

Rozhledy matematicko-fyzikální

Dušan Jedinák

17 úloh pre rok 2017

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 92 (2017), No. 3, 23–24

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/146888>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2017

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

17 úloh pre rok 2017

Dušan Jedinák, Trnava

1. Stanovte počet prirodzených čísel od 1 do 10^6 , ktoré končia štvorčís-
lím 2017.
2. Stanovte, koľko prvočísel menších než 2017 má ciferný súčet dve.
3. Stanovte ciferný súčet čísla $10^{2017} + 2017$.
4. Stanovte poslednú cifru čísla $2017^{2017} - 17$.
5. Stanovte prvú číslicu najmenšieho prirodzeného čísla, ktorého súčet
číslic je 2017.
6. Zapišme za sebou čísla od 1 do 999:

1234567891011121314...997998999

Stanovte, aká číslica je na 2017. mieste od začiatku.

7. Stanovte hodnotu výrazu

$$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdots \left(1 + \frac{1}{2015}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2016}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{2017}\right).$$

8. Stanovte zvyšok po delení čísla 10^{2017} číslom 15.
9. Stanovte poslednú cifru desatinného rozvoja čísla 5^{-2017} .
10. Stanovte číselnú hodnotu výrazu

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{2015 \cdot 2016} + \frac{1}{2016 \cdot 2017}.$$

11. Zápis čísla K sa skladá z 2017 deviatok (999...999). Stanovte, koľko
deviatok obsahuje desiatkový zápis čísla K^2 .
12. V encyklopédii je očíslovaných 2017 strán (prirodzené čísla do 2017
vrátane). Stanovte, koľkokrát sa na týchto očíslovaných stránkach
vyskytuje číslica 7.
13. Stanovte, koľko prirodzených čísel menších než 10^{2017} má ciferný
súčet 3.
14. Nájdite všetky trojice prirodzených čísel $x < y < z$, ktoré sú riešením
rovnice

$$x \cdot y \cdot z + 4 = 2017.$$

PRO ŽÁKY ZÁKLADNÍCH ŠKOL

15. Stanovte, koľko štvoric prirodzených čísel $x < y < z < t$ je riešením rovnice

$$x \cdot y \cdot z \cdot t + 15 = 2017.$$

16. Na tabuli sú napísané všetky prirodzené čísla od 1 do 2017 (vrátane). Ak najprv označíme z nich všetky, ktoré sú deliteľné dvomi, potom inou značkou označíme všetky čísla deliteľné tromi a na záver označíme zase inou značkou všetky čísla deliteľné štyrmi, stanovte, koľko z čísel na tabuli bude potom označených práve dvomi značkami.
17. Vieme, že

$$s_n = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots (-1)^{n-1} \cdot n.$$

Stanovte $s_{2016} + s_{2017}$.

Správne odpovede:

1. počet hľadaných čísel je 100
2. sú len tri také prvočísla: 2; 11; 101
3. ciferný súčet je 11
4. posledná cifra je 0
5. prvá číslica je 1
6. na 2017. mieste od začiatku je číslica 7
7. hodnota výrazu je 1 008,5
8. zvyšok po delení je 10
9. posledná cifra je 2
10. 2016/2017, teda približne 0,999 504 214 179
11. deviatok je 2016
12. číslica 7 sa tam vyskytuje 602 krát
13. požadovaných čísel je 1 369 657 969
14. (použi $2013 = 3 \cdot 11 \cdot 61$) trojice sú štyri:
 $(1, 3, 671), (1, 11, 183), (1, 33, 61), (3, 11, 61)$
15. (použi $2002 = 2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$) požadovaných štvoric je sedem
16. čísel je 504
17. súčet je 1

Správne odpovede sú aj na webstránke www.era.topindex.sk v časti Testy s matematickou tematikou (17 úloh pre rok 2017).