

Matematika v devíti kapitolách

Liu Hui: Matematická klasika mořského ostrova

In: Jiří Hudeček (author): Matematika v devíti kapitolách. Sbíрка početních metod z doby Han s komentářem Liu Huie z doby Wei a Li Chunfenga a dalších z doby Tang. Překlad, vysvětlivky a úvod. (Czech). Praha: Katedra didaktiky matematiky MFF UK, 2008. pp. 229–240.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/400847>

Terms of use:

© Hudeček, Jiří

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://dml.cz>

LIU HUI: MATEMATICKÁ KLASIKA MOŘSKÉHO OSTROVA

Liu Hui tento svůj text původně zařadil na konec *Devíti kapitol* jako 10. kapitolu „Dvojí rozdíl“, proto se často vydává společně s *Devíti kapitolami*. Rozhodl jsem se ho připojit i k českému překladu, protože doplňuje kontext Liu Huiovy předmluvy a komentáře.

Podobně jako k *Devíti kapitolám*, i k tomuto textu napsal Li Chunfeng v roce 656 vysvětlivky. Z těchto vysvětlivek se však nedozvídáme nic o předpokládaném odvození metod, které Liu Hui vytvořil, a které bylo patrně vloženo v jeho vlastním komentáři a obrázcích, bohužel ztracených. Ve svém překladu uvádím možné rekonstrukce Liu Huiových odvození, založené na třech postupech: přímé kovnerzi poměrů v podobných pravoúhlých trojúhelnících („úhelnících“), ekvivalenci obdélníků podél diagonál (případně jejich rozdílů), a především obecné zásady převádění složitějších úloh na již dříve řešené úlohy jednodušší. Tyto tři postupy stojí na styku aritmetiky, geometrie a algebry.¹

Kromě samotného obsahu tohoto textu je velmi pozoruhodné, jak se odlišuje od klasického textu *Devíti kapitol* větší sevřeností a přitom také větší formálností, především jazykovou variabilitou (nejnápadnější je střídání dlouhé a krátké formulace dělení – „zmenšovat“ a „přidávat 1, dokud je obsah jako pravidlo“). Můžeme si na jeho základě představit, jak by vypadalo *Devět kapitol*, kdyby je celé napsal Liu Hui.

Díky své sourodosti tento text nemá význačné předěly a směřuje plynule od jednodušších metod ke složitějším, proto by bylo zbytečné – i vzhledem k jeho délce – uvádět zde „zajímavá místa“. Je však třeba vyjmenovat některé důležité termíny:

Délka stínu *jing chang* 景長 je fiktivní délka jedné ze zaměřovacích odvěsen, která by odpovídala sjednocené délce kolmých odvěsen (viz metoda (10.III)).

Rozestup *jian* 間 tyčí nebo úhelníků je jejich vzdálenost.

Tři vzájemně přímé *san xiang zhi* 参相直 nebo také **vzájemně se zakrývající** *xiang san he* 相参合 je termín (použitý Liu Huiem už v komentáři k 9. kapitole) pro polohu tří bodů v přímce.

Vstup *ru* 入 do tyče, provazu apod. je vzdálenost vytatá na nějaké úsečce zaměřovacím paprskem.

Zaměřování *wang* 望 je základní objekt každé úlohy, kterým se získají jeden nebo dva číselné údaje, odečtené na tyčích, provazech apod.

¹ Moderní rekonstrukce těchto důkazů jsou vesměs založeny na klíčové práci [Wu Wen-Tsun 1982a], které se poprvé cíleně vyhnula postupům odvozování cizím čínské tradici, jako jsou symbolické algebraické manipulace, obecné podobné trojúhelníky a rovnoběžky.

- (10.1) Mějme zaměrování mořského ostrova, postavíme dvě tyče rovné výšky 3 *zhangy* 1000 kroků od sebe. Necháme zadní tyč s přední tyčí [a ostrovem] být tři vzájemně přímé. Když jdeme od přední tyče pryč o 123 kroků, oko pozorovatele u země zaměří vrchol ostrova tak, že se s koncem tyče všechny tři kryjí. Když jdeme od zadní tyče pryč o 127 kroků, oko pozorovatele u země [také] zaměří vrchol ostrova tak, že se s koncem tyče kryjí. Ptáme se, kolik je výška ostrova a odstup tyče?²

Odpověď zní:

Výška ostrova je 4 *li* a 55 kroků.

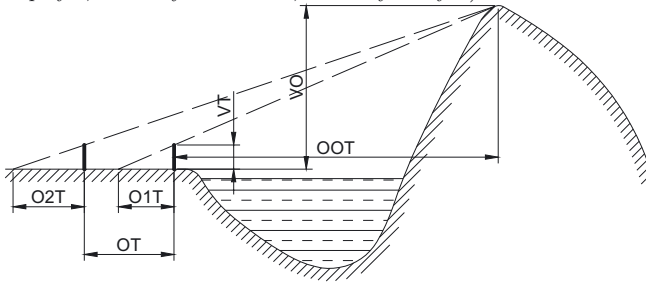
Od tyče je 120 *li* a 150 kroků.

(10.I) (Mořský ostrov)

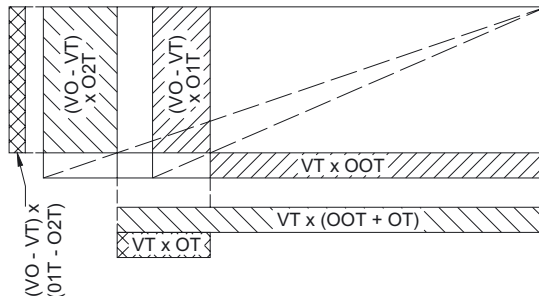
Metoda zní: Když násobíme výškou tyče rozestup tyčí, vytvoří obsah. Navíc vůči sobě tvoří pravidlo, zmenšujeme. K výsledku přičteme výšku tyče a tím získáme výšku ostrova.³

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: Myšlenku této metody lze nejlépe říci takto: Ostrovem se myslí vrchol hory. Dvěma tyčemi se myslí koruny svislých stromů. Když oči člověka zaměřují ostrov přes korunu stromu a jsou v rovné trojici, je člověk 123 kroků od tyče, což je počáteční, přední tyč. Zadní tyč je postavená tak, že když oči člověka zaměřují ostrov přes korunu stromu, je od tyče 127 kroků. Oba odstupy od tyče se spolu odečtou a vytvoří navíc vůči sobě, což tvoří pravidlo. Tisíc *zhangů* od tyče k tyči tvoří rozestup tyčí. Když ji násobíme výškou tyče,

² Úlohu znázorňuje obrázek (O1T – odstup zaměřovače od 1. tyče, OOT – odstup ostrova od tyče, OT – odstup tyčí, VO – výška ostrova, VT – výška tyče):



³ Liu Hui používá rovnost $(O2T - O1T) \times (VO - VT) = OT \times VT$, která plyne z následujícího diagramu:



Z téhož diagramu je patrná rovnost $(VO - VT) \times O1T = VT \times OOT$ pro vzdálenost.

vytvoří obsah. Zmenšujeme ho pravidlem, přičteme výšku tyče, a toto jsou sebrané kroky výšky ostrova, získáme 1255 kroků. Zmenšujeme to pravidlem pro li 300 kroků a získáme 4 li a zbytek 55 kroků. To je množství kroků výšky ostrova.

Když hledáme vzdálenost přední tyče od ostrova, násobíme chůzí od přední tyče rozestup tyčí a to tvoří obsah. Navíc vůči sobě tvoří pravidlo. Zmenšujeme a získáme množství odstupu od tyče.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: Myšlenku této metody lze nejlépe říci takto: vzdálenost [pozorovatele] od přední tyče násobí rozestup tyčí a získáme 123 000 kroků. Čtyři kroky navíc vůči sobě vytvoří pravidlo. Zmenšujeme a získáme 30 750 kroků. Dále to zmenšujeme pravidlem pro li 300 kroků a získáme 120 li a 150 kroků, to je množství li ostrova od tyče,

(10.2) Mějme zaměřování borovice rostoucí na hoře, neznáme výšky. Postavíme dvě tyče rovné výšky 2 *zhangy* 50 kroků od sebe, necháme zadní tyč s přední tyčí [a borovicí] být tři vzájemně přímé. Když jdeme od přední tyče pryč o 7 kroků a 4 *chi* a těsně u země zaměříme korunu borovice, zakrývá se s koncem tyče. Dále zaměříme kořen borovice, vstupuje do tyče o 2 *chi* a 8 *cunů*. Když opět jdeme od zadní tyče pryč o 8 kroků a 5 *chi* a těsně u země zaměříme korunu borovice, také se zakrývá s koncem tyče. Ptáme se, kolik je výška borovice a vzdálenost hory od tyče?⁴

Odpověď zní:

Výška borovice je 12 *zhangů*, 2 *chi* a 8 *cunů*.

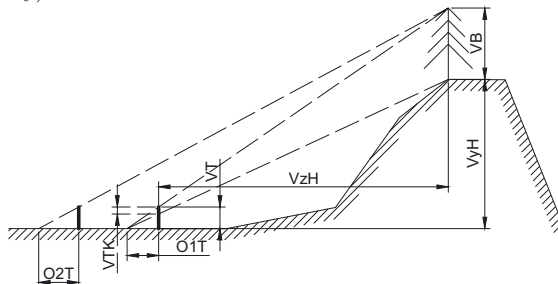
Hora je od tyče 128 celých a 4 ze 7 dílů kroku.

(10.II) (Borovice na hoře)

Metoda zní: Když vstupem do tyče násobíme rozestup tyčí, vytvoří obsah. Navíc vůči sobě tvoří pravidlo, zmenšujeme. Přičteme vstup do tyče a tím získáme výšku borovice.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: Myšlenku této metody lze nejlépe říci takto: Když odečteme od sebe odstupy od přední a od zadní tyče, zbytek 7 *chi* je navíc vůči sobě, to tvoří pravidlo. Uvedeme kroky rozestupu tyčí do propojení na *chi*, násobíme to vstupem do tyče, posunujeme pozici zpět o jeden řád, to tvoří obsah. Zmenšujeme to pravidlem, následně přičteme vstup do tyče a získáme 122 *chi* a 8 *cunů*, to tvoří výšku borovice. Posuneme pozici zpět o jeden řád, získáme 12 *zhangů*, 2 *chi* a 8 *cunů*.

⁴ Viz obrázek (VTK: vstup kořene borovice do tyče, VB – výška borovice, VyH/VzH – výška/vzdálenost hory):

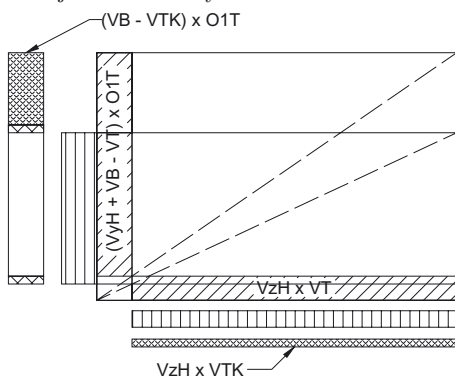


Když hledáme vzdálenost tyče of hory, položíme rozestup tyčí, násobíme to chůzí pryč od přední tyče, to tvoří obsah. Navíc vůči sobě tvoří pravidlo. Zmenšujeme to, získáme odstup hory od tyče.⁵

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: Myšlenku této metody lze nejlépe říci takto: Uvedeme rozestup tyčí do propojení pravidlem pro kroky a *chi* a získáme 300 *chi*. Násobíme to odstupem od přední tyče 46 *chi* a to tvoří obsah. Sedm *chi* navíc vůči sobě tvoří pravidlo. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, a získáme 1971 celých a 3 ze 7 dílů *chi*. Zmenšujeme to pravidlem pro *li* a *chi* a získáme 1 *li*. Co nelze do konce, zmenšujeme pravidlem pro kroky a *chi*, získáme 28 kroků. Tři, které nelze do konce, naopak 7-násobíme, získáme množství, zahrneme čitatele 3 a získáme 24. Opět položíme pravidlo pro kroky a *chi*, jmenovatelem dílů 7 násobíme 6, to tvoří pravidlo kroků. Všechny půlíme, položíme vedle a rovně je zkrátíme množstvím rovnosti. A tak je odstup hory od přední tyče 1 *li*, 28 kroků a 4 ze 7 dílů kroku.

(10.3) Mějme zaměřování čtvercového města na jihu, neznáme jeho velikost. Postavíme dvě tyče od východu na západ 6 *zhangů* od sebe na roveň s očima člověka a spojíme je provazem. Necht' východní tyč spolu s jihovýchodním rohem a severozápadním rohem jsou tři vzájemně přímé. Když jdeme od východní tyče severně pryč o 5 kroků, v dálce zaměříme severozápadní roh města, který vstupuje do provazu od východního konce o 2 *zhangy*, 2 *chi* a 6 a půl *cunu*. Dále když jdeme pryč od tyče severně o 13 kroků a 2 *chi* a v dálce zaměříme severozápadní roh města, právě se zakrývá se západní tyčí. Ptáme se, kolik je strana města a odstup města od tyče?⁶

⁵ Tato metoda se následně využívá ve většině ostatních úloh. Jejím základem je vztah $VTK : (RT + O2T - O1T) = VB : (O2T - O1T)$, který plyne z podobnosti trojúhelníků, ale také z rovnosti jemně šrafovaných obdélníků na následujícím diagramu:



Tyto obdélníky jsou rozdílů šikmo a přímo šrafovaných obdélníků. Protože VzH je podle předchozí metody $(O1T \times RT) / (O2T - O1T)$, získáme pro výšku borovice $VB = VTK \times RT / (O2T - O1T) + VTK$.

⁶ Schématická situace (DP – délka provazu, VP – vstup do provazu, MOT – město od tyče, SM – strana města):

Odpověď zní:

Strana města je 3 *li*, 43 celých a 3 ze 4 dílů kroku.

Město je od tyče 4 *li* a 45 kroků.

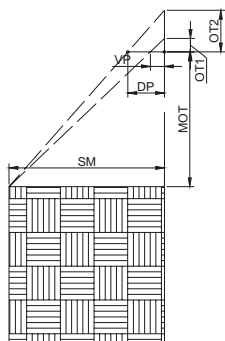
(10.III) (Město na jihu)

Metoda zní: Násobíme vstupem do provazu druhý odstup tyče, zmenšujeme to odstupem obou tyčí od sebe. Výsledek tvoří délku stínu. Odečteme od něj první odstup tyče, co nelze do konce, tvoří pravidlo. Položíme druhý odstup tyče, odečteme od něj první odstup tyče, zbytkem násobíme vstup do provazu, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme stranu města.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají k této metodě: když položíme vstup do provazu násobený druhou [vzdáleností] od tyče, získáme 1812 *chi*. Když to zmenšujeme tím, kolik jsou obě tyče od sebe, získáme 3 *zhangy* a 2 *cuny*, to tvoří délku stínu. Když od toho odečteme první odstup tyče, zbytek jsou 2 *cuny*, to tvoří pravidlo. Když se od sebe odečtou první a druhý odstup tyče a zbytkem násobíme vstup to provazu, získáme 11 325 *cunů*, to tvoří obsah. Když ho zmenšujeme pravidlem, získáme 5662 *chi*, nelze dokončit 1 ze 2 dílů *chi*. Když zmenšujeme pravidlem pro *li*, získáme 3 *li*. *Chi* jež nelze dokončit zmenšujeme pravidlem pro kroky, získáme 43 kroků. Čtyři jež nelze dokončit násobíme jmenovatelem dílů, zahrneme čitatele 1, získáme 9. Když jmenovatelem dílů násobíme 6, získáme 12. Když třemi krátíme jmenovatel, získáme 4, když krátíme čitatele, získáme 3. A tak získáme stranu města 3 *li*, 43 celých a 3 ze 4 dílů kroku.

Když hledáme vzdálenost od tyčí, položíme druhý odstup tyče, odečteme od něj délku stínu, zbytkem násobíme první odstup tyče a to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme [vzdálenost] města od tyčí.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají k této metodě: když položíme druhý odstup tyče, odečteme od něj počet *chi* délky stínu a zbytkem *chi* násobíme první odstup tyče, získáme 1494 *chi*, to tvoří obsah. Zmenšujeme to pravidlem, získáme 7470 *chi*, zmenšujeme to pravidlem pro *li*, získáme 4 *li*. Nelze dokončit 270 *chi*, zmenšujeme to pravidlem pro kroky, získáme 45 kroků. A tak město je od první tyče 4 *li* a 45 kroků.¹



¹ V tomto případě je nutno přepočítat vzdálenost od druhé tyče na „délku stínu“ DS odpovídající stejné základně, jakou má vzdálenost od první tyče, tedy „vstup do provazu“. Tento přepočet vyplývá z podobnosti úhelníků, ale lze jej také vyjádřit pomocí rovnosti obdélníků:

- (10.4) Mějme zaměřování hlubokého údolí, položíme úhelník na hraně srázu a dáme výšku jeho kratší odvěsny 6 *chi*. Když zaměřujeme dno údolí od konce kratší odvěsny, vstupuje do dolní delší odvěsny o 9 *chi* a 1 *cun*. Dále stanovme ještě jeden úhelník nahoře, rozestup úhelníků jsou 3 *zhangy*. Když opět od konce kratší odvěsny zaměřujeme dno údolí, vstupuje do horní delší odvěsny o 8 *chi* a 5 *cunů*. Ptáme se, kolik je hloubka údolí?⁸

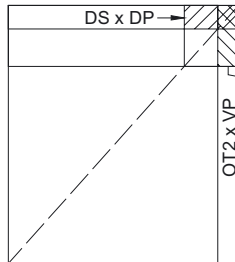
Odpověď zní: 41 *zhangů* a 9 *chi*.

(10.IV) (Hluboké údolí)

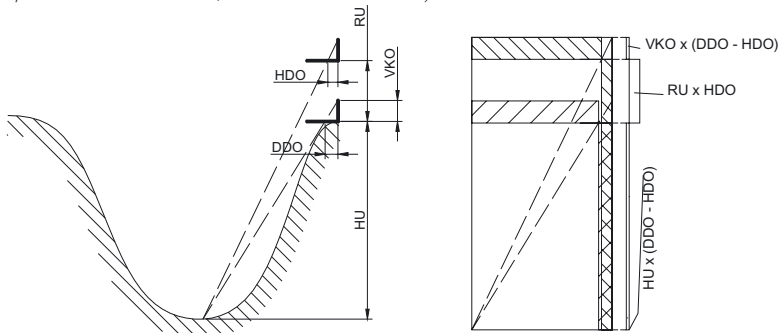
Metoda zní: Položíme rozestup úhelníků, násobíme ho horní delší odvěsnou,⁹ to tvoří obsah. Horní a dolní delší odvěsny se spolu odečtou, zbytek tvoří pravidlo. Zmenšujeme to, od výsledku odečteme výšku úhelníku a to je hloubka údolí.¹⁰

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají k této metodě: Položíme rozestup úhelníků, násobíme ho horní delší odvěsnou, to tvoří obsah. Dále položíme *chi* a *cuny* delších odvěsen nahoře a dole, odečtou se od sebe, zbytek 6 *cunů* tvoří pravidlo. Zmenšujeme obsah, získané množství posuneme zpět o jeden řád, odečteme od něj výšku kratší odvěsny, zbytek 41 *zhangů* a 9 *chi* je hloubka údolí.

Další metoda: Položíme rozestup úhelníků, násobíme ho dolní delší odvěsnou, tvoří obsah. Položíme množství *chi* horní a dolní delší odvěsny, odečtou se od sebe,



⁸ Schématická situace (RU – rozestup úhelníků, VKO – výška kratší odvěsny, DDO/HDO – dolní/horní delší odvěsna, HU – hloubka údolí):



⁹ Ve všech metodách se „vstup do ... odvěsny“ zkracuje prostě na „... odvěsna“.

¹⁰ Dle diagramu vpravo: $HU \times (DDO - HDO) = RU + HDO + VKO \times (DDO - HDO)$.

zbytek 6 *cunů* tvoří pravidlo. Zmenšujeme to, získáme 455 *chi*. Sečteme výšku kratší odvěsny s rozestupem úhelníků, získáme 36 *chi*. Odečteme to, zbytek posuneme zpět o jeden řád, a to je hloubka údolí.

- (10.5) Mějme výstup na horu k zaměření budovy, která je na rovině. Položíme úhelník na hoře a dáme výšku jeho kratší odvěsny 6 *chi*. Když od konce kratší odvěsny šikmo zaměříme patu budovy, vstupuje do dolní delší odvěsny o 1 *zhang* a 2 *chi*. Dále stanovme ještě jeden úhelník nahoře, tak aby měly od sebe rozestup 3 *zhangy*. Když opět od konce kratší odvěsny šikmo zaměříme patu budovy, vstupuje do horní delší odvěsny o 1 *zhang*, 1 *chi* a 4 *cuny*. Dále postavíme malou tyč do styku se vstupem do [dolní] delší odvěsny, když opět od konce kratší odvěsny šikmo zaměříme konec střechy budovy, vstupuje do tyče o 8 *cunů*. Ptáme se, kolik je výška budovy?¹¹

Odpověď zní: 8 *zhangů*.

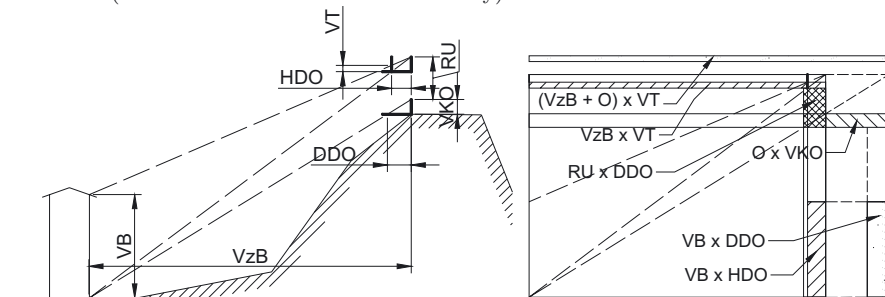
(10.V) (Budova z hory)

Metoda zní: Horní a dolní delší odvěsny se od sebe odečtou, zbytek tvoří pravidlo. Položíme rozestup úhelníků, násobíme ho dolní delší odvěsnou, [dokud] je to jako výška, [přidáváme] 1. Výsledek násobíme vstupem do malé tyče, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, a to je výška budovy.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: V této metodě položíme dolní delší odvěsnu, odečtou se od sebe s horní delší odvěsnou, zbytek 6 *cunů* tvoří pravidlo. Dále položíme rozestup úhelníků, násobíme ho dolní delší odvěsnou, získáme 36 000 *cunů*. Když to zmenšujeme výškou kratší odvěsny, získáme 600 *cunů*. Když to násobíme vstupem do malé tyče, získáme 4800 *cunů*. Když to zmenšujeme pravidlem, získáme 800 *cunů*. Posuneme zpět o dva řády, a to je výška budovy 8 *zhangů*.¹²

- (10.6) Mějme zaměřování rybníka na jihovýchodě, postavíme dvě tyče 9 *zhangů* od sebe ze severu na jih, spojíme je provazem těsně u země. Když jdeme západně pryč od severní tyče, jsme 6 *zhangů* od tyče a

¹¹ Schéma (VzB – vzdálenost úhelníků od budovy):



¹² V tomto případě vyžaduje přímé řešení víc kroků: Z diagramu vyplývá, že rozdíl obdélníků $VB \times HDO$ a $VB \times DDO$ je roven rozdílu úzkých obdélníků $VzB \times VT$ a $(VzB + O) \times VT$, kde O je vodorovné odsazení úhelníků ekvivalentní jejich svislému rozestupu. Toto odsazení plyne z rovnosti obdélníků $O \times VKO = DDO \times RU$ (nebo ekvivalentně z podobnosti úhelníků $RU-O$ a $VKO-DDO$).

v dále zaměříme jižní břeh rybníka, vstupuje do provazu od severního konce o 4 *zhangy* a 2 *cuny*. Když zaměřujeme severní břeh, vstupuje k tyči z prvního zaměřování o 1 *zhang* a 2 *chi*. Jdeme dál pryč, pak jsme od tyče 13 *zhangů* a 5 *chi*. Když těsně u země zaměříme jižní břeh rybníka, zakrývá se s jižní tyčí. Ptáme se, kolik je šířka rybníka?

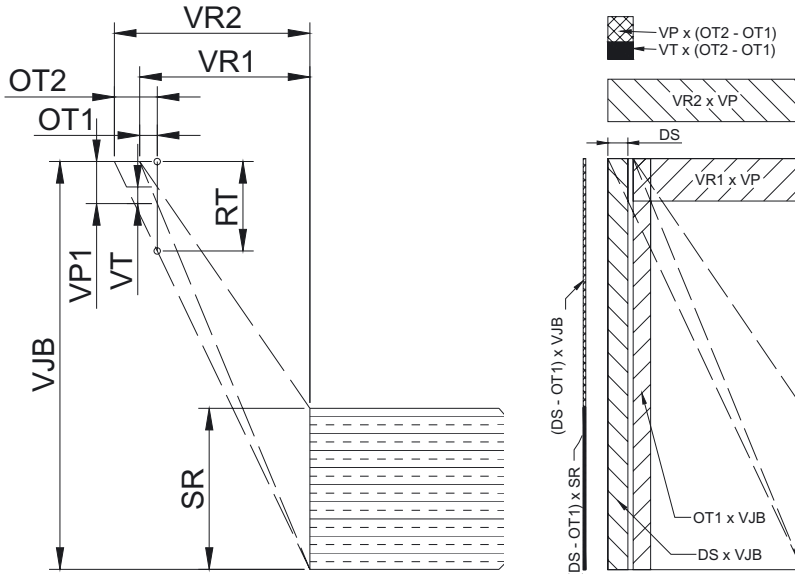
Odpověď zní: 1 *li* a 200 kroků.¹³

(10.VI) (Rybník)

Metoda zní: Násobíme druhou [vzdáleností] od tyče vstup do provazu, [dokud] je to jako odstup tyčí od sebe, [přidáváme] 1. Od výsledku odečteme první odstup tyče, zbytek tvoří pravidlo. Opět odečteme první odstup od tyče od druhého odstupu od tyče, zbytkem násobíme vstup k tyči z prvního zaměřování, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme šířku rybníka.¹⁴

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: V této metodě položíme druhý odstup od tyče, násobíme jím 402 *cuny* vstupu do provazu, získáme 542 700 *cunů*. Když to zmenšujeme odstupem obou tyčí od sebe, získáme 603 *cunů*. Dále když od toho odečteme 600 *cunů* prvního odstupu od tyče, zbytek 3 *cuny* tvoří pravidlo. Dále položíme množství *cunů* první a druhé chůze pryč od tyče, odečtou se od sebe, zbytkem násobíme 120 *cunů* vstupu k tyči z prvního zaměřování, získáme 90 000 *cunů*, to tvoří obsah. Když ho zmenšujeme pravidlem, získáme 30 000 *cunů*. Když ho zmenšujeme pravidlem pro *li* a *cuny*, získáme 1 *li*. Když zmenšujeme zbytek pravidlem pro kroky, získáme 200 kroků. A tak rybník je široký 1 *li* a 200 kroků.

¹³ Schéma (VP1 – vstup do provazu, VR2 – vzdálenost rybníka od 2. tyče, VJB – vzdálenost jižního břehu, RT – rozestup tyčí, SR – šířka rybníka):



¹⁴ Opět je možné jednoduše dosadit do metody pro výšku borovice (po převedení OT2 na ekvivalent poměrem $DP/VP1$), nebo řešit úlohu přímo způsobem naznačeným na diagramu vpravo.

- (10.7) Mějme zaměřování čistého pramene, pod vodou je bílý kámen. Položíme úhelník na břeh a dáme výšku jeho kratší odvěsny 3 *chi*, když šikmo zaměřujeme břeh vody, vstupuje do dolní delší odvěsny o 4 *chi* a 5 *cunů*. Když zaměřujeme bílý kámen, vstupuje do dolní delší odvěsny o 2 *chi* a 4 *cuny*. Dále stanovíme ještě jeden úhelník nahore, je mezi nimi odstup 4 *chi*. Znovu od konce kratší odvěsny šikmo zaměříme břeh vody, vstupuje do horní delší odvěsny o 4 *chi*. Když tak zaměřujeme bílý kámen, vstupuje do horní delší odvěsny o 2 *chi* a 2 *cuny*. Ptáme se, kolik je hloubka vody?¹⁵

Odpověď zní: 1 *zhang* a 2 *chi*.

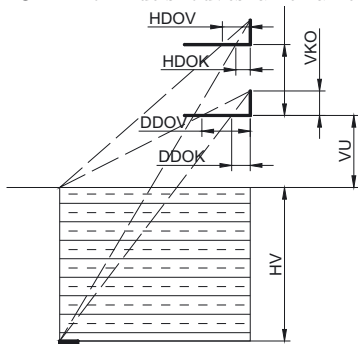
(10.VII) (Bílý kámen v prameni)

Metoda zní: Položíme horní a dolní delší odvěsny při zaměřování vody, odečtou se od sebe, zbytkem násobíme horní delší odvěsnu při zaměření kamene, vytvoří horní poměr. Dále od sebe odečteme horní a dolní delší odvěsny při zaměřování kamene, zbytkem násobíme horní delší odvěsnu při zaměřování kamene, vytvoří dolní poměr. Oba poměry se od sebe odečtou, zbytkem násobíme rozestup úhelníků, to tvoří obsah. Oba rozdíly se spolu vynásobí a vytvoří pravidlo. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme hloubku vody.

Další metoda: Rozložíme horní a dolní delší odvěsny při zaměřování vody a horní a dolní delší odvěsny při zaměřování kamene, odečteme je od sebe, zbytky se sečtou na pravidlo. Odečteme od dolní delší odvěsny při zaměřování vody dolní delší odvěsnu při zaměřování kamene, zbytkem násobíme rozestup úhelníků a to vytvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme hloubku vody.¹⁶

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: V této metodě se od sebe odečtou horní a dolní delší odvěsny při zaměřování vody, zbytkem 5 *cunů* násobíme horní delší odvěsnu při zaměřování kamene 22 *cunů*, získáme 110 *cunů*, a to je horní poměr. Dále položíme horní delší odvěsnu při zaměřování kamene, odečteme dolní delší odvěsnu při zaměřování kamene, zbytkem 2 *cuny* násobíme horní delší odvěsnu při zaměřování vody 40 *cunů*, získáme 80 *cunů*, a to je dolní poměr. Oba poměry se od

¹⁵ Schéma (HDOK – horní delší odvěsna ke kameni apod., VU – výška úhelníku):



¹⁶ Tato metoda je založena na výpočtu dvou dělenců, odpovídajícím vzdáleností hladiny resp. dna, jejich odečtení a vydělení společným dělitelem (součinem rozdílů).

sebe odečtou, zbytek je 30 *cunů*, násobíme jím rozestup úhelníků 40 *cunů*, získáme 1200 *cunů*, to tvoří obsah. Dále od sebe odečteme oba rozdíly 2 a 5, získáme 10, to tvoří pravidlo. Zmenšujeme obsah, posuneme zpět o dva řády, a to je hloubka vody 1 *zhang* a 2 *chi*. V další metodě položíme dolní delší odvěsnu při zaměřování vody, odečteme od ní horní delší odvěsnu při zaměřování vody, zbytek je 5 *cunů*. Položíme dolní delší odvěsnu při zaměřování kamene, odečteme od ní horní delší odvěsnu při zaměřování kamene, zbytek jsou 2 *cuny*, sečteme je a získáme 7 *cunů*, to tvoří pravidlo. Dále dolní delší odvěsnu při zaměřování vody odečteme od dolní delší odvěsny při zaměřování kamene, zbytek je 21 *cunů*, násobíme jím rozestup úhelníků 40 *cunů*, získáme 840 *cunů*, což tvoří obsah. Zmenšujeme to 7 *cuny* tvořícími pravidlo a získáme 120 *cunů*. Když to posuneme zpět, získáme 1 *zhang* a 2 *chi*, a to je hloubka vody.

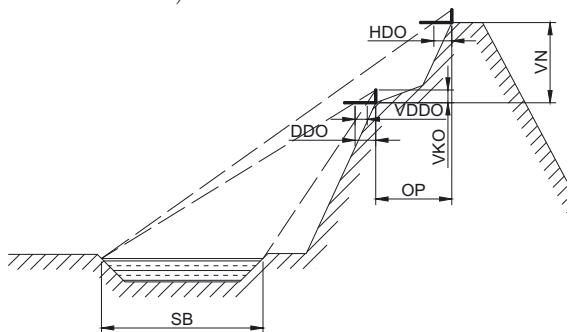
(10.8) Mějme výstup na horu a zaměřování brodu, brod je na jih od hory. Položíme úhelník na horu a dáme výšku kratší odvěsny 1 *zhang* a 2 *chi*. Když od konce kratší odvěsny šikmo zaměřujeme jižní břeh brodu, vstupuje do dolní delší odvěsny o 2 *zhangy*, 3 *chi* a 1 *cun*. Když dále zaměřujeme severní břeh, vstupuje do odvěsny z prvního pozorování o 1 *zhang* a 8 *cunů*. Znovu vystoupáme na vyšší skálu, jdeme pryč severně o 22 kroků, do výšky stoupáme o 51 kroků a položíme úhelník na horu. Když znovu od konce kratší odvěsny šikmo zaměřujeme jižní břeh brodu, vstupuje do horní delší odvěsny o 2 *zhangy* a 2 *chi*. Ptáme se, kolik je šířka brodu?¹⁷

Odpověď zní: 2 *li* a 102 kroky.

(10.VIII) (Brod z hory)

Metoda zní: Výškou kratší odvěsny násobíme dolní delší odvěsnu, [dokud] je to jako horní delší odvěsna, [přidáváme] 1. Od výsledku odečteme výšku kratší odvěsny, zbytek je pravidlo. Položíme chůzi na sever, násobíme ji výškou kratší odvěsny, [dokud] je jako horní delší odvěsna, [přidáváme] 1. Výsledek odečteme od výstupu do výšky. Zbytkem násobíme vstup do delší odvěsny a to

¹⁷ Schéma (VDDO – vstup do dolní delší odvěsny, OP – odstup „pryč“, VN – výstup nahoru, SB – šířka brodu):

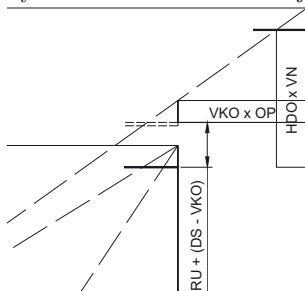


tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, a tak získáme šířku brodu.¹⁸

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: V této metodě položíme výšku kratší odvěsny a násobíme ji dolní delší odvěsnou, získáme 277 *chi* a 2 *cuny*. Když to zmenšujeme horní delší odvěsnou, získáme 1 *zhang*, 2 *chi* a 6 *cunů*. Odečteme od toho výšku kratší odvěsny 1 *zhang* a 2 *chi*, zbytek je 6 *cunů* a tvoří pravidlo. Když dále položíme kroky chůze severně, rozpínáním vytvoříme 132 *chi* a násobíme to výškou kratší odvěsny, získáme 1584 *chi*. Když to zmenšujeme horní delší odvěsnou, získáme 72 *chi*. Když dále položíme 51 kroků výstupu vzhůru a uvedeme to do propojení 6 *chi* za krok, získáme 306 *chi*. Odečteme od toho předchozí množství, zbytkem 234 *chi* násobíme množství *chi* vstupu do delší odvěsny a získáme 2527 *chi* a 2 *cuny*, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme 4212 *chi*. Když to zmenšujeme pravidly pro kroky a pro *li*, získáme 2 *li* a zbytek 120 kroků, a to je šířka brodu.

(10.9) Mějme výstup na horu s výhledem na město, město je na jih od hory. Položíme úhelník na horu a dáme výšku kratší odvěsny 3 *chi* a 5 *cunů*. Dáme konec kratší odvěsny, jihovýchodní roh města a severovýchodní roh města vytvoří tři vzájemně přímé. Když od konce kratší odvěsny zaměřujeme v dálce severovýchodní roh, vstupuje do dolní delší odvěsny o 1 *zhang* a 2 *chi*. Dále použijeme příčnou kratší odvěsnu na styku vstupu do delší odvěsny, když od konce svislé kratší odvěsny zaměřujeme severovýchodní roh, vstupuje do příčné kratší odvěsny o 5 *chi*. Když zaměřujeme jihovýchodní roh, vstupuje do dolní delší odvěsny o 1 *zhang* a 8 *chi*. Dále stanovíme ještě jeden úhelník nahoře, dáme rozestup úhelníků od sebe 4 *zhangy*. Když znovu od konce svislé kratší odvěsny zaměřujeme jihovýchodní roh, vstupuje do horní delší

¹⁸ Metoda opět převádí změřenou vzdálenost na ekvivalentní, odpovídající metodě „Borovice“. V tomto případě je třeba kromě snadného převodu délky hlavně zjistit ekvivalent svislého rozestupu úhelníků, což vychází z rovnosti na následujícím detailu:



DS je opět „délka stínu“, tedy vlastně horní kratší odvěsna vyplývající ze sjednocení delších odvěsen (odpovídající zvětšení horního úhelníku až ke spodní z obou rovnoběžných přerušovaných čar). Hledaná podélná strana klíčového ekvivalentního obdélníka je potom tedy $RU + DS - VKO$, a to vypočteme tak, že od výstupu na horu VN odečteme vzdálenost L, o níž by bylo horní úhelník třeba posunout dolů, aby byl právě nad dolním úhelníkem. Tato vzdálenost plyne z rovnosti obdélníků $VKO \times OP = HDO \times L$.

odvěsny o 1 *zhang*, 7 *chi* a 5 *cunů*. Ptáme se, kolik je šířka a délka města?¹⁹

Odpověď zní:

Délka od jihu k severu je 1 *li* a 100 kroků.

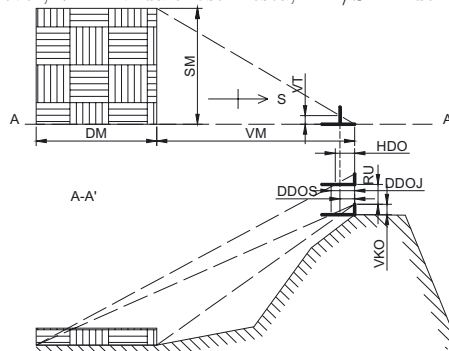
Šířka od východu na západ je 1 *li*, 33 a menší polovina kroku.

(10.IX) (Město z hory)

Metoda zní: Násobíme vstup jihovýchodního rohu do dolní delší odvěsny výškou kratší odvěsny, [dokud] je to jako horní delší odvěsna, [přidáváme] 1. Od výsledku odečteme výšku kratší odvěsny, zbytek tvoří pravidlo. Odečteme dolní delší odvěsnu severovýchodního rohu od dolní delší odvěsny jihovýchodního rohu, zbytkem násobíme rozestup úhelníků, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme délku města od jihu k severu. Když hledáme šířku města, násobíme vstupem do příčné kratší odvěsny rozestup úhelníků, to vytvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, získáme šířku města od východu na západ.

Váš poddaný Chunfeng a další pokorně poznamenávají: Když v této metodě násobíme výškou kratší odvěsny dolní delší odvěsnu jihovýchodního rohu, získáme 6300 *cunů*. Když to dále zmenšujeme horní delší odvěsnou jihovýchodního rohu 175 *cunů*, získáme 36 *cunů*. Když od toho odečteme výšku kratší odvěsny, zbytek je 1 *cun*, tvoří pravidlo. Dále položíme dolní delší odvěsnu severovýchodního rohu, odečteme ji od dolní delší odvěsny jihovýchodního rohu, zbytek je 60 *cunů*. Násobíme tím rozestup úhelníků, získáme 24 000 *cunů*, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, a to je bez přebytku a bez snížení. Zmenšujeme to pravidlem pro *li* a *cuny*, získáme 1 *li*. Co nelze dokončit, zmenšujeme pravidlem pro kroky a *cuny*, získáme 100 kroků. A to je délka města od jihu k severu 1 *li* a 100 kroků. Když hledáme kroky šířky od východu na západ, položíme množství vstupu do příčné kratší odvěsny, násobíme jím rozestup úhelníků, získáme 20 000 *cunů*, to tvoří obsah. [Dokud je] obsah jako pravidlo, [přidáváme] 1, a tím získáme [množství] bez přebytku a bez snížení. Zmenšujeme to pravidlem pro *li*, získáme 1 *li*. Zbytek zmenšujeme pravidlem pro kroky, získáme 33 kroků. Dvacet, které nelze dokončit, posuneme spolu s pravidlem společně zpět, půlíme, a to je 1 ze 3 dílů kroku.²⁰

¹⁹ Délka je vyjádřena obecným *chang* 長, nikoli jako „podélná“ *zong*. Schéma (DDOJ/S – dolní delší odvěsna jih/sever, VM – vzdálenost města, DM/SM – délka/šířka města):



²⁰ Výpočet délky je jednodušší varianta předchozí úlohy s brodem. Výpočet šířky vychází ze vztahu $SM : DM = VT : (DDOJ - DDOS)$.