Stanislav Kohn (1888–1933)

Obrázek je převzat z článku [Mr].

6. České učebnice pravděpodobnosti a statistiky mezi I. a II. světovou válkou[254]

6.1 Vymezení problematiky

Pokud se chceme zabývat historií teorie pravděpodobnosti v českých zemích po I. světové válce, musíme objasnit, jaký přitom bude náš přístup k historii matematické statistiky[255]. Ta je dnes považována za samostatnou disciplínu, která sice z teorie pravděpodobnosti vychází, zabývá se však zcela odlišným okruhem problémů; snad bychom mohli říci, že základní problematiku matematické statistiky představuje statistické usuzování (statistická indukce) prováděné na základě náhodného výběru z tzv. základního souboru, přičemž hlavním nástrojem tohoto usuzování je teorie odhadu a teorie testování statistických hypotéz.

Z historického hlediska je otázkou, od kdy lze mluvit o matematické statistice jako o samostatné disciplíně. Andres Hald, který je autorem dvousvazkové (v současnosti zřejmě nejrozsáhlejší[256]) monografie o historii pravděpodobnosti a statistiky [Ha1, Ha2], nazval první díl své monografie *„A history of probability and statistics and their applications before 1750“*, druhý díl *„A history of mathematical statistics from 1750 to 1930“*; z toho je zřejmé, že podle A. Halda lze již od počátku rozlišovat mezi teorií pravděpodobnosti a matematickou statistikou, a od poloviny 18. století již má cenu sledovat historii matematické statistiky jako samostatné disciplíny. Přesto se domníváme, že pro účely této kapitoly lze za počátek osamostatnění matematické statistiky považovat konec 19. a začátek 20. století, tj. (jinak řečeno) období před I. světovou válkou. Vycházíme přitom z toho, že v r. 1900 Karl Pearson (1857–1936) publikoval χ^2-test (test dobré shody)[257] a v r. 1908 William Sealy Gosset (1867–1937) pod pseudonymem „Student“ publikoval t-test pro střední hodnotu normálního rozdělení ([Ha2], str. 664 a násl.); tyto testy dnes představují klasické části matematické statistiky a domníváme se proto, že jejich publikování lze považovat za začátek matematické statistiky v dnešním pojetí.

---

[254] Autor děkuje Ing. Prokopu Závodskému z VŠE Praha za mnohé cenné připomínky k této kapitole.

[255] Pokud jde o statistiku jako disciplínu zabývající se shromažďováním a zpracováním údajů demografických, ekonomických a dalších v tom smyslu, v jakém ho dnes provádí Český statistický úřad, pak historii této disciplíny v bývalém Československu lze nalézt v knize [Zá1]; v současné době je připravováno nové rozšířené vydání této knihy.

[256] První díl má rozsah 586 stran, druhý díl má rozsah 795 stran.

[257] Viz [Ha2], str. 651 a násl.; mezi Pearsonovými předchůdci je uveden i E. Czuber.

V období po I. světové válce tedy už považujeme matematickou statistiky za samostatnou disciplínu, není však naším cílem zabývat se její historií. Protože však teorie pravděpodobnosti a matematická statistika jsou těsně propojené, bude cílem této kapitoly podat přehled učebnic (tj. učebních textů, nikoli původních vědeckých prací) jak pravděpodobnosti, tak statistiky, které u nás byly vydány v období mezi světovými válkami. Jedná se přitom o pouhý základní přehled, nikoli o rozbor jednotlivých prací.

Považujeme ještě za nutné ještě upozornit na to, že v této kapitole nebude žádná zmínka o zřejmě nejvýznamnějším českém badateli v oblasti teorie pravděpodobnosti v období mezi I. a II. světovou válkou, kterým byl Bohuslav Hostinský (1884–1951), profesor teoretické fyziky na Masarykově univerzitě v Brně. V teorii pravděpodobnosti (hlavně v teorii náhodných procesů) byl mezinárodně uznávaným odborníkem, v uvedeném období však nenapsal žádnou učebnici pravděpodobnosti nebo statistiky[258]; protože tato kapitola je věnován učebnicím (nebo textům učebnicového charakteru), ponecháme zde práce B. Hostinského stranou a základní informaci o nich podáme v následující kapitole.

6.2 První práce publikované po r. 1918

Sledujeme-li historii teorie pravděpodobnosti a statistiky v českých zemích, pak zjistíme, že prvním badatelem, který pocházel z českých zemí a dosáhl v těchto disciplínách původních výsledků a širšího zahraničního ohlasu, byl zřejmě pražský rodák Emanuel Czuber (1851–1925), kterému byla věnována předešlá kapitola. Od r. 1891 působil jako profesor vídeňské techniky a zde také napsal dvě své (pravděpodobně) nejvýznamnější učebnice (*Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen,* Lipsko 1903, další vydání 1908-10, 1914, 1924; *Die statistischen Forschungsmethoden,* Vídeň 1921, další vydání 1927, 1938). Tyto učebnice byly ve své době oblíbené, o čemž svědčí jak počet vydání, tak i fakt, že byly vydávány i po Czuberově smrti; lze předpokládat, že byly známé i v českých zemích a lze je tedy považovat za jakýsi základ, ze kterého se vycházelo i u nás při výuce pravděpodobnosti a statistiky v období po I. světové válce.

Po vzniku samostatné Československé republiky v r. 1918 vznikla potřeba získat pro pravděpodobnost a matematickou statistiku vhodnou učebnici v českém jazyce. Záležitost byla nakonec vyřešena v r. 1926 vydáním pře-

[258] Za učebnici by bylo možné považovat dvousvazkovou práci B. Hostinského *„Počet pravděpodobnosti“*, kterou vydala JČMF v r. 1950, to je však už mimo časový rozsah této kapitoly.

kladu knihy anglického statistika George Udny Yuleho (1871–1951) *„Introduction to the Theory of Statistics"*; podrobný popis tehdejší situace a okolností souvisejících s tímto překladem je uveden v předmluvě překladatelů [NM]. Jeví se nám jako zajímavé, že se zřejmě vůbec neuvažovalo (alespoň podle [NM]) o napsání původní české učebnice, i když (podle našeho názoru) např. prof. Láska byl schopen takovou učebnici napsat[259].

V tomto paragrafu podáme přehled českých učebnic pravděpodobnosti a statistiky, které vyšly před vydáním překladu knihy G. U. Yuleho; vycházíme přitom z již zmíněné předmluvy [NM], ve které autoři uvádějí tři původní české práce *„obírající se soustavně teorií statistiky"*. Těmto třem pracím se nyní budeme věnovat.

První z prací uvedených v [NM] je kniha Dobroslava Krejčího[260] *„Základy statistiky, zvláště pro zemědělce a družstevníky"*; první vydání vyšlo v r. 1920 v řadě „Publikace ministerstva zemědělství" jako č. 4 a mělo rozsah 89 stránek, druhé vydání v r. 1923 v téže řadě pod tímtéž číslem mělo rozsah 224 stránek a 6 příloh. V [NM] se o této knize říká: *„ ... spatřuje svůj úkol, jak z předmluvy patrno, především v popularisaci statistiky. Tomuto úkolu výborně vyhovuje. Je psána jasně a srozumitelně a vyniká hlavně v partiích o statistické technice, kde autor vykořistil bohaté své dlouholeté zkušenosti jako statistik z povolání. Jest rázu nematematického."* S poslední větou tohoto hodnocení lze bez výhrad souhlasit.

Poznamenejme pro zajímavost, že D. Krejčí napsal ještě knihu *„Statistika. Jak se dělá a jak jí používat. Učitelům napsal ..."*; kniha vyšla v r. 1928 v edici „Pedagogická knihovna", kterou řídil František Pražák, a měla rozsah 100 stran. Byla rovněž rázu zcela nematematického.

Druhou prací uvedenou v [NM] je práce Josefa Beneše [261] *„O statistice a její teorii, o vědách a zájmech, s nimiž souvisí"* ; vyšla v Praze r. 1920 nákladem

[259] O V. Láskovi ještě bude krátce pojednáno.

[260] Dobroslav Krejčí se narodil 10. I. 1869 v Humpolci. Byl právníkem; po soudní a advokátní praxi se v r. 1898 stal úředníkem nově zřízené Zemské statistické kanceláře království Českého, od r. 1906 tuto kancelář fakticky vedl. V letech 1919 – 1920 se podílel na vybudování československého Státního úřadu statistického a byl krátce jeho prvním prezidentem. Od r. 1920 byl profesorem statistiky na právnické fakultě Masarykovy univerzity v Brně, současně přednášel na Vysoké škole zemědělské v Brně a na Komenského univerzitě v Bratislavě. Zemřel 24. VII. 1936 v Brně (podle [Tom], II, str. 175).

[261] Josef Beneš se narodil 3. IX. 1859 v Kounicích u Českého Brodu. Studoval na pražské české technice a univerzitě matematiku a fyziku, pak pracoval jako pojistný matematik u několika pražských pojišťovacích ústavů, později dosáhl i vedoucích funkcí. Od r. 1904 předná-

České jednoty pro vědy pojistné a má rozsah 88 stránek; je k ní připojena ještě *„Zpráva o kursu pro techniku pojistnou"*, takže celá publikace má rozsah 103 stránek. V [NM] se o této práci říká: *„ ...je psána na základě všestranné znalosti odborné literatury hutným slohem, pokoušejícím se bez širokých výkladů a příkladů zachytiti obraz a vývoj dnešní teorie statistické a jejich prostředků. Jest rázu matematického, ovšem spíše jen naznačuje, takže podrobné poučení čtenář musí hledati v pečlivě citované, ale cizí literatuře."*

Číst a hodnotit tuto práci je svízelné. Problém není v matematické stránce věci; matematika se v práci sice objevuje, ale pouze jako občasná vsuvka do výkladu čistě verbálního, takže pro plné pochopení práce je sice třeba znát matematickou teorii pravděpodobnosti, většinu práce však lze číst i bez jakékoli znalosti matematiky. Svízelné je to, co je v [NM] decentně označeno jako „hutný sloh". Odečteme-li úvodní stránky, pak máme před sebou 78 stránek textu neobsahujícího žádné názvy probíraných témat nebo jiné body, podle kterých by se čtenář mohl orientovat. Tento nepřehledný „hlavní" text je doplněn velkým množstvím poznámek pod čarou; ty představují odhadem polovinu celkového rozsahu článku a jeho nepřehlednost ještě zvyšují. Přitom obsah práce je velice zajímavý a svědčí o mimořádném rozhledu autora, v žádném případě však nemá charakter prakticky orientovaného textu. Snad by bylo možno říci, že se jedná o pozoruhodnou úvahu o statistice a teorii pravděpodobnosti na základě stavu těchto disciplín v první čtvrtině minulého století; v době svého napsání mohla být velice zajímavá a podnětná pro profesionálně vzdělaného statistika, který by se dokázal prokousat dlouhým a nepřehledným textem.

Třetí prací citovanou v [NM] je práce Václava Lásky[262] *„Vybrané kapitoly z mathematické statistiky"*, která vyšla v Praze r. 1921 nejprve v Československém statistickém věstníku a potom i samostatně nákladem Státního úřadu statistického. Má rozsah 66 stránek a v předmluvě [NM] se o ní říká: *„Pokus prof. Dr. Lásky v Československém Věstníku Statistickém „Kapitoly z matematické statistiky" je jednak příliš kusý, jednak nematematikům nepří-*

šel jako docent na pražské české technice pojistnou matematiku a matematickou statistiku, v r. 1924 byl jmenován profesorem. Zemřel v Praze 27. XII. 1927 (podle [Zá2]).

[262] Václav Láska se narodil v Praze 24. srpna 1862. Po univerzitních studiích matematiky a fyziky pracoval nejprve jako astronom na hvězdárně v pražském Klementinu, v r. 1890 se habilitoval na pražské české technice z geodézie a v r. 1895 byl jmenován profesorem vyšší geodézie a astronomie na univerzitě ve Lvově. V roce 1911 se vrátil na pražskou českou univerzitu jako profesor aplikované matematiky, v r. 1920 založil při Karlově univerzitě geofyzikální ústav. Napsal přes 300 publikací a svými kolegy byl prý označován za posledního polyhistora přírodních věd ([DUK], IV, str. 165); v dějinách meteorologie v českých zemích je označen jako jeden z největších zjevů české exaktní vědy ([KŠ], str. 100). Zemřel v Praze 27. srpna 1943 (podle [PZ]).

stupný“. Podle našeho názoru se však jedná o velice zajímavou práci, která se navíc vhodně doplňuje s jinou Láskovou prací *„Počet pravděpodobnosti“*; ta vyšla nákladem České matice technické v Praze rovněž v r. 1921 a má rozsah 128 stran + 2 obrazové přílohy. V dnešních učebnicích statistiky určených nematematikům je obvyklé, že do učebnice je nejprve zařazen výklad základních pojmů a výsledků teorie pravděpodobnosti a na tento výklad navazuje část matematicko-statistická; v tomto smyslu je Láskova koncepce dvou doplňujících se učebních textů zcela moderní.

6.3 Překlad knihy G. U. Yuleho

Domníváme se, že za významný předěl v historii české statistiky lze považovat vydání českého překladu knihy významného anglického statistika George Udny Yuleho (1871–1951)[263] *„Introduction to the Theory of Statistics“*. Překlad o rozsahu 489 stran vydal pod názvem *„Úvod do teorie statistiky“* v r. 1926 Státní úřad statistický v Praze.

Měříme-li úspěšnost knihy počtem vydání, pak uvedená Yuleho kniha představuje pravděpodobně jednu z nejúspěšnějších knih v historii světové statistiky. 1. vydání anglického originálu vyšlo v r. 1911, český překlad byl pořízen podle 7. vydání z r. 1924, poslední (čtrnácté) vydání (společně s M. G. Kendallem) vyšlo v r. 1950.

Překlad je dílem dvou autorů, Josefa Mráze[264] a Vladimíra Nováka[265]. V předmluvě [NM] se o podílu obou překladatelů a o dalších spolupracovnících říká: *„Práci si překladatelé rozdělili tak, že prof. Dr. Vladimír Novák přeložil celé dílo kromě kap. VII. a VIII., které přeložil doc. Dr. Josef Mráz, jenž provedl revisi celého překladu po stránce statistické, sestavil doplňky literární (dod. III.), přehled značek a vzorců a obstaral redakci díla. Prof. Dr. Novák překreslil ještě všechny obrazce a sestavil rejstřík. Po vzájemné úpravě přepsán překlad strojem a o nové přehlédnutí překladu po stránce statistické i matematické požádáni prof. pojistné matematiky a matematické statis-*

[263] Podrobnější informace o Yulem lze najít např. v [JK], str. 168–169, [HS], str. 292–294.
[264] Josef Mráz (1882 Josefov – 1934 Praha) – právník, od r. 1907 úředník Zemské statistické kanceláře Království českého, od r. 1919 působil ve Státním úřadu statistickém, od r. 1930 jako jeho vicepresident. Od r. 1923 byl docentem Vysoké školy zemědělského a lesního inženýrství pro obor zemědělská statistika, od r. 1925 docentem Vysoké školy obchodní pro obor statistika. Na titulní stránce překladu je u Mráze uvedeno: „Ministerský rada Stát. úřadu statistického a docent statistiky na Českém vysokém učení technickém v Praze“.
[265] Vladimír Novák (1869 Praha – 1944 Brno) – fyzik, v r. 1896 se habilitoval na pražské české univerzitě, v letech 1896–1898 studoval v Anglii a USA. Od r. 1902 byl mimořádným a od r. 1906 řádným profesor fyziky na české technice v Brně.

tiky na českém vysokém učení technickém v Praze Josef Beneš[266] *a prof. fysiky na české technice v Brně, nyní na vysokém učení technickém v Praze, Dr. František Nachtika*[267]*, jimž dlužno vzdáti upřímné díky za četná upozornění i doplňky. Zvláště prof. Dr. Nachtikal s nevšední ochotou porovnal překlad co nejpečlivěji s originálem a hlavně po matematické stránce přispěl neobyčejně platně k jeho dokonalosti a přístupnosti. Velká část poznámek rázu matematického a oddíl o řešení úloh pochází od něho."*

Porovnejme pro zajímavost, co o tomto překladu píše jeden z překladatelů, totiž V. Novák, ve svých pamětech [Nov] na str. 404 – 405: *„Ke konci r. 1924 byl jsem vyzván Dr. Františkem Weyrem (* 1879 ve Vídni), profesorem právnické fakulty Masarykovy university v Brně a t. č. předsedou státního ústavu statistického v Praze k překladu anglické učebnice statistiky, kterou (v r. 1924) již v 7. vydání sepsal Georg Udny Yule (* 1871) pod názvem „Introduction to the Theory of Statistics". Nesnadný tento úkol, v němž mi účinně pomáhal JUDr. Josef Mráz (* 1882 v Josefově - † 1934 v Praze), ministerský rada státního ústavu statistického a docent statistiky na českém vysokém učení technickém v Praze, jakož i přítel můj Dr. Frant. Nachtikal, profesor téže vysoké školy, zabral mi dvě léta pilné práce, ..."*

Učebnice neobsahuje žádný výklad o teorii pravděpodobnosti, považujeme však za důležité upozornit zde na jeden z dodatků, který ke knize připojili čeští překladatelé. Jedná se o *„Doplněk ke kap. XVII. Přesnost souhlasu"* (str. 382–389), kde je pravděpodobně poprvé v české literatuře vyložen test dobré shody, přičemž jsou citovány práce Pearsonovy, Fisherovy a Yuleho. Nepodařilo se nám bohužel zjistit, který z překladatelů nebo jejich spolupracovníků je autorem tohoto doplňku.

6.4 Další česká učebnice statistiky

6.4.1 Úvod

Jak už bylo řečeno v paragrafu 6.2, v [NM] není žádná zmínka o tom, že by se ve dvacátých letech minulého století uvažovalo o napsání původní české učebnice statistiky. Nicméně (v jistém smyslu) původní česky psaná učebnice se přece jen objevila. Napsal ji ruský emigrant a soukromý docent statisti-

---

[266] O Josefu Benešovi viz paragraf 6.2.

[267] František Nachtikal (1874 Kralovice u Plzně – 1939 Praha) – v r. 1920 se habilitoval pro fyziku na brněnské české technice, 1921 profesor tamtéž, od r. 1926 profesor fyziky na ČVUT Praha.

ky na Ruské právnické fakultě v Praze Stanislav Kohn (1888–1933)[268] a pod názvem *„Základy teorie statistické metody*“ ji v r. 1929 vydal Státní úřad statistický v Praze. Kniha měla rozsah 483 stran, vyšla pouze v jednom vydání a nerozšířila se mimo území naší republiky, přesto by však při studiu historie pravděpodobnosti a statistiky v českých zemích neměla být přehlížena. Dnes o ní asi už ví jen málokdo, ve své době však vzbudila značnou pozornost (viz dále) a podle některých pamětníků byla využívána při studiu (stejně jako překlad knihy Yuleho) ještě na začátku padesátých let minulého století.

Hlavním pramenem informací o Kohnovi a vzniku jeho učebnice statistiky je Kohnův nekrolog [Mr][269]. Mráz zde píše: *„Bylo to na podzim r. 1927, když ke mně docent Kohn po prvé přišel. Byl jsem však již před tím na něho upozorněn p. prof. Schoenbaumem[270], jenž již v té době se zmiňoval o jeho zajímavých litografických přednáškách ze statistiky[271] a doporučoval nám je k vydání, když pokus jeho o vydání v Jednotě čsl. matematiků a fysiků zůstával dlouho bezvýsledný. ... Doc. Kohn měl do vánoc r. 1927 odevzdati prvé partie českého rukopisu. Třeba zvláště vytknouti, že nešlo o překlad jeho přednášek ruských, nýbrž o nové přepracování a přizpůsobení našim poměrům (zvláště pojetím řady příkladů z domácí látky). Podkladem prvých rukopisů ovšem byly překlady z ruštiny, opatřené zdejšími překladateli ... později vůbec již koncipoval přímo česky sám (tak na př. celá poslední kapitola[272], která v litografických přednáškách ruských vůbec nebyla a kterou vypracoval na můj podnět.“*

Pokud se zahraničních ohlasů týče, píše Mráz: *„Kohnovy „Základy“ vzbudily pozornost i za hranicemi. Měl jsem již příležitost prvé projevy zaznamenati zde v roč. XI na str. 134 jako „Ohlas vydání Kohnových Základů teorie*

[268] Stanislav Kohn (2. IX. 1888 Varšava – 3. II. 1933 Praha) – absolvoval petrohradskou polytechniku, od r. 1918 byl profesorem statistiky na polytechnice v Tiflisu (Tbilisi). Od r. 1921 žil v emigraci, nejdříve v Paříži, od r. 1923 v Praze, kde působil (kromě jiného) jako soukromý docent statistiky na Ruské právnické fakultě. V ruské literatuře bývá k jeho jménu ještě připojováno tzv. „otčestvo“ (jméno po otci) Salezievič a příjmení se píše bez „h“, tedy Kon.
[269] Co se novějších článků o Kohnovi týče, je z nich asi nejrozsáhlejší článek [Dmi]; je zajímavé, že v tomto článku není citován Mrázův nekrolog [Mr], takže je možné, že tyto dva články představují nezávislé zdroje informací o Kohnovi. O historii vzniku Kohnovy učebnice se však v článku [Dmi] neříká skoro nic.
[270] Emil Schoenbaum (1882 Benešov – 1967 Mexico City), od r. 1923 profesor pojistné matematiky na Karlově univerzitě v Praze.
[271] Jednalo se o litografické vydání přednášek, které konal Kohn v letech 1918–1920 na polytechnice v Tbilisi, je tedy tak trochu otázkou, nakolik lze Kohnovu knihu považovat za původní českou učebnici. Částečně tuto otázku osvětluje dr. Mráz.
[272] Kapitola má název *„Symptomatické změny statistických čísel průběhem doby“* a má rozsah 48 stran; v dnešní terminologii se jedná o studium časových řad.

statistické metody“. ... Bortkiewicz v dopise dal výraz svému „překvapení nad množstvím probrané látky“ a nabízel se ke zprostředkování pro vydání knihy v jazyce německém. Jednání o to bylo skutečně s firmou Springer navázáno, ale rozbilo se o podmínku, aby kniha byla vydána jako německá původní práce a nikoli jako překlad z češtiny. ... V poslední době bylo s Kohnem vyjednáváno, aby své „Základy“ přepracoval na polské původní dílo, zvláště použitím příkladů z polské statistiky.“

Ať už tedy chápeme Kohnovu učebnici jako původní českou práci nebo jako přepracovanou variantu ruské učebnice, rozhodně se jedná o jednu z mála česky psaných statistických práci (ne-li jedinou) ve sledovaném časovém období, které vzbudily pozornost i v zahraničí.

6.4.2 Teorie pravděpodobnosti v Kohnově učebnici

Jak už bylo řečeno, Kohnova učebnice má celkový rozsah 483 stran, z čeho je zhruba 100 stran věnováno teorii pravděpodobnosti; této části Kohnovy knihy se nyní budeme věnovat trochu podrobněji.

Povšimněme si nejprve toho, jaké místo má teorie pravděpodobnosti v celkové koncepci Kohnovy knihy. Kohn začíná předmluvu ke knize slovy: *„Jestliže ještě v několika posledních desetiletích obsahem učebnic statistiky byla hlavně technika sbírání a zpracovávání statistického materiálu o hromadných zjevech společenských, musí býti dnes jejich obsah zcela jiný. Během posledních desetiletí vznikla totiž a značně se rozvinula teorie statistiky jakožto zvláštní metodologická věda, napolo logické a napolo matematické podstaty, opírající se značnou měrou o teorii pravděpodobnosti.“* Kohn tedy považuje statistiku za metodu bádání a protože ve své učebnici chce podat teoretické základy této metody, nemůže přitom teorii pravděpodobnosti vynechat.

Celá Kohnova kniha je rozdělena do dvou částí. První část má název *„Statistické popisování skutečnosti (idiografický úkon statistické metody)“*, v učebnici zabírá stránky 11–128 a je členěna do šesti kapitol; dnes bychom řekli, že je věnována popisné statistice. Druhá část knihy nadepsaná *„Statistické badání o příčinných spojeních (nomotetický úkon statistické metody)“* zabírá stránky 129–432 (tedy většinu učebnice) a je členěna do deseti kapitol; dnes bychom řekli, že je věnována jednak teorii pravděpodobnosti, jednak některým partiím matematické statistiky, hlavně korelaci a regresi; moderní metody matematické statistiky (teorie odhadu, testování statistických hypotéz) se v v učebnici neobjevují[273].

Teorii pravděpodobnosti jsou věnovány první čtyři kapitoly druhé části knihy na stranách 129–226; v knize to jsou kapitoly VII–X.

Kapitola VII nazvaná *„ ‚Pevné' a ‚volné' příčinné spojení. Pojem pravděpodobnosti"* (str. 129–146) obsahuje obsáhlé slovní komentáře, ale její matematický obsah je poměrně chudý; nalezneme zde tzv. klasickou definici pravděpodobnosti (str. 141)[274], větu o sčítání pravděpodobnosti pro disjunktní náhodné jevy a větu o násobení pravděpodobnosti pro nezávislé náhodné jevy. K větě o násobení pravděpodobnosti je připojena zmínka o tom, že v případě závislých jevů by bylo třeba použít podmíněných pravděpodobností, přitom však pojem podmíněné pravděpodobnosti není definován a je vysvětlen jen velice letmo.

Kapitola VIII nazvaná *„Pojem pravděpodobnosti v případě mnohosti příčin"* (str. 147–157) je v podstatě věnována Bayesově větě.

V IX. kapitole *„Zákon velkých čísel. Vztah empirických poměrných četností zjevů k jejich pravděpodobnostem"* (str. 158–197) nalezneme (v dnešní terminologii) například binomické rozdělení, Bernoulliovu větu[275], normální rozdělení a větu Moivreovu – Laplaceovu i s tabulkou distribuční funkce normovaného normálního rozdělení[276]; to vše je však vykládáno v odlišném pořadí než jsme uvedli zde.

X. kapitola *„Volné příčinné spojení a zákon velkých čísel v případě kvantitativních znaků"* (str. 198–226) představuje vlastně (v dnešní terminologii)

---

[273] Pokud jde o Kohnovu terminologii, Kohn k tomu říká (str. 3): *„Poznání na jedné straně může se spokojiti s prostým popsáním skutečnosti v určitém rámci času a prostoru (poznatek idiografický), na druhé straně může ovšem jíti dále k postižení obecných prvků ve zjevech, zejména ke zjištění některých obecných stálých spojitostí mezi zjevy, příčinných vztahů mezi nimi (poznatek nomotetický). ... Oba termíny pocházejí od německého filosofa Windelbanda."*

[274] *„Pravděpodobnost události je poměr počtu stejně možných vzájemně se vylučujících případů příznivých danému výsledku k celkovému počtu stejně možných vzájemně se vylučujících případů."*

[275] Na str. 177 ji Kohn formuluje takto: *„Máme-li možnost nekonečně zvětšovati řadu pokusů, tu při dostatečně velikém počtu těchto pokusů bude pravděpodobnost toho, že poměrná četnost události bude se libovolně málo odlišovati od její pravděpodobnosti, libovolně blízká úplné jistotě."*

[276] Přesněji řečeno, s tabulkou hodnot funkce $\Phi(u) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \exp(-z^2)\, dz$ pro $u \in \langle 0, 4 \rangle$.

přechod od studia náhodných jevů ke studiu náhodných veličin[277]. Je zde definována střední hodnota (nazývaná „matematická naděje“) a rozptyl (nazývaný „čtverec střední chyby“) diskrétní náhodné veličiny nabývající konečně mnoha hodnot a jsou dokázány některé vlastnosti střední hodnoty a rozptylu. Za vyvrcholení této části knihy lze považovat Čebyševovu nerovnost, která je zde odvozena z tzv. Markovova lemmatu.

Kohnův postup je v této části analogický postupu, který je použit např. v knize [Re], kde je nejprve (str. 201) dokázána tzv. Markovova nerovnost a z ní je potom (str. 315) dokázána Čebyševova nerovnost. Markovovu nerovnost formuluje Renyi takto:

Nechť X je kladná náhodná veličina s konečnou střední hodnotou EX. Pak pro libovolné $\lambda > 1$ platí

$$\mathrm{P}[X \geq \lambda\, \mathrm{E}X\ ] \leq \frac{1}{\lambda}\ .$$

Kohnova formulace (v Kohnově učebnici na str. 211) je prakticky stejná (jenom v ní chybí předpoklad konečné střední hodnoty a je formulována pro doplňkový jev, takže nerovnosti jsou „opačně orientované“).

Co se Čebyševovy nerovnosti týče, dnes ji formulujeme obvykle takto ([ZŠ], str. 127): Nechť var $X < \infty$, nechť $\varepsilon > 0$. Potom platí

$$\mathrm{P}[|\, X - \mathrm{E}X\ | \geq \varepsilon\ ] \ \leq\ \frac{\mathrm{var}\, X}{\varepsilon^2}\ .$$

Kohn tuto nerovnost formuluje odlišně; přebírá původní Čebyševovu formulaci (viz např. [Maj], str. 234 a násl.), která by v dnešním značení vypadala takto (v Kohnově učebnici str. 214 a násl.):

Nechť X_i , i = 1, ... , k jsou nezávislé náhodné veličiny se středními hodnotami EX_i a rozptyly var X_i , i = 1, ... , k. Pak[278]

[277] V poznámce pod čarou na str. 202 Kohn říká: *„Pro takovou proměnnou veličinu, která může nabývati řady hodnot s určitými pravděpodobnostmi, v přítomné době stále více a více se začíná používati názvu: „nahodilá proměnná“. A právě o takových nahodilých proměnných budeme v této hlavě pojednávati.“*

[278] U Kohna tedy chybí předpoklad konečnosti rozptylu; veličina t je (str. 211) *„nějaké libovolné číslo“*.

$$\mathrm{P}\left[\left(\sum EX_i - t\sqrt{\sum \operatorname{var} X_i}\right) \leq \sum X_i \leq \left(\sum EX_i + t\sqrt{\sum \operatorname{var} X_i}\right)\right] \geq 1 - \frac{1}{t^2} \ .$$

Budeme-li v této formulaci uvažovat jenom jednu náhodnou veličinu X a označíme-li $t\sqrt{\operatorname{var} X} = \varepsilon$, $t > 0$, dostaneme tvrzení odpovídající dnešní formulaci (až na to, že bude formulována pro doplňkový jev, takže nerovnosti budou „opačně orientované“).

Kapitola XI má název *„Empirické přezkoušení a podmínky platnosti zákona velkých čísel“*; tato kapitola sice bezprostředně navazuje na kapitoly předchozí, ale podle našeho názoru má už spíše charakter statistický a nebudeme se jí zde zabývat.

6.5 Práce z třicátých let

Po vydání knihy Yuleovy a Kohnovy se už až do druhé světové války (a ještě dlouho po ní) neobjevila žádná učebnice, která by rozsahem vykládané látky byla srovnatelná s uvedenými knihami. V období sledovaném v této kapitole (tj. do druhé světové války) bylo však vydáno ještě několik publikací, které lze podle našeho názoru považovat za učebnice pravděpodobnosti nebo statistiky a zaslouží si pozornost.

V r. 1934 vyšla knížka Josefa Kauckého[279] *„Úvod do počtu pravděpodobnosti a teorie statistiky“*. Knížka má rozsah 79 stran a vydala ji JČMF s podporou Elektrotechnického svazu Československého; v předmluvě autor uvádí, že knížka byla napsána na podnět známého elektrotechnika prof. Vladimíra Lista (1877–1971). I když knížka vznikla „na zakázku“ z řad elektrotechniků, lze ji označit za standardní přehled základů teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky napsaný na solidní matematické úrovni; aplikace pravděpodobnosti nebo statistiky na řešení nějakých speciálních elektrotechnických (nebo obecně technických) problémů se v knížce neobjevují (vzhledem k malému rozsahu knížky to ani nebylo možné).

V r. 1936 vyšla kniha, která sice nebyla ani učebnicí teorie pravděpodobnosti ani učebnicí statistiky, ale přesto se nám jeví z hlediska této kapitoly jako za-

---

[279] Josef Kaucký (1895 Praha – 1982 Brno) – od r. 1921 asistent prof. B. Hostinského na MU v Brně; zde se v r. 1928 habilitoval a v r. 1937 byl jmenován mimořádným bezplatným profesorem. Od r. 1938 působil jako profesor na technikách na Slovensku (nejdříve v Košicích, pak v Bratislavě), v letech 1946–1957 opět na technikách v Brně (nejdříve na VUT, později na VTA) a nakonec v letech 1961–1971 na Matematickém ústavu SAV v Bratislavě.

jímavá. Jejím autorem byl významný pedagog Václav Příhoda[280] (na titulním listu je uvedeno: za spolupráce J. Trajlera, M. Dismana a M. Kühnelové) a její název byl *„Praxe školského měření“* s podtitulkem *„Testování na školách prvního stupně“*. Vyšla v Praze v nakladatelství „Dědictví Komenského“, má rozsah 326 stran a podle údaje na titulním listu se jednalo o druhé vydání, ale první vydání se nám nepodařilo objevit. Z našeho hlediska je podstatné, že pátá kapitola, zabírající zhruba polovinu rozsahu knihy, má název *„Pedagogická statistika“* a je věnována velice důkladnému výkladu základních pojmů popisné statistiky; výklad končí Spearmanovým koeficientem pořadové korelace a Pearsonovým korelačním koeficientem. Uveďme pro zajímavost, že z učebnic, o kterých už byla řeč v této kapitole, Příhoda cituje knihu obě učebnice D. Krejčího, knížku J. Beneše, české vydání knihy G. U. Yuleho i knihu Kohnovu; z tohoto hlediska lze říci, že Příhoda uvádí čtenáře do tehdy nejnovější česky psané statistické literatury[281].

V r. 1937 vyšla kniha Jaroslava Janka[282] *„Základy statistické indukce“*. Kniha má rozsah 244 stran, vydal ji Státní úřad statistický v Praze a lze ji stručně charakterizovat jako první českou učebnici matematické statistiky v moderním pojetí, tj. učebnici obsahující teorii odhadu a testování statistických hypotéz; v tomto směru je naprosto odlišná od všech ostatních učebnic uváděných v této kapitole.

Poslední předválečné učebnici teorie pravděpodobnosti bude věnován následující paragraf.

6.6 Kolmogorovova axiomatika ve skriptech K. Rychlíka

V r. 1938 vyšla skripta Karla Rychlíka[283] určená pro studenty ČVUT v Praze. Mají název *„Úvod do počtu pravděpodobnosti“*, rozsah 144 stran a vy-

---

[280] Václav Příhoda (1889 Sány (okres Nymburk) – 1979 Praha) – v letech 1915– 1922, 1926–1929 a 1940–1945 působil jako středoškolský profesor v Praze, mezitím (1922–1926) absolvoval dva studijní pobyty v USA a v letech 1929–1939 byl profesorem Státní pedagogické akademie v Praze. Od r. 1945 působil jako profesor pedagogiky a vývojové psychologie na filozofické fakultě a pedagogické fakultě Karlovy univerzity (podle [Tom], II, str. 641–642).

[281] Z cizojazyčných prací, o kterých byla řeč v této naší knížce, cituje Příhoda Czuberovu učebnici *„Die statistischen Forschungsmethoden“*.

[282] Jaroslav Janko (1893 Opatov – 1965 Praha) – v r. 1929 se habilitoval pro obor pojistná matematika a matematická statistika na Vysoké škole speciálních nauk, od r. 1931 byl mimořádným a od r. 1936 řádným profesor tamtéž. Od r. 1952 působil na MFF UK.

[283] Karel Rychlík (1885 Benešov u Prahy – 1968 Praha) – v r. 1912 se habilitoval na filozofické fakultě české pražské univerzity, v r. 1913 byla tato habilitace přenesena na českou pražskou techniku; zde byl v r. 1920 jmenován mimořádným a v r. 1922 řádným profesorem matematiky (podrobnosti viz [Hyk]).

dala je JČMF. Tato skripta jsou zajímavá hlavně tím, že jsou v podstatě postavená na Kolmogorovově axiomatizaci teorie pravděpodobnosti; i když se nejedná o výklad zcela důsledný a leccos by mu asi bylo možné vytknout, přece jen tato skripta představují pravděpodobně první tuzemskou reakci na příslušnou Kolmogorovovu práci, která vyšla v r. 1933. Skripta navíc obsahují i krátkou informaci o von Misesovu přístupu k axiomatizaci teorie pravděpodobnosti, takže (i přes některé nedostatky) představovala podle našeho názoru pozoruhodnou práci.

Protože celkový přehled obsahu skript byl podán v knize [Hyk], str. 148–149, podíváme se zde podrobněji pouze na to, jak Rychlík ve svých skriptech vykládá Kolmogorovovu axiomatiku teorie pravděpodobnosti. Při odkazování na jednotlivé části Rychlíkových skript využijeme toho, že skripta jsou rozčleněna do 46 průběžně číslovaných paragrafů (nepočítáme-li čtyři závěrečné paragrafy doplňujícího charakteru, ve kterých jsou shrnuty základní pojmy týkající se množin, funkcí, kombinatoriky a množinových těles; tyto paragrafy mají čísla 101–104).

6.6.1 Rychlík a d'Alembert

I když cílem našeho výkladu je ukázat, jak Rychlík vyložil Kolmogorovovu axiomatiku, nemůžeme si odpustit malou historickou poznámku motivovanou tím, že před výklad Kolmogorovovy axiomatiky, který začíná v § 7 na str. 15, zařadil Rychlík (kromě jiného) ještě kapitolu nazvanou *„Klasická definice pravděpodobnosti“* (§§ 4–6). Tato definice v Rychlíkově podání není příliš zdařilá, protože v ní není uveden předpoklad, že všechny elementární jevy jsou stejně možné. Tím pak dochází k tomu, že se ve skriptech objevuje § 6 *„Paradox klasické definice pravděpodobnosti“*, který Rychlík začíná takto:

„Následující příklad bývá uváděn jako paradox pro klasickou definici pravděpodobnosti[284] *.Určiti pravděpodobnost, že při dvojím hodu (správnou) mincí se objeví aspoň jednou 'hlava'.“*

Rychlík úlohu nejdříve vyřeší (pochopitelně správně) s výsledkem 3/4, pak však pokračuje:

„D'Alembert ("Encyclopédie" sv. 12 (1754) pod heslem „Croix ou pile") tvrdil, že hledaná pravděpodobnost je 2/3. Odůvodňoval to takto: Objeví-li

[284] Rychlík zde připojuje poznámku pod čarou: *„Ovšem i klasická teorie může paradox odstraniti zavedením vhodných předpokladů“.*

se „hlava" v prvém hodu, není třeba dalšího hodu, takže stačí uvažovati tyto tři elementární jevy: hlava, orel – hlava, orel – orel. tyto jevy pak považuje za elementární jevy stejnoměrného rozložení pravděpodobnosti. Hlava se objeví u jevů hlava, orel – hlava. Tak dospěl k číslu 2/3."

Zde Rychlík končí kapitolu, aniž by připojil sebemenší vysvětlení, považujeme proto za vhodné doplnit zde malou poznámku. Uvedený d'Alembertův výpočet je v dějinách teorie pravděpodobnosti znám[285] a komentoval ho už Laplace ve svém *„Essai philosophique sur les probabilités"* (1814)[286]; skutečnost, že v klasické definici pravděpodobnosti musí být všechny elementární jevy stejně možné[287], je všeobecně přijímána a to, že ji d'Alembert neakceptoval, nikdy (pokud víme) nebylo chápáno jako paradox klasické definice pravděpodobnosti. Není nám jasné, proč Rychlík zařadil tento příklad do svých skript (navíc bez jediného slova komentáře); možná na něm chtěl dokumentovat nezbytnost přesné axiomatické definice pravděpodobnosti.

6.6.2 Dnešní výklad

Považujeme za vhodné začít tím, že stručně připomeneme, jak se základy teorie pravděpodobnosti vykládají dnes; přitom se neomezíme pouze na základní axiomy, ale dojdeme až k pojmu náhodná veličina. Dnešní výklady této problematiky se v různých učebnicích pochopitelně poněkud liší; zde vyjdeme z výkladu podaného v [ZŠ][288].

V této učebnici (str. 22–23) je nejprve zaveden pojem σ-algebra takto:
Nechť Ω je libovolná neprázdná množina. Neprázdný systém Ψ podmnožin množiny Ω se nazývá σ-algebra, jestliže platí

(i) $A \in \Psi \Rightarrow A^c \in \Psi$ (A^c = doplněk množiny A),

[285] Todhunter ([Tod], str. 258) v této souvislosti o d'Alembertovi píše: *„His high reputation in science, philosophy, and literature have secured an amount of attention for his paradoxes and errors which they would not have gained if they had proceeded from a less distinguished writer."* Na d'Alembertův omyl upozorňuje i stať o pravděpodobnosti v Riegrově slovníku naučném, VI, str. 975 (viz paragraf 1.7).
[286] Tento *„Essai"* byl jednak vydán samostatně, jednak byl připojen jako úvodní část ke druhému a všem dalším vydáním Laplaceova spisu *„Théorie analytique des probabilités"*. Ve vydání tohoto spisu z r. 1847 (jako sedmý svazek Laplaceových spisů) je Laplaceův výklad k d'Alembertovu řešení na str. XII - XIII.
[287] Z logického hlediska je ovšem pojem „stejně možné elementární jevy" v klasické definici pravděpodobnosti pochybený, protože se vlastně jedná o definici kruhem a tzv. klasická definice pravděpodobnosti tedy žádnou definicí není. Pokud však pojem „stejně možné elementární jevy" chápeme intuitivně (a z historického hlediska tomu tak bylo), pak klasická definice funguje bez paradoxů.
[288] Při našem výkladu nebudeme vždy dodržovat symboliku použitou v [ZŠ].

(ii) $A_i \in \Psi$, i = 1, 2, ... $\Rightarrow \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \Psi$.

Z pravděpodobnostního hlediska Ω je prostor elementárních jevů, prvky systému Ψ jsou náhodné jevy. Pravděpodobností se pak nazývá reálná funkce P(A) definovaná na Ψ, která splňuje následující podmínky

(i) P(Ω) = 1,

(ii) P(A) $\geq$ 0 pro všechna A $\in$ Ψ,

(iii) $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$ pro všechny množiny $A_i \in \Psi$, i = 1, 2, ... , které jsou po dvou disjunktní.

Trojice (Ω, Ψ, P) se nazývá pravděpodobnostní prostor.

Pokud jde o pojem náhodná veličina, v [ZŠ] (str. 61–63) je nejprve na reálné přímce R definována borelovská σ-algebra B jako nejmenší σ-algebra podmnožin množiny R obsahující všechny možné[289] intervaly na R, přičemž se ukazuje, že k vytvoření uvedené σ-algebry stačí vyjít pouze z intervalů tvaru $(-\infty, x)$; prvky této σ-algebry se nazývají měřitelné množiny.

Uvažujme nyní pravděpodobnostní prostor (Ω, Ψ, P). Náhodná veličina je definována jako reálná funkce X definovaná na Ω, pro kterou platí $x \in R \Rightarrow \{\omega \in \Omega : X(\omega) < x\} \in \Psi$; takovéto funkce se nazývají měřitelné. Z této definice plyne, že funkce X ke každé měřitelné množině určuje její vzor v Ψ; množinová funkce $P_X(M) = P(X^{-1}(M))$, M $\in$ B se nazývá rozdělení pravděpodobnosti náhodné veličiny X a reálná funkce

$$F_X(x) = P(\{\omega \in \Omega : X(\omega) < x\})$$

se nazývá distribuční funkce náhodné veličiny X.

6.6.3 Původní Kolmogorovův výklad

Připomeneme nyní krátce, jak vypadal původní Kolmogorovův výklad[290], se kterým Rychlík pracoval.

Na rozdíl od dnešního velice zhuštěného pojetí Kolmogorov ve své práci *„Grunbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung“* (Springer, Berlin 1933) buduje axiomatickou teorii pravděpodobnosti postupně. Nejprve v kap. I, § 1 s názvem *„Axiome“* na str. 2 zavádí základní axiomy takto:

[289] Tj. intervaly otevřené, uzavřené, polouzavřené, s krajními body vlastními i nevlastními.

[290] Při našem výkladu nebudeme vždy dodržovat Kolmogorovovu symboliku.

Nechť Ω je množina prvků ξ, η, ζ, ..., které se nazývají elementární jevy, a Ψ nechť je nějaký systém podmnožin množiny Ω; prvky množiny Ψ budeme nazývat náhodnými jevy.

I. Ψ je množinové těleso[291].

II. Ψ obsahuje množinu Ω.

III. Každé množině A z Ψ je přiřazeno nezáporné reálné číslo P(A), které se nazývá pravděpodobností jevu A.

IV. P(Ω) = 1.

V. Jsou-li A, B disjunktní, platí P(A + B) = P(A) + P(B).

Dále pak v kap. II, § 1 s názvem *„Das Stetigkeitsaxiom“* na str. 13 přidává Kolmogorov ještě jeden axiom:

VI. Pro klesající posloupnost $A_1 \supset A_2 \supset \cdots \supset A_n \supset \cdots$ jevů z Ψ s průnikem $\bigcap_n A_n = 0$ platí lim P(A_n) = 0, n $\to \infty$.

Z tohoto VI. axiomu pak Kolmogorov na str. 14 dokazuje následující důsledek: Jestliže A_1, A_2, ... , A_n, ... a A patří do Ψ, množiny A_1, A_2, ... , A_n, ... jsou po dvou disjunktní a A = $\bigcup_n A_n$, pak $\mathrm{P}(A) = \sum_n \mathrm{P}(A_n)$.

Množinové pole s přiřazenými čísly P(A) splňující axiomy I – VI se nazývá pravděpodobnostní pole.

V téže II. kapitole v § 2 s názvem *„Borelsche Wahrscheinlichkeitsfelder“* na str. 15 Kolmogorov zavádí pojem borelovského množinového tělesa takto: množinové těleso Ψ se nazývá borelovské, jestliže každé spočetné sjednocení po dvou disjunktních množin A_n z Ψ patří do Ψ. Ukazuje pak, že se lze omezit na studium borelovských pravděpodobnostních polí, a v § 3 s názvem *„Beispiele unendlicher Wahrscheinlichkeitsfelder“* ukazuje (kromě jiného) nejprve vytvoření pravděpodobnostního pole na spočetné množině Ω, a potom pro případ, kdy Ω je reálná přímka.

Ve III. kapitole v § 2 s názvem *„Definition der zufälligen Größen. Verteilungsfunktionen“* definuje Kolmogorov náhodnou veličinu jako jednoznačnou reálnou funkci X(ξ) definovanou na Ω, která má tu vlastnost, že pro jakékoli reálné *a* množina {ξ : X(ξ) < *a*} patří do Ψ. Funkce $F_X(a)$ = P({ξ : X(ξ) < *a*}) se nazývá distribuční funkce náhodné veličiny X. Kolmogorov tedy buduje teorii pravděpodobnosti poněkud obecněji a neomezuje se pouze

[291] Zde vkládá Kolmogorov poznámku pod čarou, ve které odkazuje na Hausdorffovu *„Mengenlehre“* z r. 1927. Třída množin se nazývá těleso, jestliže součet, průnik a rozdíl dvou množin z dané třídy rovněž patří do této třídy. Každé neprázdné množinové těleso obsahuje prázdnou množinu.

na borelovská pravděpodobnostní pole, v celém výkladu ale na borelovská pravděpodobnostní pole stále upozorňuje a od začátku 5. paragrafu III. kapitoly už uvažuje pouze borelovská pravděpodobnostní pole.

6.6.4 Rychlíkův výklad[292]

Začněme základními informacemi o pojmu těleso, které Rychlík shrnul do závěrečného paragrafu skript označeného číslem 104. Tělesem nazývá Rychlík systém Ψ podmnožin neprázdné množiny Ω, který není tvořen pouze prázdnou množinou a který pro každé dvě množiny z Ψ obsahuje i jejich součet a rozdíl. Rychlík dokazuje některé vlastnosti těles; z našeho hlediska je důležitý případ, kdy Ω je reálná přímka. Označíme-li v tomto případu symbolem Γ systém tvořený prázdnou množinou, všemi jednobodovými množinami a všemi možnými intervaly na reálné přímce, pak systém Ψ tvořený množinami z Γ a všemi disjunktními součty[293] množin z Γ je těleso. Těleso pak tvoří i množiny z tohoto systému Ψ, které jsou podmnožinami nějakého intervalu na reálné přímce. Co se značení týče, symbolem (A ... B) značí Rychlík interval s krajními body A, B (můžou být nevlastní) bez rozlišení uzavřenosti nebo otevřenosti; příslušná tělesa pak značí R(A ... B).

Pokud jde o axiomatický přístup k teorii pravděpodobnosti, Rychlík (podobně jako Kolmogorov) buduje tuto teorii postupně, jeho výklad je však (kromě začátku) zcela odlišný od Kolmogorovova postupu. Hlavní body Rychlíkova výkladu zde uvedeme ve stejném pořadí, v jakém jsou podány v jeho skriptech.

§ 7 *„Axiomy pro rozložení pravděpodobnosti v tělese“* – zde Rychlík fakticky uvádí (v odlišné formulaci) Kolmogorovovy axiomy I–V.

§ 23 *„Náhodová veličina. Matematická naděje“* – zde Rychlík definuje náhodnou veličinu a její střední hodnotu pro případ, kdy množina elementárních náhodných jevů je konečná.

§ 26 *„Spojité rozložení pravděpodobnosti na přímce“* – tuto část považujeme za vhodné ocitovat doslova. Rychlík píše:

„V tělese R(A ... B) bodů na úsečce (A ... B) lze definovati rozložení pravděpodobnosti pomocí neklesající spojité funkce P(x), definované v intervalu

[292] Při našem výkladu nebudeme vždy dodržovat Rychlíkovu symboliku.
[293] Z dalšího Rychlíkova výkladu je zřejmé, že jsou míněny součty konečného počtu množin.

$\langle A, B \rangle$ takové, že P(A) = 0, P(B) = 1. (Je-li A = $-\infty$, nechť je P($-\infty$) = $\lim_{x \to -\infty} P(x)$ a podobně při B = ∞). Stačí klásti

P(množina nulová) = 0;
P(I) = P(b) – P(a) pro I = (a, b), a < b; a, b $\in \Omega$ = (A ... B);
P(p) = 0, p $\in \Omega$;
P(S) = P(I_1) + P(I_2) + ... + P(I_n) pro S vyjádřené disjunktním součtem intervalů a bodů S = $I_1 + I_2 + ... I_n + \{p_1\} + ... + \{p_k\}$, $I_i \in \Omega$, $p_i \in \Omega$.
Pak je patrně P(a ... b) = P(b) – P(a), P(x) = P(A ... x). P(x) se nazývá funkce totální pravděpodobnosti."

Zde končí citát z Rychlíkových skript. Rychlíkův pojem „funkce totální pravděpodobnosti" odpovídá dnešnímu pojmu „distribuční funkce" a Rychlík dále pokračuje k hustotě pravděpodobnosti, střední hodnotě, rozptylu a normálnímu rozložení pravděpodobnosti, nikde však nezavádí pojem „spojitá náhodná veličina".

§ 29 *„Spočetné rozložení pravděpodobnosti"* – zde vlastně Rychlíkův výklad základních pojmů končí. Rychlík uvažuje spočetnou množinu $\Omega = \{\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n, ...\}$, těleso Ψ tvořené systémem všech podmnožin množiny Ω a říká:

„Můžeme dostati rozložení pravděpodobnosti v tomto tělese takto: Zvolme posloupnost reálních čísel $p_n \geq 0$ takovou, že $p_1 + p_2 + ... + p_n + ... = 1$ a položme pro neprázdnou množinu A $\subset \Psi$ P(A) = $\sum p_n$, při čemž se $\sum$ vztahuje na všechny indexy n, pro něž ξ_n patří do A, P(0) = 0."

Pak zavádí náhodnou veličinu na spočetné množině, její střední hodnotu a rozptyl, a končí poznámkou: *„Při hlubším studiu počtu pravděpodobnosti uvažuje se však ještě další axiom"*; zde pak ocituje poslední (VI.) Kolmogorovův axiom.

6.6.5 Shrnutí

Porovnáme-li Rychlíkův výklad s původním Kolmogorovovým textem, pak lze stručně říci, že Rychlíkův výklad končí třetím paragrafem druhé kapitoly Kolmogorovovy práce; jak už bylo řečeno, Kolmogorov v tomto paragrafu ukazuje (kromě jiného) nejprve vytvoření pravděpodobnostního pole na spočetné množině Ω, a potom pro případ, kdy Ω je reálná přímka, což je v podstatě obsahem Rychlíkových paragrafů 29 a 26. Náhodnou veličinu Rychlík definuje pouze pro případ, kdy množina Ω je spočetná, obecnou definici náhodné veličiny nepodává. Ponechává rovněž stranou (u Kolmogorova velice důležitý) pojem borelovského množinového tělesa.

Jak už bylo řečeno, k Rychlíkovým skriptům by bylo možné mít výhrady. Uvážíme-li však, že byla určena studentům techniky a že Kolmogorovova axiomatika tehdy představovala zcela nový a zásadní výsledek, pak podle našeho názoru lze říci, že tato skripty představují pozoruhodnou práci.

6.6 Závěr

Při studiu historie teorie pravděpodobnosti českých zemích v období po I. světové válce se jeví jako účelné věnovat pozornost i učebnicím matematické statistiky. Důvodem k tomu je skutečnost, že náš nejvýznamnější badatel v teorii pravděpodobnosti v uvedeném období – profesor teoretické fyziky na brněnské univerzitě Bohuslav Hostinský – sice publikoval řadu původních vědeckých prací a byl mezinárodně uznávaným odborníkem v teorii pravděpodobnosti, hlavně v teorii náhodných procesů, zdá se však, že v českých zemích nikoho (kromě několika nejbližších spolupracovníků) podstatně neovlivnil[294]. Domníváme se, že rozhodující vliv na celkovou úroveň teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky u nás měly učebnice a texty učebnicového charakteru, které byly v oné době publikovány, a proto jim byla věnována tato kapitola. Hlavní pozornost přitom byla věnována vydání českého překladu anglické učebnice G. U. Yuleho a vydání původní (v jistém smyslu) české učebnice, napsané ruským emigrantem polského původu Stanislavem Kohnem.

Pokud jde o vlastní teorii pravděpodobnosti, domníváme se, že se v období před druhou světovou válkou u nás neobjevila žádná učebnice nebo text učebnicového charakteru, který by byl pro další vývoj disciplíny stejně významný jako zmíněné učebnice Yuleho a Kohnova. Nejvýznamnější pravděpodobnostní učebnice vznikla až v samém závěru studovaného období; byla to skripta Karla Rychlíka, ve kterých byl učiněn pokus o výklad Kolmogorovovy axiomatiky teorie pravděpodobnosti na úrovni přijatelné pro studenty techniky. Protože však již v listopadu 1939 byly české vysoké školy zavřené a poválečné osudy K. Rychlíka nebyly jednoduché (viz [Hyk]), zdá se, že tato Rychlíkova skripta další vývoj teorie pravděpodobnosti u nás nijak neovlivnila.

[294] Zdá se, že v českých zemích vzbudil Hostinský pozornost hlavně svým odmítavým stanoviskem k Einsteinově teorii relativity.