle 20 mA – se liší podle barvy světla, které dioda za provozu vyzařuje. Svítící diody sice



Obr. 4

nevyzařují dokonale monochromatické světlo, ale jejich spektrální křivka vykazuje pro určitou vlnovou délku  $\lambda_m$  ostré maximum. Na-



příklad modrá dioda L-53MBCK vyzařuje s maximální intenzitou světlo o vlnové délce 466 nm (obr. 4).

*Úkoly:*

- a) Opatřete si svítící diody různých barev – červenou, žlutou, zelenou a modrou – a určete jejich voltampérové charakteristiky.

Ověřte, že pro malé proudy do 1 mA, kdy se uplatňují především vlastnosti přechodu PN, mají charakteristiky exponenciální průběh a dají se popsat vztahem

$$I = A(e^{BU} - 1) \approx Ae^{BU},$$

kde  $A$  a  $B$  jsou konstanty dané diody. Zjistěte jejich hodnoty pro jednotlivé diody.

Ověřte, že při proudech větších než 5 mA, kdy se ve větší míře uplatňuje ohmický odpor polovodičového materiálu, je průběh charakteristik prakticky lineární. Určete diferenciální odpor

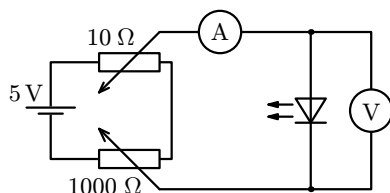
$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

jednotlivých diod v této oblasti.

- b) Zjistěte vlnové délky  $\lambda_m$  světla, které jednotlivé diody vyzařují s maximální intenzitou.
- c) U každé diody porovnejte energii fotonu světla o vlnové délce  $\lambda_m$  a elektrickou práci spojenou s průchodem jednoho elektronu diodou při provozním napětí.

*Provedení úlohy:*

Doporučené zapojení pro měření voltampérové charakteristiky diody je na obr. 5. Použijeme digitální voltmetr s co největším vnitřním odporem (10 M $\Omega$ ). I tak bychom měli při měření malých proudů provádět opravu na proud voltmetru. Výsledky měření zapíšeme do tabulky:



Obr. 5

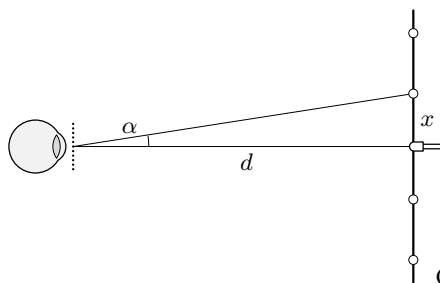
$I/\text{mA}$	0,01	0,03	0,1	0,3	1,0	3,0	6,0	10	15	20
$U/\text{V}$										

## SOUTĚŽE

Vlnové délky světla vyzařovaného diodou s největší intenzitou můžete zjistit v katalogu výrobce. Lze je také jednoduše změřit pomocí optické ohybové mřížky. Svítící diodu, kterou prochází běžný provozní proud (obvykle 20 mA), připevníme na pravítko s dobře čitelnou délkovou stupnicí a díváme se na ni prostým okem přes optickou mřížku umístěnou ve vzdálenosti  $d$  (obr. 6). Kromě diody vidíme na stupnici interferenční maxima ohybového jevu. Jestliže maximum prvního řádu leží ve vzdálenosti  $x$  od diody, má vyzařované světlo vlnovou délku

$$\lambda = b \sin \alpha = \frac{bx}{\sqrt{d^2 + x^2}},$$

kde  $b$  je mřížková konstanta (perioda) optické mřížky.



Obr. 6

## 7. Raketový motor

Do spalovací komory raketového reaktivního motoru vstupuje za 1 sekundu vodík o hmotnosti  $m$  a množství kyslíku potřebné pro jeho úplné shoření. Výstupní otvor trysky má plošný obsah  $S$ , vystupující plyn má po expanzi v trysce tlak  $p$  a absolutní teplotu  $T$ . Určete výstupní rychlost plynu a tažnou sílu motoru.

Úlohu řešte obecně a pro hodnoty  $m = 50 \text{ kg}$ ,  $S = 2,0 \text{ m}^2$ ,  
 $p = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ,  $T = 940 \text{ K}$ .