

Milan Hejný; Marie Tichá

Matematické příběhy (1): Příběh první. Labyrint

Učitel matematiky, Vol. 10 (2002), No. 2, 95–103

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/150490>

Terms of use:

© Jednota českých matematiků a fyziků, 2002

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

MATEMATICKÉ PŘÍBĚHY (1)

Úvodní slovo

Od poloviny sedmdesátých let 20. století byly v rámci experimentálního vyučování na ZŠ Košická v Bratislavě vytvořeny „matematické příběhy“ pro žáky 5.–8. ročníku. Každý z příběhů otevíral jeden tematický celek a zároveň sloužil jako propedeutika některých důležitých pojmů. Od konce roku 1977 bylo v časopisu *Elektrón* postupně publikováno dvacet z těchto příběhů. Šestnáct z nich bylo posléze v roce 1981 souhrnně publikováno v nakladatelství *Mladé letá* v knížce M. Hejného – Ľ. Niepela: *Šestnáct matematických příběhů*.

Na tvorbě jednotlivých časopiseckých příběhů se kromě autorů podíleli i další kolegové: P. Bero, P. Cvik, O. Demáček, E. Gedeonová, T. Hecht, A. Kormanová a Š. Sakáloš.

Knížka se setkala s příznivým ohlasem i u českých učitelů. Příběhy byly úspěšně používány na letních školách pro žáky s větším zájmem o matematiku. Proto se připravovalo české vydání „šestnácti příběhů“ v překladu M. Tiché. Tento záměr se však tehdy, bohužel, nepodařilo realizovat.

S odstupem třinácti let přišla redakce časopisu *Učitel matematiky* s iniciativou příběhy postupně vydávat. Návrh redakce jsme přivítali. Připravujeme společně s kolegyní Tichou novou verzi příběhů¹.

Původní příběhy byly určeny žákům, tyto inovované příběhy jsou však adresovány kolegům učitelům jako inspirace k jejich pedagogické práci. Předpokládáme, že učitelé budou příběhy modifikovat tak, aby byly adekvátní věku a zkušenostem žáků. K příběhům, kromě úloh pro žáky, přikládáme i podněty pro učitele. Věříme totiž, že pokud se učitel bude spolupodílet na rozpracování daného tématu, bude jeho vhlad do dané problematiky hlubší a prezentace příběhu bude mít silnější účinek na žáky.

¹Kolega Niepel dal svolení k tomu, aby vzhledem k výrazným úpravám, které jsou dílem kolegyně Tiché, příběhy v nové verzi vycházely pod autorstvím M. Hejného a M. Tiché.

Budeme rádi, když si příběhy najdou své čtenáře, a uvítáme všechny rady, připomínky a podněty, které nám kolegové zašlou na adresu redakce nebo na naše e-mailové adresy.

Milan Hejný, Marie Tichá

Příběh první — LABYRINT

M. HEJNÝ, M. TICHÁ

Koncem srpna se sešli kamarádi Matěj a Filip a vyprávěli si, co zajímavého zažili o prázdninách.

„Já jsem byl s rodiči a se sestrou na Krétě“, vykládal Matěj. „Tatínek se chtěl hlavně podívat do Knóssu. Pořádně se na to připravoval, přečetl spoustu informací. A o všem, co si přečetl, nám vypravoval. Já jsem si myslel, že to je zbytečné, ale když jsme tam přijeli, tak jsem byl rád. Strašně mě překvapila ohromná rozloha palácového sídla krále Mínoa. Na některých místech mělo více pater, dokonce až čtyři podlaží. A to ten palác začali stavět asi před čtyřmi tisíci let! Mamince a sestře se moc líbily kresby na stěnách. Dlouhou dobu se nevědělo, kde tohle palácové sídlo je. Angličan Evans ho objevil až v roce 1900.

Měli tehdy dokonce i písmo. Je zachováno na disku z Faistu a je to jedno z dosud nerozluštěných písem. Čeká to na nás?!“

„No vidíš“, odpověděl Filip, „já jsem na Krétě nebyl, byl jsem na matematickém táboře, ale taky jsem se tam o Knóssu něco dozvěděl. Vedoucí nám po večerech vyprávěli všelijaké příběhy, historiky, báje, pověsti a tak. Posloucháš a najednou je z toho úloha. Například stará řecká báj o labyrintech, která se na Knóssu odehrávala.

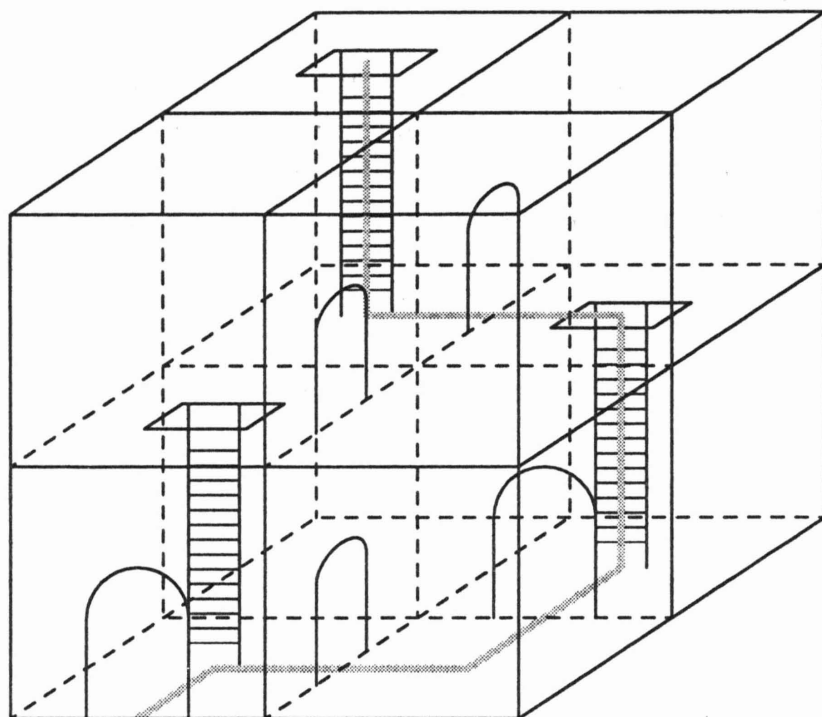
Dávno, před více než x lety, kde $x > 3000$, vládla celému Středomoří Kréta. Pánem tohoto pyšného ostrova byl král Mínos, který sídlil v honosném paláci ve městě Knóssu. Jednoho dne se

¹ Příspěvek byl připraven za podpory grantu GAČR 406/02/0829.

jeho manželce namísto pátého syna narodil netvor, měl lidské tělo a býčí hlavu. Král chtěl Mínotaura (obluda slyšela na toto jméno) ukrýt před zraky lidí, a proto přikázal staviteli Daidalovi, aby pro netvora vybudoval obrovské bludiště zvané labyrint, které mělo množství chodeb a místností, ale pouze jediný vchod. A Athéňané pak museli každý devátý rok Mínotaurovi posílat sedm mládenců a sedm děvčat jako trest za to, že kdysi athénský král Aigeus nechal zrádně usmrtit jednoho ze synů krále Mínoa. Toho, kdo jednou vešel do bludiště, již nikdy lidské oči neviděly. Nešťastník dříve nebo později natrefil na Mínotaura a ten ho sežral. A i kdyby se někomu zázrakem podařilo netvora přemoci nebo mu nějak uniknout, nebyl by našel z bludiště cestu ven.

Když Athéňané měli už potřetí zaplatit strašnou daň, dobrovolně se mezi odsouzené přihlásil odvážný Théseus, syn athénskému králi. Věřil, že mu bohové pomohou zabít Mínotaura a najít cestu z bludiště. Jeho víra nebyla marná. Místo bohů mu však pomohla lidská bytost. Byla to Ariadna, dcera krétského krále, která se do Thésea zamilovala. V noci, když všichni spali, přišla potají za ním a dala mu čarovný meč a klubko niti. Účel meče byl jasný, méně zřejmé bylo, k čemu je nit. Ariadna však Théseovi poradila, jak nit používat: „Konec nitě uvaž hned u vchodu do labyrintu a potom, když budeš postupovat dovnitř labyrintu, nit pomalu odmotávej z klubka. Poté co najdeš Mínotaura a zabiješ ho tímto mečem, vrátíš se podle nitě k východu.“

Akce Mínotaurus dopadla výborně. Athénský hrdina postupoval přesně podle pokynů moudré Ariadny. Svých třináct druhů zanechal před bránou a sám vstoupil do labyrintu. Odmotáváje nit, pronikal hlouběji a hlouběji do bludiště. Byl už hodně daleko, když zaslechl děsivé funění. Připravil se na boj. Netvor vyhladovělý pústem se krvelačně vrhl na Thésea. Zpočátku měl Mínotaurus očitou převahu a Théseus jen o vlasek uhýbal ostrým a rychlým rohům. Po hodině boje se však síly vyrovnaly. Netvor se unavil a mladík se naučil, jak je třeba uskakovat a kdy je možné zaútočit. Nakonec Théseus zcela ovládl bojiště, několika vydařenými výpady netvora zasáhl a ranou vedenou přímo k srdci Mínotaura probodl. Ariadnina nit pak vítěze dovedla k východu.

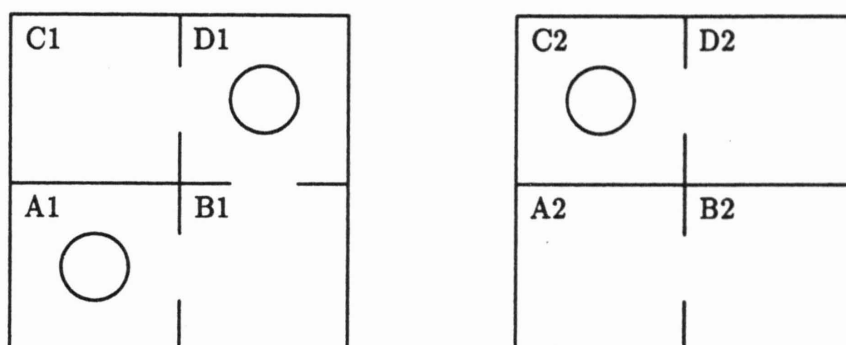


Obrázek 1: Celkový pohled na bludiště $\{A, B, C, D\} \times \{1, 2\}$ jímž prochází cesta A1-B1-D1-D2-C2-střecha.

Théseus s Ariadnou a druhy na lodi šťastně unikli z Kréty. Tady by bylo moudré příběh ukončit. Ale staří Řekové neměli šťastné konce v oblibě. Když se Théseus blížil k athénským břehům, zapomněl vyměnit černé plachty za bílé, což bylo domluvené znamení, podle kterého měl jeho otec, král Aigeus, na dálku poznat, zda výprava skončila dobře nebo špatně. Král Aigeus uviděl černé plachty a v zoufalství skočil do moře, které se proto dodnes jmenuje Egejské.

No a my jsme si potom na táboře hráli na Daidala a Thésea. Kdo byl Daidalos, vymyslel bludiště, a ten, kdo byl Théseus, vyznačil v bludišti cestu, kudy je třeba jít. Ale naše bludiště nebyla taková, jaká bývají v hádankářské rubrice v novinách nebo časopisech. Byla dvou-, tří- a dokonce i vícepodlažní. Podívej, například takovéto,“ dodal ještě Filip a vytáhl z kapsy obrázek.

Pak pokračoval: „Toto bludiště je dvojpodlažní. Jsi v prvním podlaží, tedy v přízemí, a chceš se dostat ke mně na střechu.



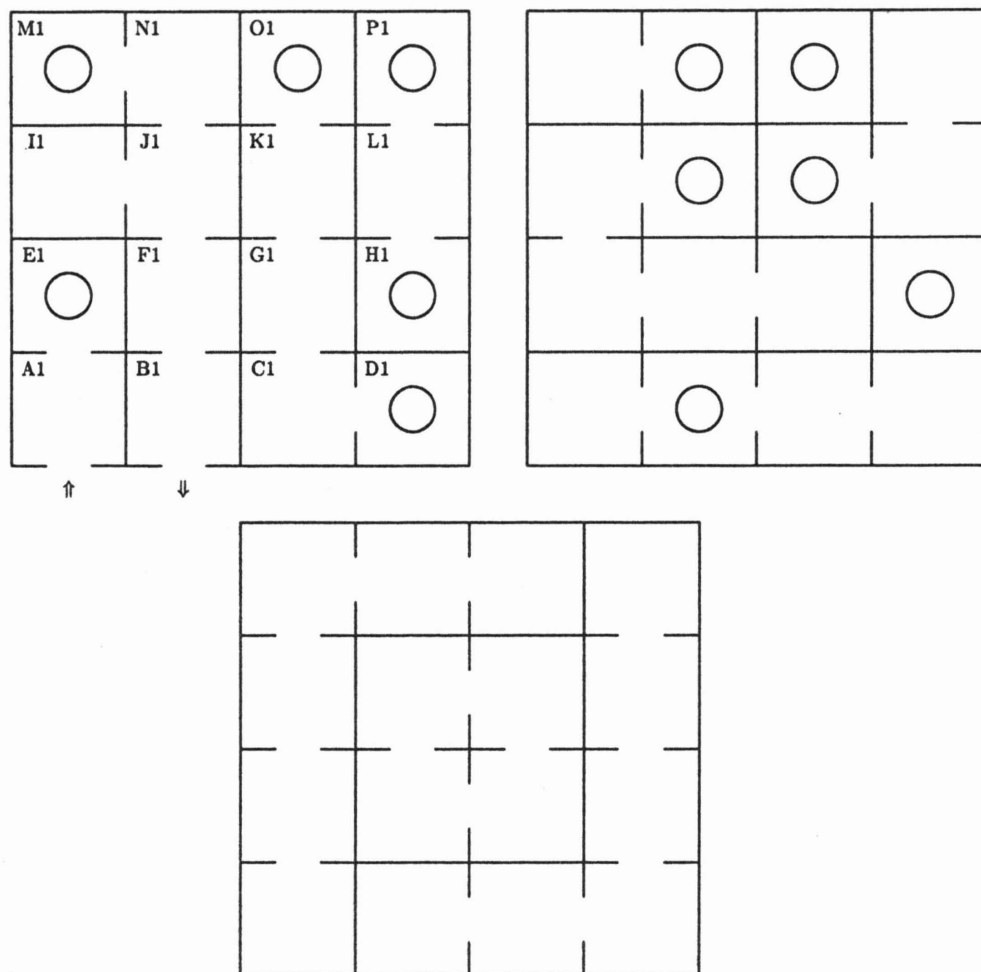
Obrázek 2: Bludiště z obrázku 1 zakresleno po podlažích

Vstoupíš do první místnosti, pak jdeš vpravo, dále dozadu. To jsi již ve třetí místnosti bludiště. Zde žebříkem nahoru do druhého podlaží, pak vlevo a konečně dalším žebříkem až na střechu.“ Filip do obrázku dokreslil čáru, která naznačuje, kudy cesta vedla (viz obr. 1).

„No jo,“ řekl Matěj „ale neumím si představit, jak by se dalo nakreslit bludiště, které má, řekněme, 50 místností. To by bylo naprosto nepřehledné.“

„Takto by to nebylo možné, to máš pravdu. Na to jsme přišli i my na táboře. To se musí to bludiště kreslit po podlažích“ odpověděl Filip a nakreslil obrázek 2. V průběhu kreslení, vysvětloval: „Každé podlaží nakreslíme samostatně. Místnosti v prvním podlaží označíme A1, B1, C1 a D1, místnosti ve druhém stejně, jen místo 1 dáme 2. Tedy místnosti A1 a A2, jsou nad sebou, podobně B1 a B2 a stejně i další. A teď – tady ty mezery ve zdech mezi místnostmi jsou dveře a kolečko značí, že z místnosti lze po žebříku vystoupat do místnosti nahoře. Jako z A1 do A2, z D1 do D2 a z C2 na střechu. Celkem je tedy devět průchodů: šestero dveří a tři žebříků,“ ukončil Filip vysvětlování svým oblíbeným archaizmem.

Zde příběh končí a začíná matematika. Matematika bludišť je reprezentována pěticí úloh. Každá úloha představuje téma, které vyučující může rozpracovat do gradované série úloh přiměřeně náročných pro své žáky.



Obrázek 3

Úloha 1. Na obrázku 3 je trojpodlažní bludiště obsahující 48 místností. Místnosti v prvním podlaží jsou označeny A1, ..., P1. Místnosti v dalších podlažích v obrázku sice označeny nejsou, ale je jasné, jak je označujeme: nad místností, řekněme E1 je ve druhém podlaží místnost E2 a ve třetím místnost E3. Najděte cestu od vchodu (označen šipkou ↑) až po východ (označen šipkou ↓).

Úloha 2. Kdybychom v bludišti na obrázku 3 zazdili dveře mezi místnostmi I1 a F1, stalo by se bludiště neprůchodné. Je však možné ve 3. podlaží probourat dveře mezi dvěma sousedními místnostmi a tak bludiště opět zprůchodnit. Najděte tyto dvě míst-

nosti. Úloha má více řešení. Najděte takové řešení, kde bude cesta upraveným bludištěm procházet méně než patnácti místnostmi.

Úloha 3. Na obrázku 4 je nakresleno jedno podlaží čtyřpodlažní budovy s 36 místnostmi. Místnosti jsou označeny pouze písmeny. Když k nim přidáme jednu z číslic 1, 2, 3, 4 dostaneme plán místností příslušného podlaží. Zatím v budově nejsou žádné dveře ani žebříky. Každá místnost je zcela uzavřená. Udělejte zde 32 průchodů (jsou to buď dveře spojující dvě sousední místnosti ve stejném podlaží, nebo žebřík spojující dvě místnosti nad sebou) tak, aby v budově vznikly čtyři oddělené části, z nichž každá má právě 9 místností vzájemně propojených průchody,

G	H	I
D	E	F
A	B	C

Obrázek 4

přičemž místnosti A1 a I4 náleží stejné části, podobně místnosti G1 a B4 náleží stejné části, místnosti E1 a E4 náleží stejné části i místnosti F1 a D4 náleží stejné části.

Úloha 4. V trojpodlažní budově, jejíž každé podlaží má 9 místností (jako na obrázku 4), je mezi libovolnými dvěma sousedními místnostmi průchod – dveře nebo otvor se žebříkem. Z místnosti A1 do protilehlé místnosti I3 vede více cest. Nás zajímají jen ty nejkratší. Jsou to takové, kdy použijeme jen dva žebříky a čtvery dveře. Kolik takových cest (navzájem různých) můžeme najít?

Úloha 5. Předchozí úlohu řešte pro budovu s $4 \times 4 \times 4 = 64$ místnostmi.

Poznámka: Námět *Labyrinty* umožňuje učitelům, aby studentům zadávali úkoly a výzvy pro další samostatnou práci jdoucí často i mimo rámec matematiky. Například:

1. Ve výňatku z Encyklopedie Diderot 2001 se lze dočíst:

Knóssos, archeologická lokalita na střední Krétě... palácový komplex s nádvořími (nazývaný podle dvojité sekery labyrintos) postavený v zač. 2. tis. před n. l., zničen blíže nezná-

- mou katastrofou v 2. polovině 18. stol. před n. l., obnoven a opět zničen kolem roku 1400 př. n. l. Najděte další informace o Knóssu.*
2. V roce 1974 vydalo nakladatelství Odeon překlad dvojrománu anglické historičky a spisovatelky Mary Renaultové pod názvem *Král musí zemřít. Býk přichází z moře*. Román je pokusem o rekonstrukci událostí dochovaných v mýtu o Theseovi a Ariadně. Seznamte se s ním.
 3. Připravte pro své spolužáky informaci o lineárním písmu A a B krétské kultury.
 4. Ve starověku a středověku bludiště ochraňovala vzácné poklady nebo se v nich ukrývali lidé. Podobně byly vystavěné některé hrady, kostely, podzemní krypty či katakomby. Od 16. století se bludiště stala oblíbenou zábavou, v 17. a 18. století byla velká móda vybudovat si zahradu ve tvaru bludiště. V takovém „bludoparku“ si i dospělí hrávali na schovávanou. Najděte další informace a bludištích, jejich tvarech a podobně .
 5. Zjistěte, kde v Evropě a kde přímo v ČR je možné najít bludiště a charakterizujte je.
 6. Navrhněte sami bludiště a utvořte pro spolužáky úlohy, které by měli v tomto bludišti řešit.

Řešení úloh z příběhu LABYRINT

Úloha 1: RA1, E1, E2, I2, J2, J3, F3, G3, K3, K2, L2, P2, P1, L1, H1, H2, H3, D3, C3, B3, B2, C2, D2, D1, C1, G1, K1, O1, O2, O3, N3, N2, M2, M1, N1, J1, F1, B1 R

Úloha 2: Probourat je možné zeď mezi místnostmi J3 a N3.

Úloha 3: První část A1-B1-C1-C2-F2-F3-I3-I4-H4 (spojovník označuje průchod). Druhá část G1-D1-D2-A2-A3-D3-E3 a A3-A4-B4. Třetí část: H1-E1-E2-B2-B3-C3-C4- F4-E4. Čtvrtá část: F1-I1-I2-H2-G2-G3-H3 a G3-G4-D4.

Úloha 4: Takových cest je 90. Na obrázku 5 je naznačeno, jak se k uvedenému číslu dojde.

Úloha 5: Takových cest je 1 680.

Prof. RNDr. Milan Hejný, CSc.

Katedra matematiky a didaktiky matematiky UK Praha

M. D. Rettigové 5, 116 39 Praha 1

e-mail: Milan.Hejny@pedf.cuni.cz

Mgr. Marie Tichá, CSc.

Matematický ústav AV ČR

Žitná 25, 115 67 Praha 1

e-mail: ticha@math.cas.cz

MATURITNÍ ZKOUŠKA Z MATEMATIKY

Současný stav a problémy

VÁCLAV SÝKORA, JAROSLAV ZHOUF

O tom, že bude zapotřebí změnit stávající pojetí maturit, se diskutuje již řadu let. Liberální přístup k organizaci a obsahovému zaměření maturitních zkoušek, který se prosadil po listopadu 1989, a který ponechával zajištění průběhu maturitních zkoušek na jednotlivých školách, začínal být postupně nepřijatelný. Důvodem byla hlavně různorodá náročnost, velmi nízká možnost kontroly a rozevírající se nůžky mezi výsledky maturitních zkoušek a jejich přijatelností pro vysoké školy jako ukazatele k přijímacímu řízení. K těmto faktorům přispěla také postupující decentralizace řízení školství, v jejímž rámci docházelo k přesunu pravomocí centrálního orgánu, tj. ministerstva školství, mládeže a tělovýchovy na