200 LET MONGEOVY „GÉOMÉTRIE DESCRIPTIVE“

ZBYNĚK NÁDENÍK [1])

Před 200 lety vyšly tiskem Mongeovy přednášky o deskriptivní geometrii na École Normale v Paříži ([17], str. 380):

> *Texte des leçons de géométrie descriptive données á l'École Normale.* Séances des Écoles Normales recueillies par des sténographes et revues par des professeurs. Paris, an III. [*Text přednášek z deskriptivní geometrie proslovených ve „Vzorné škole“.*[2]) Zasedání Vzorné školy zaznamenaná stenografy a revidovaná profesory. Paříž, rok III.[3])] Tome 1, 49–64, 278–285, 401–413; 2, 149–171, 338–368; 3, 61–106, 332–356; 4, 87–99, 291–313; 7, débats: 28–34, 63–74, 144–151.

Mongeova *Géométrie descriptive* (dále GD) je příkladným spojením vědy a metodiky. Měla velmi významný vliv na geometrii jako nauku i na geometrii jako výukový předmět. Parafrází vystihnu, co si o ní myslím.

Emile Faguet (1847–1916) v eseji o Montaigneovi napsal (*Seizième siècle*, Paris 1906, str. 421):

C'est notre Horace, aussi spirituel, aussi malin, aussi aimable et beaucoup plus profond que celui des Latins. On devrait les lire tous les deux sérieusement, vers vingt ans, pour apprendre comment il faut prendre la vie; on les lit beaucoup tous les deux vers la fin de la vie, pour apprendre comment on aurait dû vivre.

[*Montaigne je naším Horatiem, stejně vtipným, stejně zlomyslným, stejně roztomilým a mnohem hlubším, než byl Horatius starověký. Měli bychom číst oba tyto spisovatele, když je nám dvacet, abychom se dověděli, jak je třeba žít, a čteme je, když se nám život chýlí ke konci, abychom se dověděli, jak jsme měli žít.*] (Viz I. Sviták: *Montaigne*, Praha 1966, str. 158–159.)

Pro učitele deskriptivní geometrie Horatius či Montaigne je Monge. Jeho GD by měli učitelé číst na začátku své dráhy, aby se dověděli, jak je třeba deskriptivní geometrii učit; a měli by GD číst na konci své učitelské dráhy, aby se dověděli, jak bylo třeba deskriptivní geometrii učit.

I. Mongeova „Géométrie descriptive“

Knižního vydání Mongeových přednášek se ujal Jean Pierre Hachette (1769–1834), Mongeův žák ještě ze školy v Mézières. Kniha vyšla v roce 1799 v rozsahu 132 stran textu + 25 stran s 50 obrázky; na titulním listu jsou tyto údaje:

> *Géométrie descriptive. Leçons données aux Écoles Normales, l'an 3 de la République.* [*Deskriptivní geometrie. Přednášky proslovené ve „Vzorných školách“, rok 3 Republiky.*] Par Gaspard Monge, de l'Institut national. Paris, ..., an VII.[4])

Protože rozdíly mezi tímto knižním vydáním a původní sérií v *Séances des Écoles Normales* z roku 1795 jsou nepatrné, považuje se citovaná knižní edice za 2. vydání. Pak následovala vydání v letech 1811, 1820, 1827, 1838, 7. vyd. 1847 ([17], str. 382–383). Další francouzská vydání jsou: Bruxelles 1827, 1854; Paris 1922. Toto poslední vydání znám. Je pořízeno podle edice z roku 1820, které obsahovalo ještě dva dodatky o teorii stínu a perspektivě; podle Mongeových rukopisů je pro tisk připravil Mongeův žák Barnabé Brisson (1777–1828).

Překlady jsou (viz [17], str. 383): anglický (London 1809, 1851), italský (Firenze 1838), německý (Leipzig 1900), ruský (Leningrad – Moskva 1947). Znám dva. Německý, který R. Haussner opatřil rozsáhlými poznámkami (str. 177–212), a ruský, doplněný komentářem (D. I. Kargin, str. 245–257), bibliografií (A. M. Lukomskaja, str. 258–270) a poznámkami (str. 271–288).

Text původního francouzského originálu je rozdělen na nenadepsané části I – V rozčleněné dále na 131 oddílů. V obsahu jsou oddíly shrnuty do skupin, které jsou stručně nadepsány.

Podrobnějším obsahem opatřil svůj překlad R. Haussner. Části I – V nazval takto (čísla udávají stránky originálu):

I. *Úloha a metody deskriptivní geometrie. Elementární úlohy.* (5–29)

II. *Tečné roviny a normály křivých ploch.* (29–59)

III. *Řezy křivých ploch.* (59–88)

IV. *Aplikace předložené metody pro konstrukci řezů křivých ploch na řešení různých úloh.* (89–104)

V. *Křivost dvojitě zakřivených čar a křivých ploch.* (106–128)

Následují ještě 3 krátké doplňky (129–132).

Části I – III, tedy asi dvě třetiny knihy, obsahují vlastní výklad deskriptivní geometrie. Řekl bych, že až na jisté výjimky korespondují tomu, co se ještě za mých studentských let učilo v kvartě až septimě na sedmitřídních reálkách (tím však jejich program z deskriptivní geometrie zdaleka nebyl vyčerpán).

Část IV využívá obecných poznatků – hlavně z části III – pro řešení stereometrických úloh. Jako aplikace řezů rovin se má ke čtyřstěnu sestrojit koule opsaná i koule vepsaná. Jako aplikace řezů koulí se má sestrojit bod s předepsanými vzdálenostmi od tří daných bodů. Čtenáři je ponechána úloha sestrojit bod, který má od tří daných přímek dané vzdálenosti (aplikace průniku rotačních válců). Podobně jsou ještě probrány tři geodetické úlohy.

Část V lze charakterizovat jako spojení deskriptivní geometrie z částí I – III s diferenciální geometrií bez diferenciálního počtu. Jedná se o studium jednak prostorových čar vzhledem k jejich křivostem, evolutám a evolventám, jednak zakřivených ploch, jejich hlavních čar, hlavních křivostí a příslušných centrálních ploch jako geometrických míst středů křivostí.

Kromě překladů je třeba připomenout i knihu Quido Schreibera (1799–1871)

> *Lehrbuch der darstellenden Geometrie nach Monge's Géométrie descriptive. I. Theil: Reine Geometrie* [*Učebnice deskriptivní geometrie podle Mongeovy Géométrie descriptive. I. díl: Ryzí geometrie*], Karlsruhe – Freiburg, 1828.[5])

Je volným zpracováním Mongeovy GD ve třech oddílech, které korespondují Haussnerovu pojmenování prvních tří částí Mongeovy GD, ale které jsou rozsahem zhruba dvojnásobné. Text je rozdělen na velký počet úloh; některé jsou kopiemi či překlady, jiné modifikacemi příslušných míst z GD. Zahajuje řadu pozdějších mnohomluvných učebnic deskriptivní geometrie.

V předmluvě uvádí Q. Schreiber postřeh, ke kterému ho asi přivedlo jeho původní povolání dělostřeleckého důstojníka:

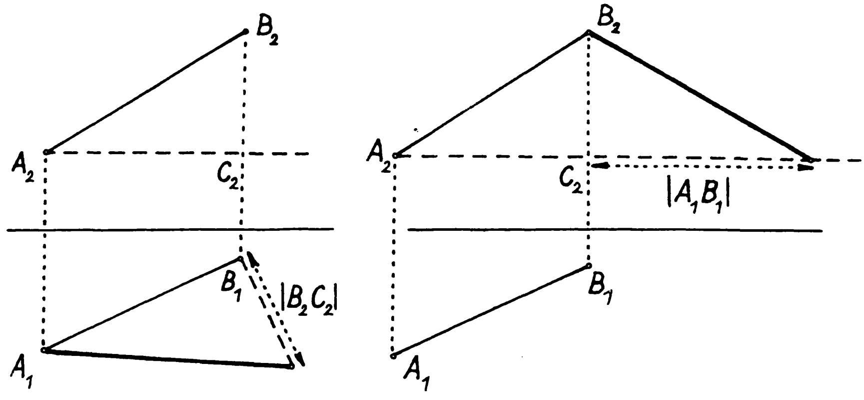
Die Aufgabe des Defilements, einer Operation, deren Zweck ist, den Umriss und die Höhen der Festungswerke ... so zu verbinden, dass die Vertheidiger dadurch gegen die geraden Schüsse des Angreifers gedeckt werden, diesse Aufgabe, deren Lösung einen grossen Theil der darstellenden Geometrie umfasst, und welche von den Offizieren und Professoren der Schule zu Mezieres mit grossem Eifer betrieben wurde, scheint Monge insbesondere auf die abstrakte Betrachtung des Raumes nach drey Abmessungen geführt, und seiner Géométrie descriptive das Daseyn gegeben zu haben.

[*Úloha defilementu – operace, jejímž účelem je obrys a výšky pevnosti ... tak propojit, aby obránci byli chráněni vůči přímým střelám útočníka – tato úloha, jejíž řešení zahrnuje velkou část deskriptivní geometrie a jež byla důstojníky a profesory školy v Mézières s velkou horlivostí pěstována, patrně přivedla Monge k abstraktnímu uvažování prostoru podle tří rozměrů a dala život jeho Géométrie descriptive.*]

V Mongeově knize je mnoho míst, která svádějí ke komentářům. V následujících oddílech A – C se omezím na tři.

A.

Jednou z prvních úloh, kterou Monge řeší, je sestrojení skutečné velikosti úsečky AB dané průměty A_1, A_2 a B_1, B_2 koncových bodů (viz obr. 1). Začíná znázorněním v šikmé projekci a končí konstrukcí, která je odvozena ze známého sklopení promítacího lichoběžníka ABB_1A_1 a která vyžaduje sestrojení přepony pravoúhlého trojúhelníka s odvěsnami o délkách $|A_1B_1|$ a $||AA_1|-|BB_1||$. Monge však nerýsuje – jak jsme zvyklí – k úsečce A_1B_1 kolmici třeba v bodě B_1 atd. S osou x_{12} vede bodem A_2 rovnoběžku a nanese na ni od jejího průsečíku C_2 s ordinálou B_1B_2 úsečku délky $|A_1B_1|$. Dostává tak – bez rýsování kolmice – požadovaný pravoúhlý trojúhelník s hledanou přeponou. Mongeovu názornost a jednoduchost nelze překonat.



Obr. 1

B.

V odstavcích 59–83 označených v obsahu jako *Intersections des surfaces, cylindrique, conique, etc. Développement de ces intersections lorsque l'une des surfaces auxquelles elles appartiennent est développable* [*Řezy ploch, válcových, kuželových atd. Rozvinutí těchto řezů, jakmile jedna z ploch, kterým náležejí, je rozvinutelná*] se Monge zabývá hlavně dvěma úlohami:

Premier problême général vyžaduje sestrojení průmětů průsečné křivky dvou daných ploch.

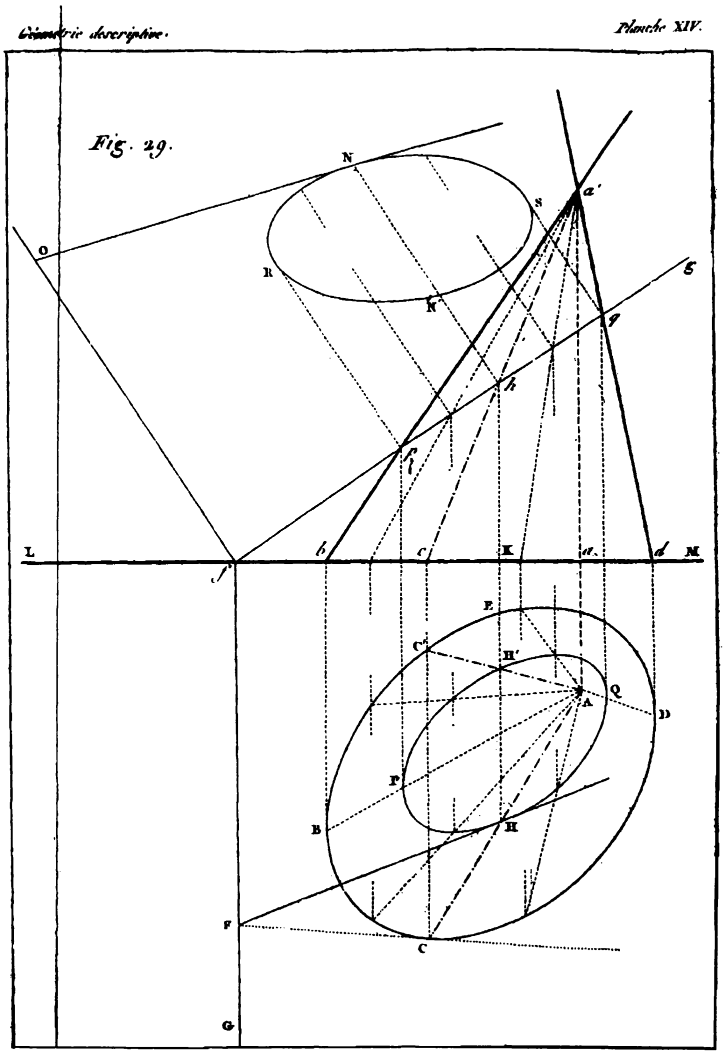
Second problême général vyžaduje sestrojení tečny k řezu dvou ploch v jeho bodě.

Následují speciální případy:

Řez 1) roviny a válce
- a) při sečné rovině kolmé k jedné průmětně a přímkách válce kolmých k další průmětně,
- b) při obecné poloze vůči průmětnám,

2) roviny a kužele,
3) dvou kuželů rotačních s osami kolmými k průmětně,
4) dvou kuželů bez specializace,
5) koule a kužele,
6) rozvinutí kuželové plochy a jejího rovinného řezu,
7) řez dvou válců (odst. 82, str. 83–85),
8) dvou rotačních ploch s osami v jedné rovině.

Zůstanu ještě u případu 2), k němuž patří obr. 29 na str. XIV (viz obr. 2). Kužel je dán podstavou v první průmětně a vrcholem, sečná rovina je kolmá k druhé průmětně. Monge konstruuje řez, tečnu řezu v jeho bodě, skutečný tvar řezu. V obr. 2 je podstavou elipsa; sečná rovina je volena tak, že řezem – a tedy



Obr. 2

Řez dvou ploch – kuželové plochy s eliptickou základnou v půdorysně
a roviny kolmé k nárysně.
Konstrukce skutečného tvaru řezu.

i jeho půdorysem – je rovněž elipsa. Pro sestrojení průniku využívá soustavy pomocných sečných rovin, v uvažovaném případě rovin jdoucích vrcholem kužele kolmo k nárysně. Tečna v bodě H řezu je průsečnice sečné roviny s tečnou rovinou kužele podél jeho přímky jdoucí bodem H. Jak se získá skutečný tvar řezu, popisuje Monge sklopením jak do první, tak do druhé průmětny, ale na obrázku provádí jen otočení do nárysny.

Kdybychom dnes měli řešit tuto úlohu, postupovali bychom stejně jako před 200 lety Monge. Ale chronologicky obráceně: Už více než 250 let před Mongem pracoval se stejnou ideou Albrecht Dürer (1471–1528). V traktátu z roku 1525 konstruoval řezy, které na rotační kuželové ploše s osou kolmou k půdorysně vytvoří rovina kolmá k nárysně. Rozdíl vůči Mongeovi je pouze v provedení: Dürer užíval soustavy pomocných sečných rovin rovnoběžných s půdorysnou.

C.

Mongeova GD není prosta námitek. O několika se zmíním.

Část III začíná průniky dvou ploch a definicí „čáry s dvojí křivostí" (odst. 48). Monge užívá terminologie, kterou zavedl A. C. Clairaut (1713–1746) v traktátu *Recherches sur les courbes à double courbure* [*Vyšetřování křivek s dvojitou křivostí*], Paris 1731, když jako první studoval prostorové křivky. Monge jejich definici vyslovuje negativně. Vylučuje – jak říká, velmi částečné – případy, kdy průnik dvou ploch je v rovině, takže má jen jednu křivost, nebo je v přímce, takže nemá žádnou křivost, nebo se redukuje na bod; doslova pak o průniku píše, že

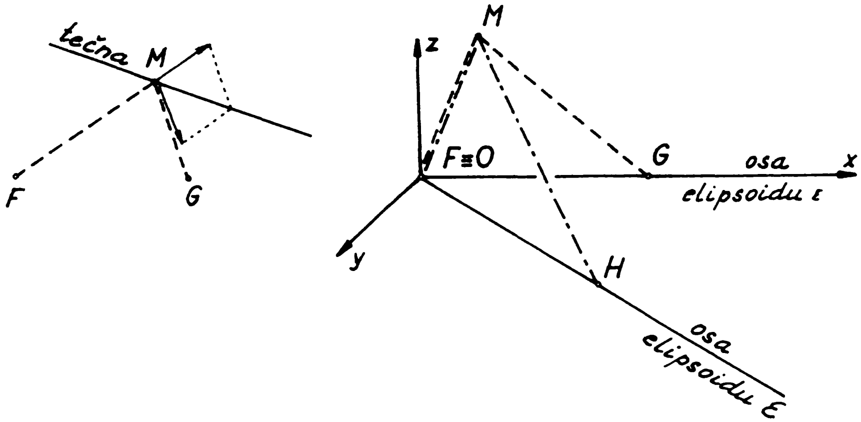
> *... dans le cas général, est ce qu'on nomme courbe à double courbure, parce qu'elle participe ordinairement des courbures des deux surfaces courbes ...*
>
> [*... v obecném případě je to to, co se nazývá křivka s dvojí křivostí, poněvadž se stále participuje na křivostech dvou křivých ploch.*]

Tím je i odůvodněno pojmenování „čára s dvojí křivostí". (Nesouvisí s první a druhou křivostí – flexí a torsí – prostorové čáry, které zavedl až B. de Saint-Venant (1797–1886) v roce 1845.)

Vidíme, že Mongeova definice prostorové čáry je nezřetelná. Nevylučuje všechny nehodící se případy (snadno si představíme dvě plochy, jejichž průnikem je kruh, který nebudeme ochotni nazvat čarou) a její nezřetelnost ještě zvyšuje, že jsou algebraické čáry vytvořené jen částečným průnikem dvou algebraických ploch (např. prostorové kvartiky druhého druhu, které nalezl George Salmon (1819–1904) až v roce 1850; prostorové kvartiky prvního druhu, kterými rozumíme průnik dvou kvadrik, studoval podrobně už sám Monge).

Závěr III. části je věnován konstrukci tečen čar, kterou navrhl Giles de Roberval (1604–1675). Myšlenkově vychází tato konstrukce z diferenciálního počtu, ale je nejistá – poskytuje výsledky správné i chybné podle okolností. Kritice ji později podrobil Christian Wiener (1826–1896; [18], str. 170–172) a doporučil nepoužívat ji.

Monge konstrukci nezdůvodňuje (odkazuje na Robervalovu práci), ale ilustruje ji na příkladu zahradnické konstrukce elipsy. Je-li nit pevné délky upevněna svými konci v bodech F, G a ve svém bodě M vypnuta, tak při pohybu bodu M dochází k těmto změnám (viz obr. 3a): oč se zvětší úsečka FM, o to se zmenší úsečka GM. Nanesou-li se tedy od bodu M na přímku MF ve směru $\overrightarrow{FM}$ a na přímku MG ve směru $\overrightarrow{MG}$ stejně dlouhé úsečky, určí tyto úsečky rovnoběžník a tečna elipsy v bodě M je jeho úhlopříčka.



Obr. 3a, b

Konstrukci přenáší Monge do prostoru takto (viz obr. 3b): Mysleme si tři pevné body F, G, H neležící na přímce; v bodech F, G je upevněna nit pevné délky větší než $|FG|$ a podobně v bodech F, H je upevněna nit pevné délky větší než $|FH|$. Pak si ještě mysleme, že na obě nitě je navlečen malinký kroužek M a že délky nití jsou tak zvoleny, aby tahem v bodě M je bylo možné napnout. Monge říká, že pohybuje-li se bod-kroužek M (za stálého napnutí nití ovšem), vytvoří křivku dvojí křivosti, tj. prostorovou čáru, která je průnikem rotačních elipsoidů se společným ohniskem F. V Robervalově smyslu pak naznačuje konstrukci tečny k této údajně prostorové čáře.

Průnik dvou rotačních protáhlých elipsoidů se společným ohniskem se však rozpadá na dvě elipsy, z nichž nejvýš jedna je reálná. Na to upozornil už – se syntetickým zdůvodněním – R. Haussner ve svém komentáři k německému překladu GD (str. 205–208). V poznámkách k ruskému překladu je neúplný analytický důkaz (str. 280–282).

Krátce lze věc ověřit takto (viz obr. 3b).

Mysleme si dva nesouosé rotační protáhlé elipsoidy ε a $\mathcal{E}$ se společným ohniskem; úhel os označíme ω, pro délky poloos a excentricitu užijeme obvyklé označení. Zvolíme-li pravoúhlou soustavu souřadnic x, y, z tak, že počátek je ve společném ohnisku, souřadnicová osa x v ose elipsoidu ε a souřadnicová osa y

v rovině os elipsoidů ε a $\mathcal{E}$, jsou rovnice těchto elipsoidů

$$\frac{1}{a^2}[x-e]^2+\frac{1}{b^2}[y^2+z^2]=1\,,$$
$$\frac{1}{A^2}[x\cos\omega+y\sin\omega-E]^2+\frac{1}{B^2}[(-x\sin\omega+y\cos\omega)^2+z^2]=1\,.$$

Vyloučením z^2 dostaneme rovnici válcové plochy promítající ve směru osy z průnik elipsoidů. Výsledek této eliminace je

$$-\left[\frac{e}{a}x+\frac{b^2}{a}\right]^2+\left[\frac{E}{A}(x\cos\omega+y\sin\omega)+\frac{B^2}{A}\right]^2=0\,.$$

Anulováním výrazu v první resp. druhé hranaté závorce dostaneme rovnici polární roviny společného ohniska vůči elipsoidu ε resp. $\mathcal{E}$. To znamená, že výše zmíněná válcová plocha se rozpadá ve dvě roviny, které patří do svazku určeného těmito dvěma polárními rovinami. Průnikem elipsoidů ε a $\mathcal{E}$ jsou tedy dvě elipsy (bez zřetele k reálnosti) a nikoliv čára „s dvojí křivostí".

II. Mongeův předchůdce A.-F. Frézier

Amédée-François Frézier (1682 Chambéry – 1773 Brest) byl francouzský vojenský inženýr. Zúčastnil se francouzské expedice do Střední Ameriky a výstavby přístavu v Santo Domingo na Haiti. Po návratu do Francie byl ředitelem fortifikačních prací v Bretani.

Z Frézierových spisů je pro deskriptivní geometrii daleko nejvýznamnější dílo, s nímž jsem se mohl seznámit:

> *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois ou traité de stéréotomie* [*Teorie a praxe řezu kamene a dřeva čili pojednání o stereotomii*], Strasbourg: I-1738, II-1739. Paris: I-1754, II-1768, III-1769.

R. Haussner v komentáři ke svému německému překladu Mongeovy GD píše (str. 180):

Das Werk scheint jetzt sehr selten geworden zu sein; es ist mir trotz vieler Bemühungen nicht gelungen, dasselbe zu erhalten, und ich muss mich daher streng an den von Chr. Wiener gegebenen Bericht halten, dem auch M. Cantor aus dem gleichen Grunde zu folgen gezwungen war.[6])

[*Dílo, zdá se, stalo se velmi vzácným; přes mnohá úsilí se mi nepodařilo je získat, musím se tudíž přesně přidržovat zprávy předložené Chr. Wienerem* [[18], str. 23–24], *kterou z téhož důvodu byl přinucen sledovat i M. Cantor* [[4], str. 620]].

Pro deskriptivní geometrii má největší význam první svazek. Další svazky jsou věnovány převážně technickým aplikacím v architektuře a stavitelství hlavně při řezu kamene a dřeva. Ale i tak obsahují popisy vyšetřování, jak se vytvářejí různé zakřivené plochy, hlavně přímkové. Z toho se zachovalo autorovo jméno dodnes: *Frézierův cylindroid* (viz F. Kadeřávek – J. Klíma – J. Kounovský [8], str. 737–740, a J. Kounovský [9], str. 69–73).

Upustím od popisu prvního svazku Frézierova díla, ale srovnám jej – alespoň v některých ohledech – s Mongeovou GD. Uvidíme dva nápadné rozdíly.

a.

Monge se vůbec nezmiňuje o svých předchůdcích. V celé GD se vyskytují pouze tři jména: Roberval pětkrát na str. 86–88 a v obsahu, v souvislosti s ním Descartes na str. 86, dále Vaucanson na str. 107.

Giles (Persone) de Roberval byl od roku 1627 profesorem filosofie, později matematiky v Paříži. Počítal už délku křivky, obsah plochy, objem tělesa. Vymyslil spornou metodu pro konstrukci tečny ke křivce v jejím bodě; metoda je založena na pojetí čáry jako trajektorie složených pohybů. Monge této konstrukce využívá (viz výše). Jediná citace v celé GD se týká Robervalovy práce.

Descartes je zmíněn jen tak, že jeho aplikacím geometrie na algebru časově předcházela Robervalova konstrukce.

Jacques de Vaucanson (1709–1782) byl mechanik, konstruktér proslavených automatů (předchůdců počítačů), od roku 1746 člen Akademie. Monge se o něm zmiňuje, když vyšetřuje přenášení pohybu dvěma hřídeli.

Zvláště je nápadná naprostá absence zmínky o Frézierovi. Je téměř vyloučeno, že by Monge nebyl věděl o jeho práci; znamenalo by to sotva uvěřitelné přehlédnutí. Neboť Frézier byl známý ženijní důstojník a až do roku 1764 zastával nejvyšší místo při stavbě pobřežních opevnění v Bretani. V témže roce přišel Monge na školu v Mézières a je těžko představitelné, že by na ní nebyly Frézierovy spisy nebo že by jejímu učitelskému sboru byl Frézier zcela neznámý.

Frézier naopak už v obsáhlé předmluvě vyjmenovává své předchůdce – nezmiňuje se však o A. Dürerovi – rozebírá jejich práci a kritizuje ji. Týká se to těchto autorů (jejich knihy jsem v Praze nezískal): Philibert de l'Orme (okolo 1510–1570), Mathurin Jousse (1607– asi 1650), François Derand (1588–1644), Claude-François Dechalles (1621–1678), J.-B. de la Rue (17. stol.).[7])

Frézierovy výtky lze shrnout takto: Soustředění na praktickou stránku řezu kamene či dřeva pro stavební účely a pouhý popis často komplikovaných empirických konstrukcí bez snahy o jejich odůvodnění. Je to jedině M. Jousse s knihou z roku 1642, kterému Frézier přiznává jistou snahu po odůvodňování konstrukcí. Kniha posledního z citovaných autorů obsahovala rysy, které byly používány jako doplňková pomůcka v Mongeově kursu deskriptivní geometrie na École Polytechnique.

Frézier rovněž cituje spis Girarda Desarguesa (1593–1662), *Brouillon-project ... touchant la pratique du trait à preuves pour la coupe des pierres en l'Architecture ...* [*Náčrt záměru ... týkajícího se praxe rysu pro řez kamene v architektuře*], Paris 1640, a komentáře k němu, které ve 40. letech 17. století vydal v Paříži Abraham Bosse (1611–1678). Frézier spisu i komentářům vytýká nesrozumitelnost (tato výtka se v knihách o dějinách matematiky často opakuje), ale přiznává jim velký význam. Poukázali na něj znovu s vysokým hodnocením pro geometrii Jean-Victor Poncelet (1788–1867) a Michel Chasles (1793–1880) téměř 100 let po Frézierovi.

V čelo prvního svazku vložil Frézier tři úvahy. První je věnována užitečnosti teorie ve stavitelství a architektuře, druhá popisuje předmět, o kterém bude autor jednat. Ve třetí pak Frézier jako svůj úkol vyslovuje

— vyšetřování křivek a ploch, hlavně pokud jsou aplikovány v kamenořezu a architektuře,
— odstranění chyb v dřívějších návodech,
— ovládnutí konstrukční tvorby rysu,
— odůvodnění návrhů.

Poslední úkol, který si Frézier sám uložil, je patrně nejhlubším rozdílem vůči jeho předchůdcům a naopak ho přibližuje Mongeovi.

b.

Rozsah Mongeovy GD je asi třetina prvního svazku Frézierova díla. Ale nejde pouze o tuto vnější věc.

Mongeův text je úsporný, ale jasný; nedá se říci, že by v něm bylo místo upovídané. Snad každý odstavec prozrazuje výjimečnou učitelskou schopnost a zkušenost a i když měl Monge – jak dosvědčují všichni, kdo ho znali a o něm psali – zcela výjimečné učitelské vlohy, tak dokonalosti svého textu dosáhl též tím, že asi 25 let o své GD přednášel a učil.

Frézierův text je protějškem Mongeova. Je záplavou slov. Někdy není ani zřetelné, co autor uvádí nově a co v jiné formě rekapituluje. Zvláště stálé podrobné opakování konstrukcí četbu znesnadňuje a ukazuje, že Frézierovi chyběl ještě podstatný krok – totiž vyhmátnout ony základní konstrukce, jejichž kombinacemi se řeší všechny úlohy deskriptivní geometrie. To učinil až Monge ve své GD a to je jeho největší zásluha o ni.

III. Mongeův rival S.-F. Lacroix

Tak nadepsal Erwin Papperitz (1857–1938) 25. odstavec svého pojednání [15] o deskriptivní geometrii.

Sylvestre-François Lacroix (1765 Paříž – 1843 Paříž) se již v roce 1782 stal profesorem matematiky na námořní škole v přístavu Rochefort. I později působil na vojenských školách, zvláště v Besançonu. V roce 1795 při založení École Normale byl jmenován jejím výpomocným profesorem pro deskriptivní geometrii, od roku 1799 působil na École Polytechnique. Napsal řadu učebnic, které se dočkaly mnoha vydání. Ve vztahu k deskriptivní geometrii je nejdůležitější jeho kniha

> *Essais de géométrie sur les plans et les surfaces courbes ou Élémens de géométrie descriptive,* Paris, an III. [*Geometrické pojednání o rovinách a zakřivených plochách čili Elementy deskriptivní geometrie,* Paříž, rok III.][8])

Další vydání má název

> *Complémens des Élémens de géométrie. Essais de géométrie sur les plans et sur les surfaces courbes*, Paris, 2. vyd. 1802; 1808; 1812; 1822; 1829; 7. vyd. 1840. Holandský překlad: Amsterdam 1821.

Znám pouze 5. vydání z roku 1822.

Můj zájem o Lacroixe, který je dnes v deskriptivní geometrii zapomenut, vzbudilo kdysi několik málo řádků. Předně výše uvedený Papperitzův nadpis, ale ještě více věta, kterou Karl Pohlke (1810–1877) napsal v předmluvě k 1. vydání své knihy [16]:

Die ersten drei Capitel enthalten die Grundlage der darstellenden Geometrie im engeren Sinne nach der zuerst von Monge und Lacroix gegebenen Erklärung derselben.

[*První tři kapitoly obsahují základy deskriptivní geometrie v užším smyslu podle výkladu, který podali nejdříve Monge a Lacroix.*]

V seznamu literatury udává K. Pohlke rok 1795 jako datum vydání Lacroixovy učebnice.

Nevzpomínám si, že bych byl někdy v jiné knize takto vedle sebe zahlédl jména Monge a Lacroix. Pohlkeho vyjádření vzbudilo zvlášť mou pozornost, protože Pohlke byl patrně z německých geometrů první, kdo k deskriptivní geometrii významně přispěl. Navíc v době, kdy napsal citovanou větu, byl vzdálen od roku 1795 jen 65 let, tedy asi třetinu našeho nynějšího odstupu, a tak mohl věci z konce 18. století vidět zřetelněji než my. Ostatně vydání Mongeovy GD a Lacroixových *Essais* ... či *Complémens* ... ze 40. let byla pro Pohlkeho v roce 1860 téměř současná literatura.

Vznik Lacroixovy knihy o deskriptivní geometrii popisují odlišně François Dupin (1784–1873) v *Éloge historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge* [*Historická chvalořeč o státu prokázaných službách a vědeckých pracích Gasparda Monge*], Paris 1819, a Theodore Olivier (1793–1853) v předmluvě ke své učebnici *Cours de géométrie descriptive I*, Paris 1852. Jejich líčení přebírají v krátkosti i Ch. Wiener ([18], str. 29–30) a G. Loria (1862–1953; [11], str. 130–131).

Podle Dupina přednášel Monge v roce 1780 několika posluchačům, mezi nimiž byl i Lacroix, o aplikacích analysy na geometrii a zmínil se, že úlohy dovede řešit i pravítkem a kružítkem, má však zakázáno o tom mluvit. Tento náznak stačil, aby se Lacroix věci věnoval a podařilo se mu dospět k deskriptivní geometrii, kterou znal Monge.

Podle Oliviera se rysy zhotovené za Mongeova vedení v Mézières dostaly do rukou frekventantů dělostřelecké školy v Besançonu, kteří je nemohli rozluštit. To se podařilo jejich učiteli Lacroixovi.

Ch. Wiener k tomu poznamenává ([18], str. 30), že to ukazuje,

... wie sehr die darstellende Geometrie damals vorbereitet war.

[*... jak mnoho byla tehdy deskriptivní geometrie připravena.*]

E. Papperitz v citovaném už odstavci z [15] píše:

Lacroix geht systematischer vor als Monge, aber im wesentlichen stimmen seine Methoden mit denen seines Lehrers und nachmaligen Kollegen überein.

[*Lacroix postupuje systematičtěji než Monge, ale v podstatě se jeho metody shodují s metodami jeho učitele a pozdějšího kolegy.*]

G. Loria ([11], str. 131) se vyjadřuje ještě určitěji:

Lo stile del Lacroix è conciso e forse meno brillante di quello di Monge, ma il suo modo di procedere è piu metodico.

[*Lacroixův styl je stručný a možná méně brilantní než Mongeův, avšak jeho způsob postupu je více metodický.*]

Papperitzovo i Loriovo svědectví by nasvědčovala, že pravděpodobnější je asi Olivierova verse vzniku Lacroixovy knihy. Citujme ještě Ch. Wienera ([18], str. 29):

In der Vorrede sagt Lacroix, dass die Schrift keine Nachbildung von Monges Werke sei, dass es vielmehr Personen gebe, welche bedeutend vor dieser Veröffentlichung Monges die Materialien seiner Arbeit gesehen (haben), die zu ordnen er sich veranlasst gefunden habe, als er Hilfsprofessor für darstellende Geometrie an der Normalschule wurde.

[*V předmluvě říká Lacroix, že spis není napodobeninou Mongeova díla, že naopak jsou osoby, které značně před touto Mongeovou publikací viděly materiály jeho práce, které shromážditi se cítil podnícen, jakmile se stal pomocným profesorem na Vzorné škole.*]

V pátém mně známém vydání jsem podobné vyjádření nenašel. Citacemi šetří Lacroix podobně jako Monge, na něhož jsem nalezl pouze čtyři odvolání.

Nejasné mi zůstává, zda Lacroix byl či nebyl Mongeovým žákem. Papperitz (na citovaném už místě) ho jako Mongeova žáka uvádí. Rovněž v *Biographie Universelle* (Michaud, sv. 21, str. 396) o Lacroixovi čteme:

Son professeur, le célèbre Monge, apprécia fort les talents de son él'eve ...

[*Jeho profesor, slavný Monge, velice oceňoval vlohy svého žáka ...*]

Kdyby však byl Lacroix před svým jmenováním na námořní školu v přístavu Rochefort v roce 1782 (jako sedmnáctiletý) pobýval jako žák na škole v Mézières, byl by na ní o deskriptivní geometrii slyšel přímo od Monge, a jak Dupinovo, tak Olivierovo vysvětlení by bylo podivné. Nejasný mi zůstává i osobní vztah dvojice Monge – Lacroix. Druhý jako „professeur adjoint de l'École Normale“ vydává po krátkém časovém odstupu knihu na totéž téma a s tímtéž obsahem jako „professeur de l'École Normale“ Monge. Nesetkal jsem se se zmínkou, jak Monge přijímal Lacroixovu knihu. Nelze si nepovšimnout, že Monge po své GD už z deskriptivní geometrie nic nepublikoval.

Lacroix se údajně zúčastnil Mongeova pohřbu.[9]) V tom byl sotva i jen stín neupřímnosti nebo postranních důvodů. Pro režim druhé restaurace byl totiž Monge kralovrah a přívrženec úhlavního nepřítele. Účast na Mongeově pohřbu mohla být vykládána jako projev občanského nesouhlasu s režimem.

Závěr

Jaký byl vztah Mongeovy GD k matematice vůbec? Monge píše v 10. odstavci *Comparaison de la géométrie descriptive avec l'algèbre* (pamatujme, že pro Monge – jak bylo v jeho době obvyklé – byla slova „algebra“ a „analysa“ synonymy):

Ce n'est pas sans objet que nous comparons ici la géométrie descriptive à l'algèbre; ces deux sciences ont les rapports les plus intimes. Il n'y a aucune construction de géométrie descriptive qui ne puisse être traduite en analyse; et lorsque les questions ne comportent pas plus de trois inconnues, chaque opération analytique peut être regardée comme l'écriture d'un spectacle en géométrie.

Il seroit à desirer que ces deux sciences fussent cultivées ensemble: la géométrie descriptive porteroit dans les opérations analytiques les plus compliquées l'évidence qui est son caractère, et, à son tour, l'analyse porteroit dans la géométrie la généralité qui lui est propre.

[*Není bezpředmětné, že zde srovnáváme deskriptivní geometrii s algebrou; tyto dvě vědy mají nejužší vztahy. Neexistuje žádná konstrukce deskriptivní geometrie, která by nemohla být přenesena do analysy; a když otázky nepřipouštějí víc než tři neznámé, každá analytická operace může být pokládána za popis děje v geometrii.*

Bylo by si přát, aby obě tyto vědy byly pěstovány společně: deskriptivní geometrie by přinesla do nejsložitějších analytických operací názornost, která je jejím znakem, a naopak, analysa by přinesla do geometrie obecnost, která je jí vlastní.]

Jak Monge sám spojuje svou deskriptivní geometrii s analytickou geometrií? Pokud se spokojím jen s vnějším pohledem, lze odpovědět rychle a krátce: V celé Mongeově GD je pouze jediná rovnice, dvakrát opakovaná na str. 61, totiž rovnice kulové plochy $x^2 + y^2 + z^2 = A^2$. Stojí za povšimnutí, jak pozorně o ní Monge píše:

Cette équation, qui a lieu pour tous les points de la surface de la sphère, et qui a lieu pour eux seuls, est celle de cette surface.

[*Tato rovnice, která platí pro všechny body kulové plochy, a která platí pouze pro ně, je rovnice této plochy.*]

Takto by se – a dokonce před 200 lety – nevyjádřil, kdo neměl k analytické geometrii blízko.

Gaspard Monge k ní měl více než velmi blízko. Známe ho jako tvůrce deskriptivní geometrie, méně víme o Mongeově významu pro analytickou geometrii. Lacroix je jméno v českých učebnicích deskriptivní geometrie zapomenuté. V analytické geometrii ho (vedle Monge) připomíná Bohumil Bydžovský (1880–1969; [3], 1. vyd. 1923, str. 398); je však třeba pamatovat, že výrok je starý 75 let:

Základní úlohy analytické geometrie (o rovinách, přímkách atd.) v tom tvaru, jak dnes se podávají, řešil první G. Monge (1771), a také J. L. Lagrange (1773) ... Podle jejich vzoru tutéž soustavnost po prvé do analytické geometrie v rovině zavedl S. F. Lacroix (1798); uspořádání látky v jeho učebnici je v podstatě takové, jaké se udrželo v učebnicích podnes.

Přímo se vnucuje toto schema:

deskriptivní geometrie	Frézier	Monge	Lacroix
vědecká práce v analytické geometrii	–	Monge	Lacroix
deskriptivní geometrie jako vědecký systém	–	Monge	Lacroix

Takže – byla to vědecká práce v analytické geometrii, která vedla k deskriptivě jako vědecké soustavě? Při pozorném čtení Mongeovy GD se analytická geometrie cítí – samozřejmě v pozadí; nevidí se explicitně formální práce s rovnicemi.

Pokud vím, tak nejstarší postřeh úskalí, kterým se pro deskriptivní geometrii stávala její postupná izolovanost projevovaná snahou po „čistotě", tedy odmítáním analytické geometrie, vyslovil Leopold Mossbrugger (1796–1864) [12]. Jeden z cílů své knížky vyjádřil v úvodu takto:

Soll dies Werkchen dazu dienen, Resultate und Aufgaben der analytischen Geometrie des Raumes ... mehr unter construktive Anschauungsformen zu bringen, und so die beiden nach einem Ziele strebenden Zweige der Mathematik, die analytische Geometrie des Raumes und die Géométrie descriptive, welche bisher strenge von einander getrennt wurden, einander näher zu bringen.

[*Kéž by toto dílko posloužilo tomu, aby se výsledky a úlohy prostorové analytické geometrie více dostaly v konstruktivní názorné formy a aby tak obě k témuž cíli směřující větve matematiky, prostorová analytická geometrie a géométrie descriptive, které dosud byly ostře odděleny, se vzájemně sblížily.*]

V podobném smyslu se později vyslovil G. Loria jednak v předmluvě k prvnímu dílu, jednak v řadě dalších míst z [10].

Nemůže uniknout, že Monge jak v analytické, tak v deskriptivní geometrii studuje rovnou prostor, nezačíná se studiem roviny. Tento postup může vypadat jako vážná „metodická chyba" – myšleno ovšem ironicky. Předně Mongeovy výjimečné učitelské výsledky ukazují, že pro schopné studenty to žádná „metodická chyba" nebyla. Za druhé – a to je daleko vážnější: Mongeova myšlenka studia prostoru je jednou ze základních idejí následujícího vývoje geometrie. Tato myšlenka velice významně přispěla k rozvinutí geometrie v 19. století. Jinými slovy „metodická chyba" přispěla k vědeckému pokroku v geometrii.

Je tu jakási analogie. Po zániku antické kultury geometrie stagnovala, až zájem o ni oživili za renesance italští architekti a výtvarníci, tedy umělci; dveře k ohromnému rozvoji geometrie v 19. století pootevřela – ne-li otevřela – deskriptivní geometrie.

Skončím dvěma poznámkami.

Mongeova GD byla proto tak úspěšná, že ji předcházela autorova vědecká práce jak v deskriptivní geometrii samé, tak v blízkých oblastech. Na to by měli pamatovat nynější učitelé deskriptivní geometrie.

Znám řadu cizojazyčných knih a studií – od vědeckých až k populárním – o Mongeově díle a životě, ale nevím o novější české knížce, která by poučila o Mongeovi jako učiteli, vědci a veřejném činiteli s hlubokým smyslem pro občanské povinnosti.

Poznámky

1) Na semináři skupiny JČMF pro deskriptivní geometrii a počítačovou grafiku v Perninku v září 1993 a opakovaně na dalším semináři v Bílé v září 1994 jsem doporučoval vzpomenout 200. výročí Mongeovy *Géométrie Descriptive* ([13], str. 5; [14], str. 11) a připomenul jsem podněty, které s 200. jubileem Mongeova narození spojil v roce 1946 dlouholetý profesor deskriptivní geometrie na ČVUT František Kadeřávek (1885–1961; po znovuotevření českých vysokých škol v roce 1945 rektor ČVUT).
Článek je záznamem přednášky, kterou jsem připravil pro seminář skupiny v Sedmihorkách v září 1995. Protože jsem se tohoto semináře nemohl zúčastnit, prosil jsem předsedkyni organizačního výboru doc. RNDr. M. Kargerovou, CSc. o souhlas, aby text přečetl můj kolega. Nedošlo k tomu. — Poněkud zkrácenou versi jsem v říjnu 1995 sdělil na geometrickém kolokviu, pořádaném matematickou fakultou Schillerovy university v Jeně. Naopak rozšířenou versi jsem v květnu 1997 přednesl v matematickém ústavu university v Greifswaldu.

2) École Normale (ve starší francouzštině *normal* = vzorný) byla založena v roce 1794 jako elitní škola s náročným vzorným učebním programem. Bylo na ni vybráno z celé Francie na 1500 jinochů, kteří měli později působit jako učitelé. Trvala však pouze několik měsíců v roce 1795.

3) 22. IX. 1794 – 21. IX. 1795. Zasedání obsažené ve sv. 1, str. 49–64, je datováno jako „séance du 1er pluviôse an III“, tj. z ledna 1795.

4) Kopii tohoto vydání mi se vzácnou laskavostí opatřil doc. Dr. W. Rath z geometrického ústavu Technické university ve Vídni.

5) Protože knihu znám, mohu korigovat Tatonův údaj ([17], str. 383): Není překladem GD. Zdá se (též podle Schreiberova seznamu literatury), že byla první významnější učebnicí deskriptivní geometrie v němčině. Mohla být podnětem k přednáškám z deskriptivní geometrie, které na pražské polytechnice zahájil ve studijním roce 1829–30 Karl Wiesenfeld (1802–1870); viz [7], str. 312.

6) Též J. Coolidge ([6], str. 112) neměl Frézierovo dílo k dispozici.

7) Tyto autory připomínají i Q. Schreiber ve výše citované učebnici (str. IV–V), M. Chasles ([5], Note XXIII: *Sur l'origine et le développement de la Géométrie descriptive*; pařížské vydání 1875 str. 355–357), Ch. Wiener ([18], str. 22–23).

8) Viz. poznámku 3). Další údaje podle R. Tatona ([17], str. 414).

9) Píše to A. N. Bogoljubov ([2], str. 155). F. Arago v závěru svého dlouhého slavnostního projevu [1] k 100. výročí Mongeova narození v roce 1846 uvádí jmény pouze dva účastníky pohřbu, totiž ty, kteří jediní byli v uniformě členů

Akademie: botanik L.-A. Bosc (1759–1828) a zoolog J.-B. Huzard (1755–1838).

LITERATURA

[1] F. Arago, *Biographie de Gaspard Monge*, lue à la séance publique du 11 mai 1846, Paris 1853. Œuvres de Arago, tome 2 (426–592), Paris 1853. F. Arago's sämtliche Werke, Band 2 (346–484), Leipzig 1854.

[2] A. N. Bogoljubov, *Gaspar Monž*, Moskva 1978.

[3] B. Bydžovský, *Úvod do analytické geometrie*, Praha 1923, 1946, 1956.

[4] M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Band IV, Leipzig 1908.

[5] M. Chasles, *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, Bruxelles 1837, Paris 1875,1989; německý překlad Halle 1839.

[6] J. L. Coolidge, *A History of Geometrical Methods*, Oxford 1940.

[7] F. Jílek - V. Lomič, *Dějiny ČVUT I-1*, Praha 1973.

[8] F. Kadeřávek - J. Klíma - J. Kounovský, *Deskriptivní geometrie II*, Praha 1932, 1954.

[9] J. Kounovský, *Zborcené plochy*, Praha 1947.

[10] G. Loria, *Vorlesungen über darstellende Geometrie I, II*, Leipzig - Berlin 1907, 1913.

[11] G. Loria, *Storia della Geometria Descrittiva*, Milano 1921.

[12] L. Mossbrugger, *Grösstentheils neue Aufgaben aus dem Gebiete der Géométrie descriptive*, Zürich 1845.

[13] Z. Nádeník, *Minulost a budoucnost deskriptivní geometrie*, Sborník 13. semináře skupiny JČMF pro deskriptivní geometrii a počítačovou grafiku, Pernink 1993.

[14] Z. Nádeník, *Současnost a budoucnost deskriptivní geometrie*, Sborník 14. semináře skupiny JČMF pro deskriptivní geometrii a počítačovou grafiku, Bílá 1994.

[15] E. Papperitz, *Darstellende Geometrie*, Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften III, AB 6, Leipzig 1909.

[16] K. Pohlke, *Darstellende Geometrie*, Berlin 1860, 1865, 1872.

[17] R. Taton, *L'Œuvre scientifique de Gaspard Monge*, Paris 1951.

[18] Chr. Wiener, *Lehrbuch der darstellenden Geometrie I*, Leipzig 1884.