BLAŽKOVY PRÁCE

Gabriel Blažek sepsal třináct prací, které publikoval v časopisech *Sitzungsberichte der mathematische-naturwissenschaftliche Classe der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien* a *Sitzungsberichte der königlichen böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften*, dále v *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky* a v *Archivu mathematiky a fysiky*. Své práce psal německy a česky; věnoval je speciálním tématům z matematiky a geofyziky.

Matematika

Svoji první práci nazvanou *Über Volumsbestimmungen mit Zuziehung der Schwerpunkts-Theorie* [B1] napsal Gabriel Blažek roku 1862 jako student pražské filozofické fakulty a předložil ji 23. října téhož roku vídeňské akademii věd. V článku se pokusil pod Guldinovým vlivem odvodit vzorce pro výpočet objemů různých rotačních těles (např. šroub, elipsoid aj.). Blažek Guldinovy vzorce (odvozené původně pro kartézské souřadnice) transformoval do polárních souřadnic.

V roce 1864 jako „Zögling des k. k. physikalischen Institutes“ uveřejnil delší článek nazvaný *Transformation und Berechnung einiger bestimmten Integrale* [B2], ve kterém shrnul známé a užívané metody pro výpočet integrálů typu

$$\int_0^\infty \varphi(x)\,dx \ ,$$

kde φ je trigonometrická nebo algebraická funkce. Vycházel z prací Frullaniho, Raabeho, Newmanna, Schlömilcha, Lindemanna, Stefana a Eulera. Zejména se zabýval případem

$$\int_0^\infty f(\cos x)\frac{\sin^m x}{x^p}\,dx$$

a jeho speciálními variantami:

$$\int_0^\infty \cos^r x\frac{\sin^m x}{x^p}\,dx \ , \qquad \int_0^\infty \cos^r x\frac{\sin ax}{x}\,dx \ ,$$

$$\int_0^\infty \frac{1}{1+2a\cos 2x+a^2}\frac{\sin^m x}{x^p}\,dx \ .$$

Ukázal nejrůznější substituce a úpravy, které umožňují zjednodušit řešení výše zmíněných případů.

Dne 14. 2. 1865, v době svého působení ve fyzikálním ústavu vídeňské univerzity, předložil Gabriel Blažek vídeňské akademii věd svou práci *Über die partiellen Differentialgleichungen der durch Bewegung von Linien entstandenen Flächen* [B3], ve které se pokusil odvodit rovnici tzv. „obalující plochy“, je-li známa rovnice původní plochy a způsob jejího pohybu v prostoru. Eliminací parametrů charakterizujících danou plochu získal diferenciální rovnici, která charakterizuje plochu obalující. První část článku [B3] byla v roce 1873 v mírně upravené podobě uveřejněna česky v *Časopise pro pěstování mathematiky a fysiky* pod názvem *O differenciálních rovnicích ploch obalujících* [B8]. V následujících odstavcích uvedeme některé pasáže z Blažkova článku [B8], které do značné míry charakterizují jeho matematické snažení, způsob uvažování i matematické vyjadřování.

Blažek nejprve popsal, co rozumí obalující plochou, a potom uvažoval o rovnici „pohybující se“ plochy, která obalující plochu vytváří ([B8], str. 167–168):

Pohybuje-li se plocha známých vlastností v prostoru takovým spůsobem, že dle daného pravidla svou polohu a tvar svůj mění, jest s ní všeobecně spojena plocha nová, jež se první v každé poloze dotýká, již nazýváme plochou obalující soustavu ploch prvních. …

Poloha a tvar plochy ustanovuje se však stálými veličinami, parametry, v rovnici plochy se vyskytujícími; má-li se tedy pohyb plochy a změna tvaru jejího naznačiti, nutno považovati tyto parametry za veličiny proměnné. …

Má-li však v pohybu a v změně tvaru panovati jisté pravidlo, nelze parametrům uděliti hodnoty od sebe neodvislé, nýbrž ustanovením zvláštní hodnoty parametru jednoho musíme zároveň znáti hodnoty všech ostatních, t. j. obsahuje-li rovnice pohyblivé plochy $(n+1)$ *promenný parametr, musí mezi nimi panovati* n *výminečných rovnic; vyjádříme-li pomocí těchto rovnic* n *parametrů odvisle proměnných parametrem neodvisle proměnným, jenž se* a *nazývati má, lze rovnici plochy pohyblivé psáti ve formě*

$$f(x, y, z, a) = 0 \ ,$$

neb stručněji

$$f = 0 \ ;$$

sousední poloha plochy naznačí se přechodem veličiny a *v* $a + \delta$ *v čemž znamená* δ *veličinu nekonečně malou; rovnice plochy v nové poloze zní tedy*

$$/^{\delta=0}\ f(x, y, z, a+\delta) = 0 \ ,$$

a spojení obou rovnic značí křivku, v níž se dvě sousední polohy plochy protínají, jejímž geometrickým místem jest dle předešlého plocha obalující. Rovnici této plochy najdeme tedy vyloučením parametru a *z posledních dvou rovnic; druhá z nich dá se však patrně nahraditi výrazem*

$$/^{\delta=0}\ \frac{f(x, y, z, a+\delta) - f(x, y, z, a)}{\delta} = 0 \ ,$$

t. j. rovnicí

$$\frac{\partial f(x, y, z, a)}{\partial a} = 0 \ ,$$

tak že ustanovení rovnice plochy obalující záleží na vyloučení parametru a z rovnic

$$f = 0 \ , \tag{1}$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} = 0 \ . \tag{2}$$

Blažek dále charakterizuje cíle svého článku a snaží se je realizovat:

Následující řádky mají za úkol vyvoditi nejkratší způsob ustanovení n výminečných differenciálních rovnic za účelem vyloučení n parametrů. Differencování rovnice (1) podle x a y provedeme tím způsobem, že z počátku jen z za odvisle proměnnou, a za stálou veličinu, pak a za odvisle proměnnou, x, y, z však za veličiny stálé považovati budeme; podle známých pravidel počtu differenciálního vyjde

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial y} = 0 \ ,$$

t. j. vzhledem k rovnici (2)

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 0 \ , \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \ . \tag{3}$$

Uvážíme-li naznačený způsob differencování, poznáme snadno, že výrazy tyto obsahují vedle původních proměnných x, y, z a parametrů $a, a_1, a_2,$ a_n jen první differenciální poměry veličiny z podle x a y.

Píšeme-li dále

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f_1 = 0 \ , \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = f_2 = 0 \ , \tag{4}$$

a nakládáme-li s f_1 a f_2 právě tak jak s f, vyvineme

$$\frac{\partial f_1}{\partial x} + \frac{\partial f_1}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \ , \qquad \frac{\partial f_2}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial x} = 0 \ ,$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y} + \frac{\partial f_1}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial y} = 0 \ , \qquad \frac{\partial f_2}{\partial y} + \frac{\partial f_2}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial y} = 0 \ ;$$

vyloučením veličin $\frac{\partial f_1}{\partial a}$ a $\frac{\partial f_2}{\partial a}$ z těchto čtyr rovnic najde se

$$\frac{\frac{\partial a}{\partial x}}{\frac{\partial a}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial f_1}{\partial x}}{\frac{\partial f_1}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial f_2}{\partial x}}{\frac{\partial f_2}{\partial y}} \ , \tag{5}$$

a spojením posledních dvou členů této srovnalosti

$$\frac{\partial f_2}{\partial x} \cdot \frac{f_1}{\partial y} - \frac{\partial f_2}{\partial y} \cdot \frac{f_1}{\partial x} = 0 \ ,$$

kterážto differenciální rovnice stupně druhého označena budiž znamením

$$f_3 = 0\,;$$

nakládajíce s ní jako s rovnicemi (4) ...

Tímto způsobem ... *pokračujíce vyvineme sobě n člennou srovnalost*

$$\frac{\frac{\partial f_1}{\partial x}}{\frac{\partial f_1}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial f_2}{\partial x}}{\frac{\partial f_2}{\partial y}} = \frac{\frac{\partial f_3}{\partial x}}{\frac{\partial f_3}{\partial y}} = \cdots = \frac{\frac{\partial f_n}{\partial x}}{\frac{\partial f_n}{\partial y}}\,, \tag{6}$$

v níž všeobecně

$$f_q = \frac{\partial f_{q-1}}{\partial x} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial y} - \frac{\partial f_{q-1}}{\partial y} \cdot \frac{\partial f_p}{\partial x} = 0$$

a $p < q-1$, $q > 2$ *jest; patrně jeví se* f_q *co differenciální rovnice stupně* $(q-1)$*ho.*

Spojení srovnalosti (6) *s rovnicemi* (1) *a* (3) *poskytuje nám soustavu* $(n+2)$ *rovnic, z nichž lze vyloučiti* $(n+1)$ *parametr; konečný výsledek jest patrně rovnice differenciální stupně n-tého.* ([B8], str. 168–170)

Na závěr článku vysvětluje Blažek obecný postup na příkladech:

1. *Má se ustanoviti differenciální rovnice plochy obalující pohyblivou rovinu, tedy plochy rozvinutelné. ...*

2. Má se ustanoviti differenciální rovnice plochy točné, t. j. plochy obalující soustavu koulí ... ([B8], str. 170, 171)

Blažkova práce byla hodnocena takto:

L'auteur donne une méthode directe et rapide pour établir les équations d'où, par l'élimination des paramètres arbitraires de la surface génératrice, on déduit l'équation différentielle de l'enveloppe.[45]

Dne 24. listopadu 1869 proslovil Gabriel Blažek na zasedání Královské české Společnosti nauk přednášku *Über das dreiachsige Ellipsoid als Deformation der Kugel aufgefasst* [B4]. Přednáška byla inspirována Grellovým článkem uveřejněným v časopise *Zeitschrift für Mathematik und Physik* v roce 1869, ve kterém Grelle dokázal základní vztahy mezi koulí a elipsoidem, které se týkaly opsaných a vepsaných útvarů s minimálním či maximálním objemem nebo povrchem. Blažek více méně prezentoval Grellovy myšlenky.

Tuto Blažkovu práci, která má ryze elementární charakter, hodnotil prof. Maynz z Ludwigslustu takto:

Der Herr Verf. betrachtet das Ellipsoid mit den Halbaxen a, b, c *als Deformation einer Kugel mit dem Radius* r *in der Weise, dass einem jeden Punkte* x, y, z *in, auf oder ausserhalb des letzteren Gebildes ein entsprechend gelegener*

$$\frac{ax}{r}\,,\quad \frac{by}{r}\,,\quad \frac{cz}{r}$$

[45] Bulletin des sciences mathématiques 8(1875), str. 123.

am ersteren Gebilde beigeordnet ist, und beweist auf elementare Weise Lehrsätze über die dem Ellipsoid ein- oder umgeschriebenen Polyeder vom grössten oder kleinsten Volumen.[46]

O rok později proslovil Blažek na zasedání Královské české Společnosti nauk další přednášku, tentokrát v českém jazyce; byla nazvána *O osách souměrnosti* [B5]. Práce vychází z následující poučky: „součet druhých mocnin pravoúhlých průmětů dané délky na dvě (resp. tři) pravoúhlé osy v rovině (resp. v prostoru) je konstantní". Blažek tuto větu nejprve dokázal, pak ji aplikoval na odvození několika vlastností elipsoidu a mnohostěnu opsaného, jehož objem je minimální. Článek vznikl úpravou práce [B4].

Na počátku sedmdesátých let začal Blažek psát česky, v *Časopisu pro pěstování mathematiky a fysiky* publikoval pět menších článků [B6], [B7], [B8], [B9], [B11] (o práci [B8] viz výše).

Práce *O differenciálu povrchu* [B6] je krátkou metodickou poznámkou, ve které se Blažek pokusil jednoduchým způsobem odvodit známé vzorce pro výpočet *diferenciálu povrchu* pro libovolnou plochu zadanou v kartézské a polární soustavě. Vyšel přitom z faktu, že „čtverec obsahu rovinné plochy je roven součtu čtverců obsahů projekcí dané plochy na tři navzájem kolmé roviny". Inspirován byl Grunertovou knihou *Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes für polare Coordinatensysteme* a Unferdingerovým článkem *Ableitung der Complanationsformel in Polarcoordinaten aus der Figur* v 48. svazku Grunertova Archivu.

Krátký článek *Příspěvek k theorii čoček* [B7] z roku 1872 patří do geometrické optiky. Blažek řešil pomocí Huygensova principu problém, jaký tvar má mít plocha oddělující dvě prostředí, aby monochromatické světlo vycházející z libovolně zvoleného bodu A jednoho prostředí procházelo bodem B druhého prostředí. V závislosti na typu rozhraní (tj. na rychlosti šíření světla v různých prostředích) dospěl k základním všeobecně známým plochám (elipsoid, hyperboloid a paraboloid).

V roce 1874 napsal elementární článek nazvaný *Dva vzorce pro krychlový obsah čtyrstěnu* [B9], ve kterém odvodil známé vzorce pro výpočet objemu čtyřstěnu, např.

Krychlový obsah čtyrstěnu dá se tedy vyjádřiti šestým dílem součinu dvou hran protilehlých se sinusem sklonu jejich a nejkratší vzdáleností obou.

Poslední Blažkovou českou prací je elementární *Poznámka k složitému počtu úrokovému* [B11], ve které je ukázán jednoduchý způsob odvození střadatele.

Poslední Blažkův matematický článek *Über die Berechnung der Cotesischen Zahlen bei genäherten Quadraturen* [B13] z roku 1879 je věnován odvození vzorců pro tzv. *Cotesovy koeficienty.* Gabriel Blažek o této problematice přednášel 7. března 1879 v Královské české Společnosti nauk. Vyšel z Gaussovy práce *Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi*

[46] Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 2(1869–1870), str. 631–632.

z roku 1814 a zejména z Grunertovy práce *Uiber die näherungsweise Ermittlung der Werte bestimmter Integrale* z roku 1850.

Blažkův článek popisuje stanovení přibližné hodnoty určitého integrálu nějaké funkce následujícím postupem. Integrační interval rozdělíme na m stejných částí a integrovanou funkci nahradíme polynomem m-tého stupně, jehož hodnoty se shodují s hodnotami dané funkce v každém z $m+1$ dělících bodů. Blažek zde podstatnou měrou využívá determinanty, které patřily k tehdejším módním matematickým objektům. V následujících odstavcích podáme základní myšlenku Blažkova článku; užijeme však přesnější formulace i symboliku.

Máme-li určit přibližnou hodnotu integrálu $\int_a^b f(x)\,dx$, rozdělíme interval $\langle a,b\rangle$ na m stejných dílů, funkční hodnoty funkce f v $m+1$ dělících bodech označíme $y_0, y_1, \dots, y_m$; dále označme $h = b-a$ délku intervalu $\langle a,b\rangle$ a $k = \frac{h}{m}$ délku dílčích intervalů. Problém řešíme zvlášť pro m sudé a pro m liché. Ukážeme řešení pro $m = 2n$.

Místo funkce f na intervalu $\langle a,b\rangle$ uvažujme polynom

$$p(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \cdots + \alpha_{2n} x^{2n} \tag{7}$$

na intervalu $\langle -nk, nk\rangle$; dělící body tohoto intervalu jsou

$$-nk\ ,\ -(n-1)k\ ,\ \dots\ ,\ -k\ ,\ 0\ ,\ k\ ,\ \dots\ ,\ (n-1)k\ ,\ nk\ ,$$

hodnoty polynomu p v těchto bodech jsou rovny odpovídajícím hodnotám funkce f v dělících bodech intervalu $\langle a,b\rangle$, tj. hodnotám

$$y_0\ ,\ y_1\ ,\ \dots\ ,\ y_{n-1}\ ,\ y_n\ ,\ y_{n+1}\ ,\ \dots\ ,\ y_{2n-1}\ ,\ y_{2n}\ .$$

Hodnotu integrálu $\int_a^b f(x)\,dx$ nyní aproximujeme hodnotou

$$\begin{aligned} F_{2n} = \int_{-nk}^{nk} p(x)\,dx = \int_{-nk}^{nk} (\alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \cdots + \alpha_{2n} x^{2n})\,dx\ = \\ = h\big(\alpha_0 + \frac{n^2}{3}\alpha_2 k^2 + \frac{n^4}{5}\alpha_4 k^4 + \cdots + \frac{n^{2n}}{2n+1}\alpha_{2n} k^{2n}\big)\,. \end{aligned}$$

Dosazením výše uvedených hodnot proměnné x do (7) získáme následující vztahy:

$$\begin{aligned} y_n &= \alpha_0\ , \\ y_{n-r} &= \alpha_0 - r\alpha_1 k + r^2\alpha_2 k^2 - \cdots + r^{2n}\alpha_{2n} k^{2n}\ , \\ y_{n+r} &= \alpha_0 + r\alpha_1 k + r^2\alpha_2 k^2 + \cdots + r^{2n}\alpha_{2n} k^{2n}\ ; \end{aligned}$$

odtud dostaneme pro každé $r = 1, \dots, n$ rovnost

$$\frac{1}{2}(y_{n-r} + y_{n+r}) = \alpha_0 + r^2\alpha_2 k^2 + r^4\alpha_4 k^4 + \cdots + r^{2n}\alpha_{2n} k^{2n}\ .$$

Čísla $\alpha_0, \alpha_2 k^2, \ldots, \alpha_{2n} k^{2n}$ jsou tedy řešením následující soustavy lineárních rovnic:

$$\begin{aligned}
\alpha_0 - y_n &= 0\,,\\
\alpha_0 + \alpha_2 k^2 + \alpha_4 k^4 + \cdots + \alpha_{2n} k^{2n} - \frac{1}{2}(y_{n-1} + y_{n+1}) &= 0\,,\\
\alpha_0 + 2^2\alpha_2 k^2 + 2^4\alpha_4 k^4 + \cdots + 2^{2n}\alpha_{2n} k^{2n} - \frac{1}{2}(y_{n-2} + y_{n+2}) &= 0\,,\\
\alpha_0 + 3^2\alpha_2 k^2 + 3^4\alpha_4 k^4 + \cdots + 3^{2n}\alpha_{2n} k^{2n} - \frac{1}{2}(y_{n-3} + y_{n+3}) &= 0\,,\\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots&\\
\alpha_0 + n^2\alpha_2 k^2 + n^4\alpha_4 k^4 + \cdots + n^{2n}\alpha_{2n} k^{2n} - \frac{1}{2}(y_0 + y_{2n}) &= 0\,,\\
\alpha_0 + \frac{n^2}{3}\alpha_2 k^2 + \frac{n^4}{5}\alpha_4 k^4 + \cdots + \frac{n^{2n}}{2n+1}\alpha_{2n} k^{2n} - \frac{F_{2n}}{h} &= 0\,.
\end{aligned}$$

Protože má mít tato soustava řešení, musí být

$$\begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & y_n\\
1 & 1 & 1 & \ldots & 1 & \frac{1}{2}(y_{n-1} + y_{n+1})\\
1 & 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n} & \frac{1}{2}(y_{n-2} + y_{n+2})\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
1 & n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n} & \frac{1}{2}(y_0 + y_{2n})\\
1 & \frac{n^2}{3} & \frac{n^4}{5} & \ldots & \frac{n^{2n}}{2n+1} & \frac{F_{2n}}{h}
\end{vmatrix} = 0\,.$$

Uvažme, že vlastně nepotřebujeme znát koeficienty polynomu p, ale hodnotu F_{2n}. Rozveďme proto předchozí determinant podle posledního sloupce.

$$\begin{vmatrix}
1 & 1 & 1 & \ldots & 1\\
1 & 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n}\\
1 & 3^2 & 3^4 & \ldots & 3^{2n}\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
1 & n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n}\\
1 & \frac{n^2}{3} & \frac{n^4}{5} & \ldots & \frac{n^{2n}}{2n+1}
\end{vmatrix} \cdot (-1)^{n+1} y_n +$$

$$+ \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & \ldots & 0\\
1 & 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n}\\
1 & 3^2 & 3^4 & \ldots & 3^{2n}\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
1 & n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n}\\
1 & \frac{n^2}{3} & \frac{n^4}{5} & \ldots & \frac{n^{2n}}{2n+1}
\end{vmatrix} \cdot \frac{1}{2}(y_{n-1} + y_{n+1})(-1)^n +$$

$$+ \cdots + \begin{vmatrix}
1 & 0 & 0 & \ldots & 0\\
1 & 1 & 1 & \ldots & 1\\
1 & 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n}\\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\
1 & n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n}
\end{vmatrix} \cdot \frac{F_{2n}}{h} \;=\; 0\,.$$

Z předchozí rovnosti můžeme vyjádřit F_{2n} v tvaru

$$F_{2n} = h \cdot \big[C_{2n,0}(y_0 + y_{2n}) + C_{2n,1}(y_1 + y_{2n-1}) + \ldots +$$

$$+ C_{2n,n-1}(y_{n-1} + y_{n+1}) + C_{2n,n}y_n\big] \ , \tag{8}$$

kde $C_{2n,i}$, $i = 0, \ldots, n$, jsou tzv. *Cotesovy koeficienty*, které jsou popsány následujícími vztahy:

$$(-1)^n \Delta_{2n} \cdot C_{2n,n} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 1 & 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n} \\ 1 & 3^2 & 3^4 & \ldots & 3^{2n} \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ 1 & n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n} \\ 1 & \frac{n^2}{3} & \frac{n^4}{5} & \ldots & \frac{n^{2n}}{2n+1} \end{vmatrix}$$

a pro $i = 1, \ldots, n$

$$(-1)^{n-r} 2\Delta_{2n} \cdot C_{2n,n-r} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 2^2 & 2^4 & 2^6 & \ldots & 2^{2n} \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ (r-1)^2 & (r-1)^4 & (r-1)^6 & \ldots & (r-1)^{2n} \\ (r+1)^2 & (r+1)^4 & (r+1)^6 & \ldots & (r+1)^{2n} \\ \multicolumn{5}{c}{\dotfill} \\ n^2 & n^4 & n^6 & \ldots & n^{2n} \\ \frac{n^2}{3} & \frac{n^4}{5} & \frac{n^6}{7} & \ldots & \frac{n^{2n}}{2n+1} \end{vmatrix} \ ,$$

kde

$$\Delta_{2n} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \ldots & 1 \\ 2^2 & 2^4 & \ldots & 2^{2n} \\ \multicolumn{4}{c}{\dotfill} \\ n^2 & n^4 & \ldots & n^{2n} \end{vmatrix} \ .$$

Přibližnou hodnotu F_{2n} integrálu $\int_a^b f(x)\,dx$ tedy určíme ze vztahu (8), ve kterém figurují hodnoty $y_0, \ldots, y_{2n}$ funkce f v $2n+1$ dělících bodech intervalu $\langle a, b\rangle$ a Cotesovy koeficienty. Polynom p, resp. jeho koeficienty $\alpha_0, \ldots, \alpha_{2n}$ znát nepotřebujeme.

Obdobným způsobem lze vypočítat Cotesovy koeficienty pro m liché.

Poznamenejme ještě, že přednášku na podobné téma proslovil F. J. Studnička dne 25. ledna 1878 a uveřejnil její text v červnu následujícího roku. Gabriel Blažek v závěru svého článku [B13] poznamenal, že Studničkovu přednášku neslyšel a její text získal pouhé dva dny před odevzdáním svého článku do tisku.

Fyzika

Gabriel Blažek napsal v letech 1874 a 1876 dva fyzikální články nazvané *Ueber die Elemente einer mechanischen Theorie der Meereströmungen* [B10] a *Entwurf einer Theorie der Meereströmungen* [B12].

První článek byl sepsán na základě Blažkovy přednášky v Královské české Společnosti nauk, která se konala dne 6. listopadu 1874, druhý, napsaný pro *Archiv mathematiky a fysiky*, je rozšířením a doplněním článku předchozího. Blažkovy úvahy se opíraly o práce Mauryho, Mühryho a Schillinga, kteří se v padesátých a sedmdesátých letech minulého století zabývali výzkumem mořských proudů. Blažek se pokusil průběh mořských proudů popsat matematicky.

Hlavní příčiny vzniku mořského proudění spatřoval zcela správně v rotaci a nepravidelnosti tvaru Země a v nestejné teplotě vody. Pomocí matematického aparátu a dynamiky zemského pohybu získal určitý popis základních směrů proudění. Shoda teoretických a pozorovaných výsledků byla kladně hodnocena,[47] matematický popis byl hodnocen negativně. Prof. Wangerin z Berlína napsal:

Die zu Grunde liegende Idee ist, dass, wenn A und B zwei Punkte der rotirenden Erde sind, die durch die Rotation hervorgerufene relative Bewegung von B gegen A als eine Rotation um die Normale von A angesehen werden kann, mit der Winkelgeschwindigkeit $a \cdot \cos\psi$, wo ψ die Poldistanz von A, a die Winkelgeschwindigkeit der Erde. Dies ist (abgesehen davon, dass der Verfasser die noch hinzukommende Bewegung parallel der Normalen von A nicht berücksichtigt) nur für nahe Punkte A, B in erster Annäherung richtig. Der Verfasser wendet es dagegen ohne Weiteres auf beliebig entfernte Punkte B, A an. Referent kann Entwickelungen, die auf solcher Grundlage aufgebaut sind, nur für völlig verfehlt ansehen.[48]

Litografované přednášky

Poslední Blažkovou publikací jsou litografované přednášky, které jsou nazvané *I. Mathematika, běh dle přednášek prof. Dr = G. Blažka* [B14]. Na základě studia seznamů matematických přednášek a katalogů posluchačů pražské techniky lze říci, že Blažkovy přednášky zapsal patrně v letech 1893–1894 František Turnschek z Kuklen I.

Jedná se o učební text o 480 stranách, který je věnován základům matematiky a který respektuje potřeby techniků. Srovnání se stručnými charakteristikami přednášek uvedenými v seznamech přednášek na technice ukazuje, že obsah těchto úvodních matematických přednášek se od 80. let 19. století mnoho neměnil; dokonce oproti obsahu stanovenému na počátku 70. let byl rozšířen pouze o teorii determinantů.

Učební text má devět kapitol: *Poučky o srovnalostech*, *Poučky o promítání*, *Polygonometrie a sférická trigonometrie*, *O determinantech*, *Základové analytické geometrie v rovině*, *Počátky analytické geometrie v prostoru*, *Počátky algebraické analyse*, *Počet differenciálný*, *Počet integrálný*.

Ve dvou kapitolách o analytické geometrii jsou prezentovány jen základní partie této disciplíny: souřadné systémy, souřadnice bodů, vzdálenost, způsoby zadání přímky, vzájemná poloha dvou přímek, křivky druhého řádu, kuželosečky (obecná rovnice, klasifikace, poláry, tečny a sečny, tětivy a normály,

[47] Viz Bulletin des sciences mathématiques 9(1875), str. 50–51, a II 3(1879), str. 154.

[48] Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik 11(1879), str. 692.

asymptoty), rovnice přímky a roviny v prostoru, jejich vzájemná poloha a vzdálenost.

Kapitola *Počátky algebraické analyse* je věnována elementárním algebraickým i transcendentním funkcím, výpočtům limit a spojitosti funkcí; je průpravou k následujícím kapitolám.

Nejrozsáhlejší, více než stostránková, je osmá kapitola o diferenciálním počtu, do které byly zahrnuty i základní poznatky z algebry: diferenciál, derivace funkce jedné proměnné, parciální derivace a existence totálního diferenciálu funkcí dvou proměnných, derivace implicitní funkce, průběh funkcí, extrémy, neurčité výrazy, základní kritéria konvergence řad, rozvoj funkcí v řady, komplexní čísla, algebraické rovnice, základní věta algebry, přibližné metody řešení algebraických rovnic, rovnice třetího a čtvrtého stupně, reciproké a binomické rovnice.

Poslední kapitola je jen úvodní partií do studia neurčitého a určitého integrálu: základní integrační metody (přímá, substituce, per partes), využití v geometrii (délka křivky, obsah plochy, povrch a objem rotačního tělesa), vícenásobné integrály, diferenciální rovnice (lineární rovnice, metoda separace proměnných). Integrální počet byl hlavním tématem 2. běhu matematiky.

V učebnici je kladen důraz na pochopení základních pojmů a vztahů, zejména na procvičení příkladů a technické aplikace. Blažek uvádí jen minimum teorie, které doplňuje stručnými a jednoduchými důkazy; k objasnění látky často používá názorné příklady. Při svých přednáškách byl Blažek patrně ovlivněn prvními českými vysokoškolskými učebnicemi Františka Josefa Studničky.

Závěr

Blažkovy práce nevynikají originálností, původností ani odborností. Většinou jde o reakce na zahraniční práce nebo o drobné didaktické poznámky. Slibný rozjezd z šedesátých let, který signalizoval Blažkův zájem o přírodní vědy a snad i jeho talent a erudici, se v sedmdesátých letech zcela vytratil. Blažek se začal výrazněji věnovat pedagogické činnosti na polytechnice a uvažoval o sepsání učebních textů; k tomu však nedošlo.