Rozhledy matematicko-fyzikální

Eduard Šubert

Matematika nošení roušek

Rozhledy matematicko-fyzikální, Vol. 96 (2021), No. 1, 1–3

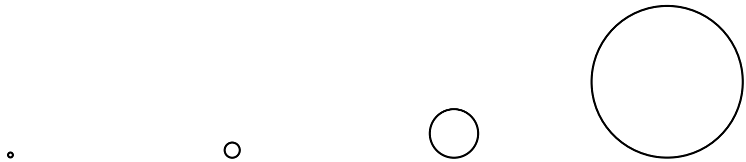
Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/148874

Matematika nošení roušek

Eduard Šubert, Praha

Určitě jste si v posledním roce položili jednu z otázek: „Jak pravděpodobné je, že se nakazím, když nebudu nosit roušku?“ „Jak se změní šance na nákazu pro ostatní, když naopak roušku nosit budu?“ „Co kdyby nosili roušku všichni?“ „A co kdyby nikdo?“ Na všechny tyto otázky si v článku odpovíme.

Na začátek si pro představu uveďme základní hodnoty. Když nakažená osoba dýchá, vypouští asi tisíc (10^3) virových částic každou minutu. Když nakažená osoba mluví, naprská asi deset tisíc (10^4) virových částic každou minutu. Když zakašle, dostane ze sebe asi sto tisíc (10^5) virových částic, a když kýchne, vypraví před sebe až milion (10^6) virových částic!



(a) $S \sim 10^3$ (b) $S \sim 10^4$ (c) $S \sim 10^5$ (d) $S \sim 10^6$

Obr. 1: Srovnání velikosti virové nálože

Čím více virových částic se přenese z člověka na člověka, tím větší je šance, že se přenese i nákaza. Je tedy zřejmé, že bychom se měli snažit omezit přenos virových částic.

Pro značení budeme uvažovat jedince jako uspořádané dvojice z množiny $\{$:, %$\} \times \{$#,)$\}$, kde : je zdravá osoba, % je nemocná, # nosí roušku,) roušku nenosí.

:#	:)
(a) zdravá s rouškou	(b) zdravá bez roušky
%#	%)
(c) nemocná s rouškou	(d) nemocná bez roušky

Obr. 2: Všechny prvky z $\{$:, %$\} \times \{$#,)$\}$

V tomto článku nebudeme řešit, jestli rouška funguje. Budeme předpokládat, že rouška zastaví nějaké procento virových částic a tím sníží pravděpodobnost nákazy. Je důležité si uvědomit, že tohle snížení se nekoná jen jednou. Nakažená osoba nošením roušky sníží pravděpodobnost, že nakazí ostatní, a zdravá zase nošením roušky chrání před nákazou sebe. Obecně rouška nemusí chránit stejnoměrně oběma směry, ale pro jednoduchost budeme předpokládat, že pro každého rouška sníží o 50 % pravděpodobnost, že se nakazí od svého okolí, i pravděpodobnost, že nakazí své okolí.

Existují čtyři možné situace v nošení roušky pro setkání mezi nakažlivou a nakazitelnou osobou. Ani jedna nemá roušku, jen nakažlivá má roušku, jen nakazitelná má roušku a obě mají roušku. Když nikdo nemá roušku, tak se pravděpodobnost nákazy nijak nezmění, tedy žádný pokles.

$$\texttt{\%)} + \texttt{:)} \Rightarrow \text{pokles o } 0\,\%$$

Když má roušku jen jedna z osob, tak je dle našeho předpokladu pokles o 50 %.

$$\texttt{\%)} + \texttt{:\#} \Rightarrow \text{pokles o } 50\,\%$$

$$\texttt{\%\#} + \texttt{:)} \Rightarrow \text{pokles o } 50\,\%$$

Když mají roušku obě, tak je to teprve zajímavé. Rouška nakažlivé osoby pravděpodobnost nákazy sníží o 50 % a to samé se stane i u roušky nakazitelné osoby, 50 % ještě o půlku klesne na 25 %. Pokles v tomto případě je tedy o 75 %!

$$\texttt{\%\#} + \texttt{:\#} \Rightarrow \text{pokles o } 75\,\%$$

Co nám pokles pravděpodobnosti nákazy pro konkrétní setkání dvou lidí řekne o poklesu šíření v celé populaci? Podívejme se nejdříve na extrémy. Kdyby nikdo nenosil roušku, tak budeme mít pouze setkání prvního druhu a pokles v šíření bude nulový, to je asi jasné.

$$\begin{array}{r} 1\cdot[\,\texttt{\%)} + \texttt{:)}\,] \\ +\,0\cdot[\,\texttt{\%)} + \texttt{:\#}\,] \\ +\,0\cdot[\,\texttt{\%\#} + \texttt{:)}\,] \\ +\,0\cdot[\,\texttt{\%\#} + \texttt{:\#}\,] \end{array} \Rightarrow \text{pokles o } 0\ \%$$

Kdyby naopak všichni nosili roušku, tak bychom měli pouze setkání čtvrtého druhu a šíření nákazy by pokleslo o celých 75 %.

$$\left.\begin{aligned} &0\cdot[\,\%)+:)\,]\\ +\,&0\cdot[\,\%)+:\#\,]\\ +\,&0\cdot[\,\%\#+:)\,]\\ +\,&1\cdot[\,\%\#+:\#\,]\end{aligned}\right.\quad\Rightarrow \text{pokles o } 75\,\%$$

A co někde mezi tím, co kdyby roušku nosilo jen 50 % lidí? Tak se na to podívejme, jaká je pravděpodobnost prvního druhu setkání? To by se musel setkat člověk bez roušky, těch je 50 %, s člověkem bez roušky, kterých je také 50 %. Pravděpodobnost setkání prvního druhu je tedy 25 %. Je zřejmé, že stejným výpočtem určíme i pravděpodobnosti ostatních setkání.

Po spočtení váženého průměru zjistíme, že když 50 % lidí nosí roušky, tak průměrně šíření nákazy pro všechny klesne o 43,75 %.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{4}\cdot(\%)+:))\\ +\,&\frac{1}{4}\cdot(\%)+:\#)\\ +\,&\frac{1}{4}\cdot(\%\#+:))\\ +\,&\frac{1}{4}\cdot(\%\#+:\#)\end{aligned}\right.\quad\Rightarrow \text{pokles } 43{,}75\,\%$$

Zajímavé také je, že pro ty s rouškou klesne průměrně šance na nakažení o 62,5 %, kdežto pro ty bez roušky jen o 25 %.

Tohle je matematika nošení roušky. Pokles v šíření nákazy není stejný jako efektivita roušky a často je vyšší, než bychom si mohli myslet.

Co když ale rouška není stejně efektivní na obě strany? A co když ji nenosí jen 50 % lidí? To jsou velmi dobré otázky, ale na ně už v tomto článku není místo. Určitě se podívejte na článek [1]. Můžete si v něm vyzkoušet měnit všechny parametry a zjistit tak odpovědi na všechny vaše otázky.

Literatura

[1] Bhatia, A., Reich, H.: *The Multiplicative Power of Masks.* Přeložil P. Kasík: Překvapivá účinnost roušek a respirátorů. MinutePhysics, 2020, https://aatishb.com/maskmath/.