In: Jindřich Bečvář (editor); Eduard Fuchs (editor): Matematika v proměnách věků. II. (Czech). Praha: Prometheus, 2001. pp. 239–250.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/401902

HISTORIE CYKLOGRAFIE

Jitka Hrdličková

Deskriptivní geometrie je zařazena do učebních plánů na těch našich středních a vysokých školách, které jsou většinou orientovány technicky nebo se specializují na matematiku. V případě středního školství se žáci v rámci deskriptivní geometrie seznamují s metodami Mongeovy projekce, kótovaného a šikmého promítání, v některých případech i se základy axonometrie. Posluchači vysokých škol se kromě těchto způsobů zobrazování učí využívat například centrálního promítání atd. Existuje však řada jiných zobrazovacích metod, s nimiž se současní středoškolští ani vysokoškolští studenti v hodinách deskriptivní geometrie nesetkají, přestože dříve byly často s oblibou pěstovány. Jednou z nich je *cyklografie* – metoda dnes již „zapomenutá“, kterou lze využít například při řešení planimetrických úloh.

Cílem tohoto článku je seznámit čtenáře s principy cyklografie a ilustrovat na příkladu její využití při řešení planimetrických úloh. V souvislosti s historickým vývojem této zobrazovací metody pak budou uvedena díla zahraničních matematiků, kteří cyklografii postavili na pevný základ. V závěru článku budou připomenuta jména těch českých geometrů, jejichž publikace byly cyklografickému zobrazení věnovány.

1 Úvod

Cyklografie nebo cyklografické zobrazení je příkladem nelineární zobrazovací metody. Připomeňme, že pod pojmem zobrazovací metody se dnes rozumí bijektivní zobrazení útvarů trojrozměrného euklidovského prostoru (popř. rozšířeného euklidovského prostoru) na určité objekty jedné roviny, kterou nazýváme nákresna. Bodu v prostoru tedy přiřadíme určitý útvar v nákresně. V případě cyklografického zobrazení, jak uvidíme později, je obrazem bodu v prostoru cyklus v nákresně, přičemž střed cyklu je ortogonální průmět daného bodu do nákresny.

2 Základní principy cyklického promítání

Základní českou publikací o cyklografii je [1] z roku 1949 od Ladislava Seiferta (1883–1956) (čtenář bude mít možnost se s ní blíže seznámit v dalším textu). Vzhledem k tomu, že [1] je zároveň jedinou českou publikací zcela se zabývající cyklografickým zobrazením, bude z ní vycházet tato část článku týkající se principu tohoto zobrazení. Seifertův konstrukční aparát pro cyklografické zobrazení, kterým autor v úvodu své knihy principy cyklografie osvětluje prostřednictvím kartézské souřadné soustavy, je však z dnešního hlediska již poněkud archaický. Z toho důvodu bude následující text mírně transformovat Seifertovy úvahy do současného matematického jazyka, přičemž původní myšlenka cyklografie bude oproštěna od využití kartézské souřadné soustavy.[1]

V dalším textu se předpokládá znalost následujících pojmů elementární geometrie euklidovské roviny E_2: orientace přímky (orientovaná přímka), orientace roviny (orientovaná rovina) a orientovaný úhel.

Poznámka 1 Pod pojmem úhel se v celém textu bude rozumět příslušný konvexní úhel (např. $\prec AOB$, $\prec \vec{u}\vec{v}$). Jestliže úhel $\prec \vec{u}\vec{v}$ patří do zvolené (kladné) orientace roviny, budeme říkat, že tento úhel určuje orientaci roviny nebo orientace roviny je tímto úhlem určená.

Definice 1 Buď $k(O, r)$ libovolná kružnice orientované euklidovské roviny E_2 (úhlem $\prec \vec{u}\vec{v}$) a K, L libovolná uspořádaná dvojice navzájem různých bodů na k. Řekneme, že *kružnice* k je dvojicí bodů K, L *orientovaná kladně*, resp. *záporně*, jestliže orientovaný úhel $\prec KOL$ patří, resp. nepatří do zvolené orientace roviny (tj. jestliže úhly $\prec \vec{u}\vec{v}$, $\prec KOL$ jsou orientované souhlasně, resp. nesouhlasně).

Poznámka 2 Orientovanou kružnici nazýváme *cyklus*, původní kružnici *nositelkou* cyklu. Analogicky orientovanou přímku nazýváme *paprskem*, původní přímku jeho nositelkou.

Poznámka 3 Ve smyslu předchozí definice hovoříme o kladných a záporných cyklech. Poloměrem kladného, resp. záporného cyklu budeme nazývat reálné číslo r, resp. $-r$, kde r je poloměr nositelky cyklu. V grafické realizaci se pro zjednodušení uspořádaná dvojice bodů K, L nahrazuje „šipkou“.

Definice 2 *Kladnou polorovinou* orientované eukleidovské roviny ϱ vzhledem k danému paprsku (určeného polopřímkou $\overrightarrow{KL}$) nazýváme polorovinu (s hraniční přímkou danou body K, L) incidentní s bodem X, pro

[1] Návod pro konstrukci cyklografického aparátu oproštěného od kartézské souřadné soustavy byl převzat z poznámek o cyklografii paní RNDr. Zity Sklenárikové.

který orientovaný úhel LKX patří do zvolené orientace roviny ϱ. Opačnou polorovinu k této polorovině nazýváme *zápornou* polorovinou roviny ϱ vzhledem k danému paprsku.

Kladnou stranou kladného, resp. *záporného cyklu* nazýváme vnitřek, resp. vnějšek nositelky cyklu; vnějšek, resp. vnitřek této kružnice se nazývá jeho *zápornou stranou.*

Definice 3 Buď v orientované euklidovské rovině ϱ dána přímka t a kružnice k. Řekneme, že *paprsek* s nositelkou t *se dotýká cyklu* s nositelkou k, jestliže nastane právě jedna z následujících dvou možností:

1. Přímka t je tečnou kružnice k a kladná polorovina roviny ϱ vzhledem k danému paprsku je částí kladné strany cyklu.

2. Přímka t je tečnou kružnice k a kladná strana cyklu je podmnožinou kladné poloroviny roviny ϱ vzhledem k danému paprsku.

Jestliže mají dva cykly ve společném bodě společný dotykový paprsek, řekneme, že se oba *cykly* ve společném bodě *dotýkají.*

2.1 Obraz bodu

Základním prostorem bude rozšířený euklidovský prostor $\bar{E}_3$ nad polem $\mathcal{R}$.

Základem nové zobrazovací metody je kolmé promítání do jedné (vlastní) roviny. Buď $\Pi \subset \bar{E}_3$ libovolná vlastní rovina. Orientujme oba poloprostory prostoru $\bar{E}_3$ s hranicí Π (tj. prohlašme libovolný z nich za kladný). V kótovaném zobrazení se přiřadí každému vlastnímu bodu $P \in \bar{E}_3$ uspořádaná dvojice (P_1, z^P), kde P_1 je kolmý průmět bodu P do průmětny Π a z^P je orientovaná vzdálenost bodu P od roviny Π (kóta bodu P).

V cyklografii se postupuje analogicky. Při zobrazení bodu P se sestrojí nejprve jeho kolmý průmět P_1 do roviny Π. Dále je třeba (kromě orientace poloprostorů $\bar{E}_3$ s hranicí Π) orientovat průmětnu Π, např. orientovaným úhlem $\prec \vec{u}\vec{v}$. Každému bodu P prostoru $\bar{E}_3$ pak přiřadíme cyklus P^C průmětny Π s poloměrem z^P, jehož nositelka má střed P_1. Cyklus P^C je tedy kladný, resp. záporný právě tehdy, jestliže je orientovaná vzdálenost bodu P od průmětny kladná, resp. záporná. Pro bod $Q \in \Pi$ je $Q = Q_1$ a $z^Q = 0$; abychom nemuseli činit výjimky, budeme tento bod nazývat „nulovým“ cyklem.

Věta 1 Zobrazení $\varphi : \bar{E}_3 \to \mathcal{C}_\Pi$ množiny vlastních bodů prostoru $\bar{E}_3$ na množinu $\mathcal{C}_\Pi$ všech cyklů průmětny Π zkonstruované výše uvedeným způsobem je bijekce.

Definice 4 Zobrazení φ z věty 1 je zobrazovací metoda a nazývá se *cyklografické zobrazení.* Množina $\mathcal{C}_\Pi$ všech cyklů v rovině Π se nazývá *prostor cyklů.*

Poznámka 4 Nositelka cyklu $P^C \subset \Pi$ je průnikem rotační kuželové plochy v $\bar{E}_3$ dané vrcholem P, jejíž tvořící přímky mají odchylku $\frac{\pi}{2}$ od průmětny Π. Tato kuželová plocha protíná rovněž nevlastní rovinu $\Omega \subset \bar{E}_3$ v kuželosečce C (tzv. *základní kuželosečka*). Kuželosečka C leží na analogických kuželových plochách pro všechny vlastní body prostoru $\bar{E}_3$ (svazek kuželových ploch se společnou kuželosečkou C) a její střed je nevlastním bodem přímek kolmých na průmětnu Π. Tento přístup umožňuje jiný pohled na nositelky cyklů v průmětně; každou kružnici – nositelku cyklu P^C – lze vyjádřit jako průnik kuželové plochy s vrcholem P a určující kuželosečkou $C \subset \Omega$ s průmětnou Π. Tuto kuželovou plochu budeme dále značit $\mathbf{K}^P(P, P^C)$.[2]

Nositelka každého nulového cyklu, jako průnik příslušné rotační kuželové plochy (s vrcholem v průmětně) s průmětnou, je složenou kuželosečkou, která se rozpadá na dvojici isotropních přímek s reálným průsečíkem (k tomu je potřeba provést komplexní rozšíření prostoru $\bar{E}_3$). Analogickými úvahami lze dořešit otázku zobrazení nevlastních bodů prostoru $\bar{E}_3$.

Definice 5 Rotační kuželovou plochu, jejíž tvořící přímky svírají s osou odchylku $\frac{\pi}{2}$, nazýváme *C-kuželová plocha.*

Věta 2 Množinou všech dotykových cyklů k pevnému cyklu P^C jsou cyklografické obrazy všech bodů C–kuželové plochy, jejíž určující kružnice je nositelka cyklu P^C.

Důsledek Množinou cyklů, které incidují se společným bodem $Q \in \Pi$ jsou cyklografické obrazy všech bodů C–kuželové plochy s vrcholem Q.

Poznámka 5 V dalším textu by bylo možné ukázat, jakým způsobem se cyklograficky zobrazuje přímka nebo rovina. Touto problematikou se však již dále nebudeme podrobně zabývat, neboť momentálně zbudovaný aparát vystačí pro ilustraci využití cyklografie na následujícím příkladu.

[2]Pokud nemůže dojít k záměně, budeme používat i zkráceného zápisu kuželové plochy $\mathbf{K}^P$.

2.2 Praktické využití cyklografie

Možností využití cyklografického zobrazení je celá řada, nejzajímavější je však řešení planimetrických úloh pomocí cyklografie, ze kterých je v následujícím textu vybrána jedna z Apolloniových úloh.

Původní Apolloniova úloha se zabývá konstrukcí kružnice, která se dotýká daných tří kružnic. Obecnou Apolloniovou úlohou rozumíme úlohu o konstrukci kružnice dotýkající se daných tří geometrických útvarů (body, přímky, kružnice), přičemž pod pojmem „dotyk s bodem“ se rozumí incidence. Apolloniovy úlohy patří k nejatraktivnějším úlohám elementární geometrie euklidovské roviny; jejich řešení metodou cyklografického zobrazení je velmi jednoduché a elegantní. Před samotnou ukázkou řešení Apolloniovy úlohy užitím této metody se však nejdříve zabývejme problémem průniku dvou C–kuželových ploch.

2.2.1 Pomocná úloha

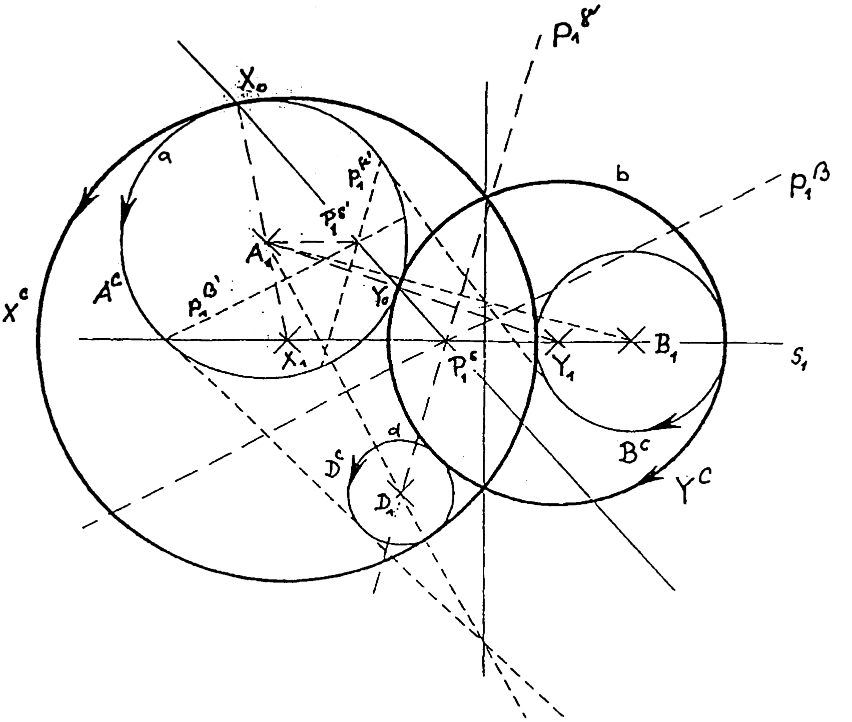
Jsou dány dvě C–kuželové plochy $\mathbf{K}^A(A, A^C)$, $\mathbf{K}^B(B, B^C)$, přičemž určující kružnice plochy $\mathbf{K}^A$, resp. $\mathbf{K}^B$ obsahuje cyklus $A^C \subset \Pi$, resp. $B^C \subset \Pi$. Určete průnik $\mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^B$.

Řešení: Průnikem dvou kvadrik je obecně křivka 4. stupně. Protože kuželové plochy $\mathbf{K}^A$, $\mathbf{K}^B$ obsahují základní kuželosečku C, musí být i druhá část průniku těchto ploch kuželosečka. Označme tuto kuželosečku k a její rovinu α.

Rovina λ ($AB \subset \lambda$, $\lambda \perp \Pi$) obsahující osy AA_1, BB_1 obou kuželových ploch je jejich rovinou souměrnosti, tj. i vlastní části k jejich průniku. Z toho plyne, že rovina α kuželosečky k je kolmá na rovinu λ a osa kuželosečky k je průsečnicí rovin α a λ. Zvolme si rovinu λ za druhou průmětnu a dořešme úlohu v Mongeově zobrazení s nákresnou Π. V druhém průmětu pak pohodlně sestrojíme vlastní body průniku $\mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^B \bigcap \lambda = (\mathbf{K}^A \bigcap \lambda) \bigcap (\mathbf{K}^B \bigcap \lambda)$, což jsou vrcholy M, N kuželosečky k. Je zřejmé, že k je hyperbola nebo elipsa (pokud nositelka jednoho cyklu leží uvnitř nositelky druhého) a MN je jejich osou. Rovina α je určená ($MN \subset \alpha \wedge \alpha \perp \lambda$); její stopa p^α je chordála nositelek cyklů A^C, B^C.

Kuželosečku k pak sestrojíme jako rovinný řez např. $\mathbf{K}^A \bigcap \alpha$. Ohniska kolmého průmětu kuželosečky k do roviny Π jsou body A_1, B_1. Odtud vyplývá následující vlastnost:

Věta 3 Množina středů všech cyklů, které se dotýkají daných dvou cyklů, je hyperbola nebo elipsa, která má středy daných cyklů za ohniska.



Obr. 1

2.2.2 Apolloniova úloha

Sestrojte kružnici, která se dotýká daných tří kružnic a, b, d v rovině Π.

Rozbor: Orientujme dané kružnice a, b, d v rovině Π libovolně a příslušné cykly označme A^C, B^C, D^C.

Buď Z cyklografické zobrazení v prostoru $\bar{E}_3$ s průmětnou Π;

$$Z^{-1} : A^C, B^C, D^C \to A, B, D.$$

Jestliže v Π existuje cyklus X^C, který se dotýká cyklů A^C, B^C, D^C, tak pro bod $X = Z^{-1}(X^C)$ platí: $X \in \mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^B \bigcap \mathbf{K}^D$. Obráceně pro každý bod $Y \in \mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^B \bigcap \mathbf{K}^D$ platí, že cyklus $Y^C \subset \Pi$ se dotýká cyklů A^C, B^C, D^C. Planimetrická Apolloniova úloha je tak převedena s využitím principů cyklografického zobrazení na prostorovou úlohu: nalézt průnik tří C-kuželových ploch a k němu určit jeho cyklografický obraz. Nositelky cyklografických obrazů bodů průniku jsou pak částí řešení zadané úlohy.

Konstrukce: Bod X průniku C-kuželových ploch leží v rovině γ vlastní kuželosečky $k \subset \mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^B$ a analogicky v rovině β kuželosečky $l \subset \mathbf{K}^A \bigcap \mathbf{K}^C$ (konstrukce rovin γ, β podle předcházející pomocné úlohy; p^γ, p^β jsou chordály příslušných dvojic kružnic). Označme $\beta \bigcap \gamma = s$. Pak platí: $X \in s \bigcap \mathbf{K}^A$. Zřejmá je konstrukce stopníku $p^s \in p^\beta \bigcap p^\gamma$ přímky s; kromě toho je přímka s rovnoběžná s přímkou s' ($s' \subset \beta' \bigcap \gamma'$), kde $A \in \beta' \wedge \beta' \| \beta$, $A \in \gamma' \wedge \gamma' \| \gamma$, tj. β', γ' jsou vrcholové roviny kuželové plochy $\mathbf{K}^A$ rovnoběžné s rovinami β a γ (v daném pořadí).

Průsečíky $s \bigcap \mathbf{K}^A$ se sestrojí pomocí roviny λ dané rovnoběžkami s, s'. Platí: $s \bigcap \mathbf{K}^A = s \bigcap (\lambda \bigcap \mathbf{K}^A) = s \bigcap \{AX_0, AY_0\}$, kde $\{X_0, Y_0\} = p^\lambda \bigcap a$. Pak přímka daná body A, X_0, resp. A, Y_0 protíná přímku s v bodě X, resp. Y a X_1, Y_1 jsou středy hledaných cyklů. Kružnice, které jsou nositelkami cyklů X^C, Y^C, jsou částí řešení úlohy (0 až 2 řešení).

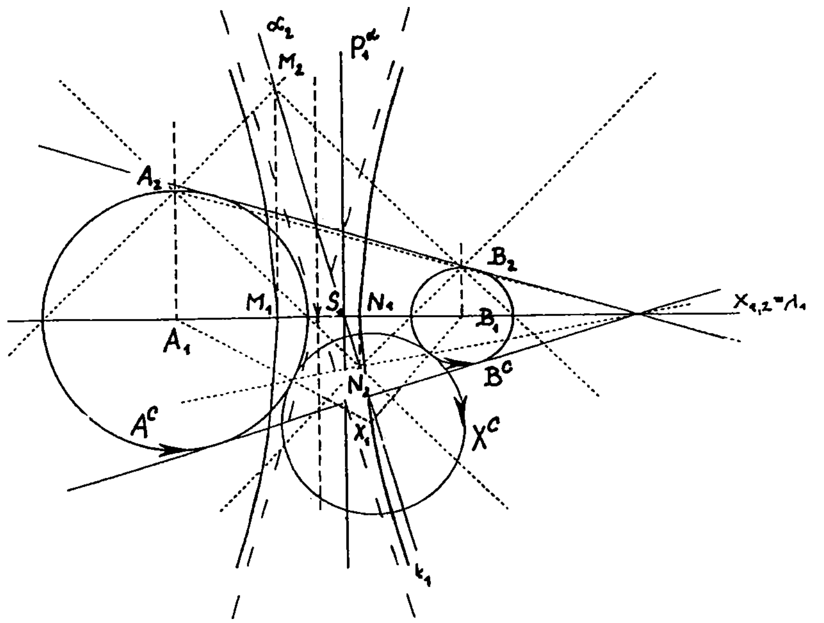
Diskuse: Úplné řešení získáme, když budeme uvažovat všechny možné kombinace orientací kružnic a, b, d. Jejich počet je 2^3. Vždy dvě dvojice (pro navzájem opačné cykly) dají jedno řešení, tj. všechna řešení dají čtyři trojice cyklů. Úloha má celkem 0 – 8 řešení; jejich počet závisí na vzájemné poloze kružnic a, b, d.

3 Historie cyklografie

Výše uvedený princip cyklografické zobrazovací metody zavedl do deskriptivní geometrie Emil Müller (1861–1927) ve své knize [2] z r. 1927. Samotná myšlenka cyklografie – vzájemně jednoznačného zobrazení bodů v prostoru na cykly v rovině – se však v různých souvislostech objevila mnohem dříve.

Se základní myšlenkou cyklografie se setkáváme v díle [8] B. E. Cousineryho, ve kterém je jí využito při řešení některých Apolloniových úloh.

Nikolaus Druckenmüller (1806–1883) – žák Julia Plückera (1801–1868) – v r. 1842 zkonstruoval v díle [9] prostředky analytické geometrie následující zobrazení, které bylo později také nazváno *isotropní projekce* (v německém originále *isotrope Projektion*): Po zavedení pevného kartézského souřadného reperu prostoru $\bar{E}_3$ se souřadnými osami x, y, z přiřadil každému vlastnímu bodu $X = [x', y', z'] \in \bar{E}_3$ v tzv. *základní rovině isotropní projekce* $\tau \equiv z = 0$ orientovanou kružnici se středem v bodě $[x', y', 0]$ a poloměrem $|z'|$. Orientace této kružnice přitom spočívala v „přiřazení pozitivního poloměru $|z|$ kružnici pro body X ležící nad



Obr. 2

rovinou τ a negativního poloměru $-|z|$ pro body ležící pod rovinou τ".

Isotropní projekci v následujícím období používali při řešení různých problémů například Michel Chasles (1793–1880), August Ferdinand Möbius (1790–1868) a Felix Klein (1849–1925), podle kterého se tomuto zobrazení také říkalo *minimální projekce.*

3.1 Starší podoba cyklografie

Za první soustavně zpracované dílo o cyklografii jako o zobrazovací metodě deskriptivní geometrie je považováno dílo [3] Wilhelma Fiedlera (1832–1912). Tato kniha má čistě konstruktivní charakter, věnuje svou pozornost konstrukčním úlohám o kružnici a kouli. Fiedlerovo pojetí cyklografie je následující: Při zobrazení bodu $P \in \bar{E}_3$ Fiedler sestrojil nejdříve jeho pravoúhlý průmět P_1 do roviny Π, kde Π je libovolná vlastní rovina. Každému vlastnímu bodu $P \notin \Pi$ pak přiřadil v Π kružnici p se středem v bodě P_1 a poloměrem $|PP_1|$. Bod $P \in \Pi$ zůstal samodružný. Obráceně kružnici $p \subset \Pi$ se středem P_1 a poloměrem $r > 0$ uvažoval jako průnik dvou různých kuželových ploch $[P]$, $[P^*]$ s rovinou Π, které jsou dány po řadě vrcholy $P \neq P^*$, kde

$v(P,\Pi)=|PP_1|=v(P^*,\Pi)=|P^*P_1|=r$, a površky ploch $[P]$, $[P^*]$ svírají s jejich osou úhel $\frac{\pi}{2}$. Každý bod v Π pak uvažoval jako vrchol kuželové plochy, jejíž površky svírají s osou plochy úhel $\frac{\pi}{2}$, a osa je k rovině Π kolmá.

Z uvedeného je patrno, že Fiedlerovo pojetí zobrazení splňuje principiálně parametry kruhového zobrazení, nelze ho proto označovat za cyklografii v pravém slova smyslu, přestože jeho publikace paradoxně ve svém názvu slovo cyklografie nese. V jeho knize sice narazíme na zmínku o tom, že kružnici v rovině lze orientovat, aby se zabránilo dvojznačnosti, ale autor této možnosti nevyužil a operoval výhradně s elementy neorientovanými. Představa takto zkonstruovaného zobrazení byla aplikována na řadu planimetrických úloh, přičemž pomocná prostorová řešení různých konstrukcí prováděl užitím metody centrální projekce.

Fiedlerově knize [3] předcházela řada jeho studií, které se k dané problematice velmi úzce vztahovaly.

3.2 Novější podoba cyklografie

Nejnovější podobu cyklografie jako zobrazovací metody deskriptivní geometrie přineslo systematické dílo [2], které vyšlo jako druhý díl přednášek Emila Müllera na vídeňské technice. Bylo zpracováno po Müllerově smrti r. 1927 jeho asistentem Josefem Leopoldem Kramesem (1897–1986). Z hlediska cyklografie se jedná o praktickou aplikaci myšlenky isotropní projekce v deskriptivní geometrii a tím zároveň za plod mnohých úvah F. Kleina a Maria Sophuse Lieho (1842–1899), které se vztahovaly v té době k modernímu výzkumu deskriptivní geometrie.

Toto Müllerovo dílo přineslo mnoho poznatků z jeho dřívějších publikací o cyklografii [13], [14] a [15], z díla W. Fiedlera [3] a ze studií například Wilhelma Blaschkeho (1885–1962) [10] a Erwina Wilhelma Kruppy (1885–1967) [11] a [12]. Samotné konstruktivní provedení různých úloh však Müller na rozdíl od Fiedlera prováděl pomocí kótovaného promítání a operoval zásadně s orientovanými elementy. Obě pojetí se dále odlišovala v tom, že v Müllerově díle [2] plnila velmi důležitou funkci nevlastní *základní kuželosečka*, s níž Fiedler vůbec nepracoval. Mimo aplikace cyklografie v oblasti elementární geometrie interpretoval Müller „cyklograficky“ řadu pojmů tzv. C–geometrie, která v té době patřila k jedné z hlavních oblastí moderního výzkumu geometrie, a získal tak nové věty o prostorových křivkách a plochách. Myšlenku této zobrazovací metody pak dále aplikoval i na jiné oblasti matematiky.

3.3 Seifertova cyklografie

Vraťme se zpět k monografii [1] L. Seiferta. Tato kniha vydaná v r. 1949 je jedinou knižní publikací u nás, která se podrobně problematikou cyklografického zobrazení zabývá a je napsána v Müllerově pojetí. Dá se dokonce tvrdit, že Seifertova kniha [1] je přeložené a zkrácené Müllerovo dílo [2]. Autor v ní čtenáře seznámil nejdříve se základními principy cyklografie: zkonstruoval cyklografický obraz bodu, přímky a roviny v $\bar{E}_3$. V dalším textu vysvětlil pojmy a vlastnosti tzv. cyklografické koule a cyklického zobrazení bodových transformací, popsal konstrukci cyklického obrazu křivky a plochy v $\bar{E}_3$ a v závěru zkoumal užití cyklické projekce a Laguerrových transformací. Na řadě řešených i neřešených příkladů je pak ilustrováno praktické využití cyklografie, například na planimetrických úlohách. Poznamenejme, že matematický jazyk, prostřednictvím kterého L. Seifert osvětlil ve své knize [1] například základní principy cyklografického zobrazení bodu v prostoru, je poněkud odlišný od modernějšího přístupu, kterého bylo použito výše při popisu cyklografického aparátu.

Seifertova knížka [1] byla určena především pro kandidáty středoškolského učitelství, autoru se v ní podařilo ukázat, že vztah cyklografie a středoškolské geometrie je mnohostranný. Citujme z předmluvy ke knize [1]:

...Methodická a didaktická cena cyklografie je nesporná. Máme zde jednotnou methodu k řešení četných úloh a napořád se uplatňuje velmi názorným způsobem „princip zobrazovací“, který hraje v moderní matematice tak důležitou úlohu.

Považuji zejména za žádoucí, aby kandidáti středoškolského učitelství byli s cyklografií obeznámeni, neboť její vztah ke školské geometrii jest skutečně mnohostranný. Pro jejich potřebu byla knížka především napsána. Podání je pokud možno elementární, takže je přístupno každému, kdo ovládá matematiku a zejména deskriptivní geometrii v rozsahu středoškolském. Ostatně je málokterá partie geometrická tak vhodná k samostatnému studiu jako cyklografie a také se zdá, že je zde pole otevřené, na kterém možno ještě mnoho vykonati. ...

V této souvislosti L. Seifert usiloval o zavedení cyklografie do výuky deskriptivní geometrie pro kandidáty středoškolského učitelství na českých vysokých školách. Sám ji pak určitou dobu přednášel na Přírodovědecké fakultě MU v Brně. Po jeho smrti zde cyklografii přednášel Seifertův žák Karel Svoboda. Jmény těchto dvou geometrů však éra cyklografie ve výuce u nás začíná a zároveň i končí. V hodinách deskriptivní geometrie byl dán prostor jiným metodám a na cyklografii se pomalu zapomnělo. Její aplikace na řešení klasických úloh z elementární geometrie je však velmi elegantní a názorná a mohla by vzbudit opětovný zájem.

V závěru poznamenejme, že L. Seifert využil cyklografii jako pomocnou metodu při řešení geometrické problematiky v jediné své původní práci [17].

3.4 Cyklografie v české literatuře

Výše bylo uvedeno, že Seifertova monografie [1] o cyklografii je jedinou českou knižní publikací, která se podrobně touto zobrazovací metodou zabývá. Kromě této knihy však v české literatuře nalezneme v různých souvislostech rozličné zmínky o cyklografii, často právě ve spojení s řešením planimetrických úloh. Z celé této nevelké řady knižních publikací o cyklografii se zmiňujících jmenujme alespoň učebnici deskriptivní geometrie Jana Sobotky (1862–1931) [5], která je však napsána ještě ve Fiedlerově pojetí, tudíž se ve spojitosti s cyklografií jedná přesněji o kruhové promítání. J. Sobotka mimo jiné této metody využil i v některých svých původních vědeckých publikacích (například v [4]). Další zmínky o této zobrazovací metodě již v Müllerově pojetí nalezneme v monografiích J. Holubáře [6] a [7] z 50. let 20. století.

4 Závěr

Využití cyklografie v oblastech matematiky a geometrie je široké. Bohužel se dnes již v rámci výuky deskriptivní geometrie s touto jednoduchou metodou nesetkáme, přestože je její aplikace na různé planimetrické úlohy tak názorná. Znalost například základů kótovaného promítání a trocha prostorové představivosti by jistě stačily k tomu, aby i dnešní studenti mohli cyklografii aplikovat nejen na standardní Apolloniovy úlohy.

Literatura

[1] Seifert, L., *Cyklografie*, Jednota československých matematiků a fyziků, Praha, 1949.

[2] Müller, E., Krames, J. L., *Vorlesungen über darstellende Geometrie*, 2. Band: *Die Zyklographie*, Wien und Leipzig, 1929.

[3] Fiedler, W., *Cyklographie oder Construktion der Aufgaben über Kreise und Kugeln und elementare Geometrie der Kreis– und Kugelsysteme*, Leipzig, 1882.

[4] Sobotka, J., Eine Aufgabe aus der Geometrie der Bewegung und ihr Zusammenhang mit einigen cyklometrischen Aufgaben, *Monatshefte für Mathematik und Physik* **7**(1896), 347–370.

[5] Sobotka, J., *Deskriptivní geometrie promítání parallelního*, JČMF, Praha, 1906.

[6] Holubář, J., *O metodách rovinných konstrukcí*, JČMF, Praha, 1940.

[7] Holubář, J., *O rovinných konstrukcích odvozených z prostorových útvarů*, JČMF, Praha, 1948.

[8] Cousinery, B. E., *Géométrie perspective*, 1828.

[9] Druckenmüller, N., *Die Übertragungsprinzipien der analytischen Geometrie*, 1842.

[10] Blaschke, W., Untersuchungen über die Geometrie der Speere in der euklidischen Ebene, *Monatshefte für Mathematik und Physik* **21**(1910), 3–60.

[11] Kruppa, E., Eine Anwendung der Zyklographie auf einige Kegelschnittsysteme, *Stzgsb. Ak. Wien math. - nat. IIa* **121**(1912), 2453–2465.

[12] Kruppa, E., Lösung einer planimetrischen Aufgabe mittels Zyklographie, *Zeitschrift für Realschulwesen* **23**(1908), 708–712.

[13] Müller, E., Beiträge zur Zyklographie, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker - Vereinigung* **14**(1905), 574–578.

[14] Müller, E., Einige Gruppen von Sätzen über orientierte Kreise in der Ebene, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker - Vereinigung* **20**(1911), 168–192.

[15] Müller, E., Zusammenhang zwischen relativer Flächentheorie und einer Verallgemeinerung der Zyklographie, *Jahresbericht der deutschen Mathematiker Vereinigung* **32**(1923), 155–160.

[16] Šišma, P., Výuka deskriptivní geometrie na německé technice v Brně, *Události na VUT v Brně* **9**(1999), 21.

[17] Seifert, L., O jedné ploše obalené koulemi, *Práce Moravské přírodovědecké společnosti* **16**(1944), 1–9.

Jitka Hrdličková
Katedra matematiky PřF MU
Brno
e-mail: hrdlic@math.muni.cz