Definice základních pojmů

Dříve než přistoupíme k jednotlivým tématům, definujme si některé základní pojmy teorie grafů. Další pojmy jsou zavedeny přímo v těch kapitolách, kam organicky patří.

Neorientovaným grafem $G = (V, E)$ nazýváme uspořádanou dvojici (V, E), kde V je množina **uzlů** grafu a $E \subseteq V \cup \binom{V}{2}$ je množina **hran** grafu G.[3] Pokud je množina uzlů konečná (resp. nekonečná), pak graf nazýváme **konečný** (resp. **nekonečný**). Graf si můžeme představit jako množinu bodů spojených čarami, u kterých nás nezajímá ani délka, ani tvar. Graf, který můžeme v rovině nakreslit tak, že uzly jsou body roviny a hrany takové čáry, že žádné dvě nemají společný vnitřní bod, se nazývá **rovinný**.

Hranu, která je dána dvojicí uzlů u, v, budeme označovat uv. Uzly u, v nazýváme **koncové uzly** hrany uv. Říkáme, že uzel u (resp. v) je **incidentní** s hranou uv a že uzly u, v jsou **sousední**. Podobně řekneme, že hrana uv je incidentní s uzly u, v. Hrana, která je incidentní s jediným uzlem, se nazývá **smyčka**. Počet hran, které jsou incidentní s uzlem u, nazýváme **stupeň uzlu** $\boldsymbol{u}$. Je-li stupeň uzlu u roven nule, pak uzel u nazýváme **izolovaný**. **Pravidelným grafem** $\boldsymbol{n}$**-tého stupně** nazýváme graf, ve kterém má každý uzel stupeň rovný číslu n.

Bipartitním grafem $G = (A, B)$ rozumíme graf, ve kterém můžeme množinu uzlů rozdělit do dvou tříd A, B tak, že hrany spojují pouze uzly různých tříd.

Podgrafem $G' = (V', E')$ grafu $G = (V, E)$ nazýváme graf, pro který platí $V' \subseteq V$ a $E' \subseteq E$. Je-li přitom $V' = V$, pak podgraf G' nazýváme **faktor** grafu G. Pokud je faktor pravidelným grafem k-tého stupně, pak říkáme, že je **faktorem** $\boldsymbol{k}$**-tého stupně**. Faktor 1. stupně nazýváme **lineární faktor** a podobně faktor 2. stupně nazýváme **kvadratický faktor**.

Posloupnost uzlů a hran grafu G tvaru

$$u_0, u_0u_1, u_1, u_1u_2, u_2, \dots , u_{n-1}, u_{n-1}u_n, u_n$$

nazýváme **sled** mezi uzly u_0 a u_n. Říkáme, že tento sled začíná v uzlu u_0 a končí v uzlu u_n. Číslo n nazýváme **délka** sledu mezi uzly u_0, u_n. Sled, ve kterém se každá hrana grafu vyskytuje nejvýše jednou, nazýváme **tah**. **Cesta** je pak sled,

[3] Definici orientovaného grafu a pojmů s ním souvisejících zavedeme až v kapitole 5. V této chvíli se spokojíme pouze s konstatováním, že v orientovaných grafech je na hranách vyznačena šipkou orientace.

ve kterém se každý uzel grafu vyskytuje nejvýše jednou. Tah, který obsahuje všechny hrany grafu, nazýváme **eulerovský**.

Souvislým grafem nazýváme graf, ve kterém pro libovolnou dvojici uzlů u, v existuje sled mezi uzly u, v. **Komponentou** grafu G nazýváme maximální souvislý podgraf grafu G.

Souvislý pravidelný graf druhého stupně nazýváme **kružnice**. Kružnici, která obsahuje všechny uzly grafu, nazýváme **hamiltonovská**. Hranu, která neleží na žádné kružnici, nazýváme **most**. Předpokládejme dále, že v grafu G existují dvě různé hrany uv_1 a uv_2, které současně nepatří do žádné kružnice grafu G. Pak uzel u nazýváme **artikulace** grafu G.

Hranovým stupněm souvislosti grafu G nazýváme minimální počet hran, který musíme z grafu G odstranit, abychom dostali nesouvislý graf. Podobně **uzlovým stupněm souvislosti** grafu G rozumíme minimální počet uzlů, po jejichž odstranění vzniklý graf není souvislý.

Grafy $G_1 = (V_1, E_1)$ a $G_2 = (V_2, E_2)$ nazýváme **izomorfní**, pokud existuje prosté zobrazení f množiny V_1 na množinu V_2 s touto vlastností: Dva uzly u, v jsou v grafu G_1 spojeny hranou právě tehdy, jsou-li jejich obrazy u', v' spojeny hranou v G_2.