Michal Rolínek

60. mezinárodní matematická olympiáda

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 94 (2019), No. 3, 42–47

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/147896

60. mezinárodní matematická olympiáda

Michal Rolínek, Institut Maxe Plancka, Tübingen

Mezinárodní matematická olympiáda se uskutečnila letos v červenci ve Velké Británii, a to již potřetí ve své historii. Soutěž hostilo studentské město Bath na jihozápadě Anglie a zúčastnilo se jí 621 soutěžících ze 112 zemí. Naši studenti dovezli čtyři bronzové medaile.

Jako první na místo přijeli vedoucí národních delegací, jejichž hlavním úkolem bylo z 32 připravených návrhů rozdělených do čtyř kategorií (algebra, kombinatorika, geometrie a teorie čísel) vybrat šestici úloh pro soutěž a shodnout se na bodovacích schématech k jednotlivým úlohám. Zadání vybraných úloh naleznete na konci této zprávy.

Soutěžící a pedagogičtí vedoucí přijeli do Británie o tři dny později. Ubytováni byli na kolejích místní univerzity, kde také 16. a 17. července proběhla samotná soutěž. Soutěžící měli každý den 4,5 hodiny na řešení tří obtížných úloh. Za každou úlohu mohli získat až 7 bodů. Připomeňme, že zhruba polovina soutěžících si z olympiády doveze medaili, přičemž počet udělených zlatých (G), stříbrných (S) a bronzových (B) medailí je v přibližném poměru 1 : 2 : 3.

Českou republiku reprezentovali *Matěj Doležálek* z Gymnázia Dr. A. Hrdličky v Humpolci, *Karel Chwistek* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Václav Janáček* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně, *Lenka Kopfová* z Mendelova Gymnázia v Opavě, *Josef Minařík* z gymnázia na tř. Kpt. Jaroše v Brně a *Dominik Stejskal* z gymnázia v Krnově. Vedoucím týmu byl *Michal Rolínek*, Ph.D., z Institutu Maxe Plancka v Tübingenu a pedagogickým vedoucím *Josef Tkadlec* z IST Austria.

Přehled výsledků našich soutěžících uvádíme v tabulce:

Umístění		Body za úlohu 1	2	3	4	5	6	Body	Cena
168.–213.	Matěj Doležálek	7	1	0	7	7	0	22	B
168.–213.	Lenka Kopfová	7	1	0	7	7	0	22	B
214.–244.	Josef Minařík	7	0	0	7	7	0	21	B
245.–255.	Václav Janáček	7	0	1	5	7	0	20	B
386.–401.	Karel Chwistek	4	0	0	0	7	0	11	HM
402.–416.	Dominik Stejskal	3	0	0	0	7	0	10	HM
	Celkem	35	2	1	26	42	0	106	

Český tým získal čtyři bronzové medaile (Matěj, Vašek, Lenka a Pepa) a dvě čestná uznání (Karel a Dominik), která se udělují za úplné vyřešení alespoň jedné úlohy. V neoficiálním pořadí států obsadila ČR 46. místo. Tento výsledek sice není oslnivý, je ale třeba dodat, že český tým zazářil při řešení páté soutěžní úlohy, za niž získal maximální možný počet 42 bodů. To se mimo první patnáctku podařilo již jen Německu a Kanadě.

Pro zajímavost uvádíme i výsledky slovenských soutěžících v samostatné tabulce:

Umístění		Body za úlohu 1	2	3	4	5	6	Body	Cena
55.–64.	Michal Staník	7	1	7	7	7	0	29	S
168.–213.	Martin Melicher	7	1	0	7	7	0	22	B
245.–255.	Matej Urban	7	0	0	6	7	0	20	B
256.–266.	Dávid Pásztor	7	2	0	5	5	0	19	B
345.–360.	Marián Poturnay	7	0	0	0	7	0	14	HM
402.–416.	Samuel Krajči	1	0	1	1	7	0	10	HM
	Celkem	36	4	8	26	40	0	114	

Co se týče ostatních států, o prvenství se podělili tradiční giganti USA a Čína s jednobodovým náskokem před Jižní Koreou. Olympiáda se vydařila polskému týmu, který nejenže skončil již druhý rok po sobě v první desítce, ale také dosáhl nebývalého úspěchu v individuální soutěži; Jan Fornal získal plný počet 42 bodů, a stal se tak (spolu s dalšími pěti soutěžícími) absolutním vítězem soutěže. Kompletní výsledky jsou dostupné na adrese:

`https://www.imo-official.org/year_country_r.aspx?year=2019`

Celkové pořadí zúčastněných zemí, získané body a medaile:

	G	S	B	body
ČLR	6	0	0	227
USA	6	0	0	227
Jižní Korea	6	0	0	226
KLDR	3	3	0	187
Thajsko	3	3	0	185
Rusko	2	4	0	179
Vietnam	2	4	0	177
Singapur	2	4	0	174
Srbsko	3	1	2	171
Polsko	1	3	2	168
Maďarsko	1	3	2	165
Ukrajina	1	4	1	165
Japonsko	2	2	2	162
Indonésie	1	4	1	160
Indie	1	4	0	156
Izrael	1	3	2	156
Rumunsko	1	2	3	155
Austrálie	2	1	3	154
Bulharsko	0	5	1	152
Velká Británie	1	2	3	149
Tchaj-wan	1	2	3	148
Kazachstán	0	2	4	146
Írán	1	2	3	145
Kanada	1	1	4	144
Francie	0	2	4	142
Mongolsko	1	1	3	141
Itálie	0	2	4	140
Peru	0	3	1	137
Brazílie	0	2	4	135
Turecko	1	1	3	135
Filipíny	0	1	5	129
Německo	1	0	3	126
Saudská Arábie	0	1	4	124
Norsko	0	1	3	122
Bělorusko	0	2	2	119
Estonsko	0	1	4	118
Hongkong	0	1	3	117
Nizozemsko	0	1	4	117
Slovensko	0	1	3	114
Řecko	0	1	2	112
Mexiko	0	1	3	111
Chorvatsko	0	0	3	110

	G	S	B	body
Španělsko	0	0	5	110
Slovinsko	0	2	1	109
Gruzie	0	1	4	108
Česká republika	0	0	4	106
JAR	0	0	4	106
Dánsko	0	1	2	105
Arménie	0	2	1	104
Moldavsko	0	1	1	100
Ázerbájdžán	0	0	3	98
Litva	0	0	3	96
Argentina	0	0	3	95
Portugalsko	0	1	1	93
Macao	0	0	3	92
Švédsko	1	0	1	92
Sýrie	0	1	1	92
Nový Zéland	0	0	2	89
Švýcarsko	0	0	3	89
Rakousko	0	0	4	84
Bosna a Hercegovina	0	0	0	84
Tádžikistán	0	1	1	82
Uzbekistán	0	0	1	81
Maroko	0	0	1	80
Finsko	0	1	1	78
Kolumbie	0	0	2	77
Bangladéš	0	0	1	76
Belgie	0	1	1	75
Srí Lanka	0	0	1	73
Malajsie	0	0	2	71
Irsko	0	1	0	61
Lotyšsko	0	0	0	56
Turkmenistán	0	0	0	53
Tunisko	0	0	0	48
Kypr	0	0	0	47
Makedonie	0	0	0	47
Alžírsko (5)	0	0	1	46
Salvádor (4)	0	0	2	45
Kosovo	0	0	0	43
Albánie	0	0	0	37
Island	0	0	0	37
Panama (4)	0	0	1	37
Kostarika	0	0	0	34

	G	S	B	body
Pákistán (5)	0	0	1	34
Trinidad a Tobago	0	0	0	34
Černá Hora (5)	0	0	0	33
Ekvádor (5)	0	0	0	32
Uruguay (5)	0	0	0	29
Kuba (2)	0	0	0	23
Chile (4)	0	0	0	20
Kyrgyzstán	0	0	0	19
Paraguay	0	0	0	18
Irák	0	0	0	17
Nepál	0	0	0	17
Nikaragua (2)	0	0	0	17
Egypt (4)	0	0	0	12
Ghana (4)	0	0	0	11
Myanmar	0	0	0	11
Kambodža	0	0	0	10
Bolívie	0	0	0	9
Lucembursko	0	0	0	9
Dominikánská republika (5)	0	0	0	5
Uganda	0	0	0	5
Guatemala (3)	0	0	0	4
Honduras (3)	0	0	0	3
Portoriko (1)	0	0	0	3
Tanzánie	0	0	0	3
Venezuela (2)	0	0	0	3
Botswana (2)	0	0	0	2
Angola (2)	0	0	0	0
Keňa (2)	0	0	0	0
Spojené arabské emiráty	0	0	0	0

Je potěšující, že česká stopa byla na soutěži viditelná nejen mezi soutěžícími. Průvodcem českého týmu byl *Pavel Turek* (zlatý medailista z Brazílie z roku 2017), jako koordinátor se do soutěže zapojil *Vojtěch Dvořák* (držitel čestného uznání z Thajska z roku 2015) a zlaté medaile, jakožto zástupce sponzora, předával *Tomáš Protivínský* (bronzový medailista z poslední MMO ve Velké Británii z roku 2002).

Příští 61. ročník Mezinárodní matematické olympiády proběhne v ruském Petrohradu.

Závěrem uvádíme texty soutěžních úloh (v závorce je uvedena země, která úlohu navrhla).

1. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC s opsanou kružnicí Γ. Nechť $\mathbb{Z}$ značí množinu celých čísel. Určete všechny funkce $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ takové, že pro libovolná celá čísla a, b platí

$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b)).$$

(*Jihoafrická republika*)

2. Na stranách BC a AC trojúhelníka ABC leží po řadě body A_1 a B_1. Body P a Q jsou zvoleny postupně uvnitř úseček AA_1 a BB_1 tak, že přímka PQ je rovnoběžná se stranou AB. Dále P_1 je bod na přímce PB_1, pro nějž platí, že B_1 leží uvnitř úsečky PP_1 a zároveň $|\sphericalangle PP_1C| = |\sphericalangle BAC|$. Podobně bod Q_1 leží na přímce QA_1 tak, že A_1 leží uvnitř úsečky QQ_1 a zároveň platí $|\sphericalangle CQ_1Q| = |\sphericalangle CBA|$.

(*Ukrajina*)

3. Na sociální síti s 2019 uživateli jsou některé dvojice uživatelů přátelé, přičemž přátelství jsou vždy vzájemná. Vztahy v této síti se mohou měnit opakovaným provedením následující operace:

> Tři uživatelé A, B, C splňující, že A se přátelí s B i C a zároveň že B a C nejsou přáteli, změní svá přátelství tak, že B se spřátelí s C a zároveň A ukončí svá přátelství s B i s C. Všechna ostatní přátelství zůstanou beze změny.

Na začátku je v síti 1010 uživatelů, z nichž každý má 1009 přátel, a 1009 uživatelů, z nichž každý má 1010 přátel. Ukažte, že existuje vhodná posloupnost uvedených operací, po jejímž provedení nemá žádný uživatel sítě více než jednoho přítele. (*Chorvatsko*)

4. Nalezněte všechny dvojice kladných celých čísel (k, n) splňujících

$$k! = (2^n - 1)(2^n - 2)(2^n - 4) \cdots (2^n - 2^{n-1}).$$

(*Salvador*)

5. Banka města Bath vydává mince, na jejichž jedné straně je vyraženo písmeno H a na té druhé pak písmeno T. Pepa si n takových mincí postavil do řady zleva doprava a opakoval následující operaci: Ukazuje-li alespoň jedna mince H, pak Pepa obrátí k-tou minci zleva, kde k je počet mincí ukazujících H. Ukazují-li všechny mince písmeno T, posloupnost operací končí. Například pro $n = 3$ a počáteční konfiguraci THT by Pepa postupně získal $THT \to HHT \to HTT \to TTT$ a po těchto třech operacích by skončil.

(a) Ukažte, že pro libovolnou počáteční konfiguraci je Pepa nucen skončit po konečném počtu kroků.

(b) Pro každou počáteční konfiguraci C označíme $L(C)$ počet operací, které Pepa provede, než je nucen skončit. Např. $L(THT) = 3$ a $L(TTT) = 0$. Pokud spočítáme hodnotu $L(C)$ pro každou z 2^n počátečních konfigurací, jaký bude aritmetický průměr všech spočítaných hodnot? (*USA*)

6. Nechť I je střed kružnice ω vepsané ostroúhlému trojúhelníku ABC, v němž $|AB| \neq |AC|$. Body dotyku kružnice ω se stranami BC, CA a AB označíme postupně jako D, E a F. Kolmice na přímku EF vedená bodem D protne kružnici ω podruhé v bodě R. Dále pak P je druhý průsečík AR s kružnicí ω. Konečně označme Q druhý průsečík kružnic opsaných trojúhelníkům PCE a PBF.

Dokažte, že průsečík přímek DI a PQ leží na kolmici vedené bodem A k přímce AI. (*Indie*)

Mezinárodní olympiády v informatice v roce 2019

Pavel Töpfer, MFF UK Praha

Nejlepší úspěšní řešitelé Matematické olympiády kategorie P (programování) dostávají pravidelně příležitost zúčastnit se dvou mezinárodních soutěží středoškoláků v informatice a programování. V roce 2019 se nejprve ve druhé polovině července na Slovensku v Bratislavě konala Středoevropská olympiáda v informatice CEOI 2019 (Central European Olympiad in Informatics), na začátku srpna se potom v hlavním městě Ázerbájdžánu v Baku uskutečnila celosvětová Mezinárodní olympiáda v informatice IOI 2019 (International Olympiad in Informatics).

Reprezentační družstva pro obě mezinárodní olympiády v informatice jsme vybrali na základě výsledků dosažených v ústředním kole Matematické olympiády kategorie P a podle výsledků krátkého dvoudenního výběrového soustředění, na které jsme pozvali všechny úspěšné řešitele ústředního kola MO kategorie P. Soustředění se konalo v dubnu v prostorách Matematicko-fyzikální fakulty UK v Praze a mělo podobný charakter, jako mají mezinárodní olympiády. Studenti na něm tedy řešili pouze praktické úlohy na počítačích. Rozbory soutěžních úloh následující po každém soutěžním dnu posloužily navíc jako příprava na účast v dalších programátorských soutěžích. Při výběru reprezentantů se sčítaly výsledky dosažené v ústředním kole MO-P a na tomto výběrovém soustředění. Na celosvětovou olympiádu IOI jsme vybrali družstvo sestavené ze čtyř nejlepších řešitelů bez ohledu na ročník jejich studia. Na středoevropskou soutěž CEOI jezdí tradičně další čtyři studenti, kteří ještě nejsou v maturitním ročníku a navíc splňují nižší věkový limit určený pravidly soutěže. Těmto mladším reprezentantům se účast na CEOI stává významným zdrojem zkušeností, které často využijí při své účasti v dalších ročnících národních i mezinárodních programátorských soutěží.

Studenti vybraní k účasti na IOI a CEOI se na svoji soutěž každoročně připravují na týdenním přípravném soustředění. Soustředění