

Diferenciální počet II

Předmluva

In: Vojtěch Jarník (author): Diferenciální počet II. (Czech). Praha: Academia, 1984. pp. 9--13.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/402006>

Terms of use:

© Vojtěch Jarník, 1976

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

PŘEDMLUVA

Věnuji-li tuto knihu památce Karla Petra, není to míněno jen jako projev vděčnosti žáka nezapomenutelnému učiteli, nýbrž i jako zdůraznění významu osobnosti, která může býti vzorem naší mladé vědecké generaci jak svým významným dílem, tak svým celoživotním úsilím, vedeným především vědomím povinnosti k celku.

Vlastním oborem badatelské práce K. Petra¹⁾ byla především algebra a theorie čísel; v těchto oborech si dobyl svými pracemi světového jména. Když přišel ve věku 35 let na pražskou universitu jako profesor matematiky, čekal ho velký a odpovědný úkol: pozvednouti úroveň matematického vyučování na naší universitě, které se tehdy značně opožďovalo za současným stavem vědy. Petr se věnoval tomuto úkolu s velkým elánem a docílil v něm rychle podstatných úspěchů. Pracuje dále s velkým zdarem v algebře a theorii čísel, ale převážnou část svého velkého nadání i své pracovní energie věnuje pozvednutí celkové úrovně naší matematiky, výchově studentů a podpoře mladých talentů. Jistě mnohé významné badatelské dílo, které mohlo zvýšiti lesk Petrova vědeckého jména, zůstalo z tohoto důvodu nenapsáno; ale kolik užitku přinesla tato jeho obětavá práce naší vědě, našemu národu! Pro toto činorodé vlastenectví, obětující vědomě a důsledně osobní zájmy a osobní slávu prospěchu národa, i pro svůj důsledně pokrokový postoj k veřejným událostem může Petr býti vzorem naší mladé generaci.

Toto vědomí povinnosti k celku se zračí i v jeho činnosti publikační. Petr nenapsal souborné knihy o algebře ani o theorii čísel; zato napsal (vedle litografovaných přednášek o diferenciálních rovnicích) tři velké knihy o analyse: Počet integrální (1915, 638 str.) jako pokračování „Počtu diferenciálního“ od Ed. Weyra, Počet diferenciální (1923, 466 str.) a konečně druhé, úplně přepracované vydání Počtu integrálního (1931, 725 str.) Neřídil se tedy při výběru látky svou osobní zálibou, nýbrž tím, co považoval za daných poměrů za nejdůležitější. Jeho knihy však v ničem neprozrazují, že vlastním pracovním oborem jejich autora

¹⁾ PhDr Karel Petr, narozen 14. června 1868 ve Zbyslavi, zemřel 14. února 1950 v Praze, čestný doktor přírodních věd, 1903–1938 profesor matematiky na Karlově universitě, r. 1925/26 rektor university.

nebyla analýsa; jsou to vynikající a originální díla, která vychovala celé generace matematiků.

Dnes tedy vychází, téměř po 30 letech, opět kniha o diferenciálním počtu v českém jazyce. Kdo čel Petrovu knihu, pozná, že mně v mnohém byla vzorem. Ovšem doba 30 let mezi vydáním obou knih způsobila také mnohé podstatné rozdíly.

Především nezačínám od samotných začátků, nýbrž předpokládám znalost látky z mého Úvodu do počtu diferenciálního (1. vyd. 1946, 2. vyd. 1951) — tuto knihu cituji **DI**; látku této knihy neopakuji, pouze někde ji shrnuji, kde by jinak trpěla souvislost výkladu. Jinak nepředpokládám u čtenáře téměř žádných znalostí, kromě věcí zcela elementárních. Pouze na dvou místech, totiž v § 1 Dodatku a v cvič. 1 k § 13 v kap. VII předpokládám znalost nejjednodušších vět z integrálního počtu, které jsou na př. obsaženy v mém Úvodu do počtu integrálního (1948); tuto knihu cituji značkou **II**. Několik zcela elementárních věcí z algebry, které potřebuji, jsou v míře více než postačující vyloženy v knize Vl. Kořínka Základy algebry, která vyjde asi současně s touto knihou, nebo v knize B. Bydžovského Úvod do teorie determinantů a matic a jich užití (2. vyd. 1947).

U čtenáře předpokládám asi takový stupeň vyspělosti v matematickém myšlení, jaký může získat studiem knihy **DI** — tedy ne stupeň příliš vysoký. Proto jsou výklady na začátku knihy obširné a teprve později se tempo poněkud zrychluje. Při zavádění obecných pojmů, především těch, které jsou čtenáři pravděpodobně zcela nové, se snažím buďto krátkým výkladem nebo ilustrujícími příklady tyto pojmy čtenáři přiblížit a zároveň ukázat, že obecné pojmy v matematice nepadají s nebe, nýbrž že vznikají shrnutím mnoha případů a zdůrazněním jejich společných podstatných znaků. Jsou tedy vždy historicky podmíněny předcházejícím vývojem matematiky a cílem mých vysvětlujících poznámek jest, aby čtenář také aspoň ve schematické zkratce podobným vývojem prošel a aby se mu tím smysl obecných pojmů přiblížil. Tak na př. dokonce celá kap. V, obsahující studium bodových množin na přímce a reálných funkcí jedné reálné proměnné, má vedle svého vlastního obsahu za úkol, přiblížit čtenáři obecnější úvahy z kap. VI o metrických prostorech a o spojitosti a limitě zobrazení z metrického prostoru do metrického prostoru.

V knize o diferenciálním počtu je nutno věnovati poměrně mnoho místa přípravným naukám: obecné teorii množin, teorii nekonečných posloupností, řad a součinů, teorii bodových množin (alespoň v eukleidovských prostorech) a teorii limity a spojitosti funkcí — není-li ovšem těmto naukám věnována zvláštní kniha. Ovšem je při tom nutno, držeti výklad v náležitých mezích, aby se z knihy nestala snůška monografií o teorii množin, teorii nekonečných řad a teorii reálných funkcí. Těmto předmětům jsou v knize věnovány většinou kap. I—VI; zda se mně při tom podařilo dosáhnouti žádoucí úměrnosti, musí posouditi čtenář. V kap. VI bych se mohl omeziti na teorii bodových množin v eukleidovských prostorech a na reálné funkce několika reálných proměnných. Místo toho studuji obecněji metrické prostory a jejich zobrazení. Domnívám se, že v této obecnější formě je výklad přehlednější; mimoto získá při tom čtenář řadu poznatků, důležitých v jiných partiích matematiky.

Kap. VII—X obsahuje vlastní diferenciální počet pro funkce několika proměnných. Při tom jsem v kap. VII, § 8, 9, 10, 12 věnoval zvláštní péči tomu, abych ukázal, jak pojem funkce, mající n -tý diferenciál, souvisí s představami, kterých se často intuitivně bez přesné formulace užívá na př. ve fyzice a jinde. Tyto kapitoly pojednávají o funkcích reálných proměnných. Naproti tomu kap. XI (mocninné řady) a XII (elementární funkce komplexní proměnné) jsou věnovány komplexním funkcím komplexních proměnných. Tyto kapitoly nejsou však nikterak mtněny jako úvod do theorie analytických funkcí. Kap. XI je věnována hlavně početní technice mocninných řad a je tedy jakýmsi doplňkem ke kap. III o nekonečných řadách; v kap. XII je mimo to mnoho místa věnováno na př. rozkladu elementárních funkcí na reálnou a imaginární část, tedy věcem, které se uplatňují při studiu funkcí reálných proměnných. Charakteristické metody theorie analytických funkcí se zde téměř neuplatňují. Pouze pojmu derivace podle komplexní proměnné jsem se nevyhýbal — vedlo by to k nepřirozeným oklikám. Dodatek obsahuje konečně několik doplňků o nekonečných posloupnostech a řadách.

Diferenciální počet je nauka celkem klasická; proto se moderní rozvoj matematiky neobráží příliš často na stránkách této knihy. Z téhož důvodu by nebyla v knize tohoto rázu vhodná jakákoliv honba za originalitou. Právem může ovšem čtenář v této knize postrádati větší zřetel k souvis-

lostem diferenciálního počtu s otázkami geometrického rázu; doufám, že tuto mezeru vyplní autoři povolanejší.

Cvičení, umístěná většinou na konci jednotlivých paragrafů, jsou různého rázu: některá slouží technickému osvojení početních procesů, jiná důkladnějšímu promyšlení obecných pojmů a vztahů, některá dokonce podávají doplňky k vyložené teorii, jiná pak jsou téměř triviální a slouží jen k tomu, aby si čtenář ověřil, zda pochopil zavedené pojmy. Potřebovali bychom rozhodně v české literatuře pěknou sbírku cvičení z analýsy. V této souvislosti upozorňuji na velký počet zajímavých a podrobně propočtených příkladů v knize Г. М. Фихтенгольц, Курс дифференциального и интегрального исчисления (1948), sv. I (diferenciální počet) a částečně sv. II (nekonečné řady).

Mustím se ještě zmínit o několika slibech, které jsem nesplnil. V **DI** jsem slíbil, že v této knize bude vyložena teorie celých čísel (**DI**, str. 7 v 1. vyd., str. 4 v 2. vyd.) a teorie konečných množin (**DI** str. 13 v 1. vyd., str. 10 v 2. vyd.). Upustil jsem od toho, ježto tyto věci jsou vyloženy v 2. části knihy B. Pospíšila²⁾ *Nekonečno v matematice* (1949). Na samém konci § 7 v kap. XII v **DI** jsem dále slíbil, že v této knize pojednám o jednodušší soustavě základních vlastností goniometrických funkcí. [Poznámka, připojená při korektuře k druhému vydání této knihy: V prvním vydání jsem tento slib nesplnil a hodlal jsem tuto partii uveřejnit ve zvláštním článku. Místo toho jsem však v tomto vydání tuto partii zařadil na konec knihy do Dodatku (poslední paragraf).] Konečně jsem v **II** na str. 100 v pozn. ²⁾ pod čarou slíbil důkaz t. zv. fundamentální věty algebry. Nepojímám jej do této knihy, protože bude obsažen v Kořínkové knize o algebře. Snad pojmu jiný důkaz této věty do II. dílu *Integrálního počtu*.

Knihy je rozdělena skoro úplně na definice, věty a jejich důkazy, „Poznámky“ 1, 2, ... v textu, poznámky ¹⁾, ²⁾, ... pod čarou, „Příklady“ 1, 2, ... v textu a cvičení (obyčejně na konci paragrafu). To jsem nečinil proto, že by se snad látka skládala z tříště nesouvislých jednotlivostí, nýbrž právě naopak proto, že všechno v knize spolu úzce souvisí a čtenář si proto často musí přesně ověřit určité místo z knihy, jehož

²⁾ RNDr Bedřich Pospíšil, vynikající matematik mladší generace, nar. 25. září 1912, zatčen gestapem 29. dubna 1941, zemřel na následky věznění 27. října 1944. Vynikl hlavně v obecné topologii.

formulaci si není zcela jist, a členění knihy mu má pomoci, aby citované místo rychle našel. Kdo ví přesně, oč jde, nebude se ovšem vyrušovat hledáním citovaných míst. Také poznámky a příklady v textu, ba i poznámky pod čarou obsahují často závažné věci; nevynechávejte je!

Věty a definice jsou číslovány průběžně v celé knize, vzorce (1), (2), ... a poznámky pod čarou v každé kapitole, poznámky v textu, příklady a cvičení v každém paragrafu zvlášť. Jestliže tedy na př. v kap. VII, § 4 cituji vzorec (22), míním tím vzorec (22) v téže kap. VII; jinak píše na př. vzorec (22) z kap. III a pod. Podobně pro poznámky pod čarou. Cituji-li příklad 5, míním ovšem příklad 5 v kap. VII, § 4. Mním-li příklad 5 z § 2 v téže kap. VII, cituji: příklad 5 v § 2. Jinak cituji ovšem: příklad 5 v kap. II, § 5. Podobně pro cvičení a pro poznámky v textu.

Z úsporných důvodů užívám někdy (zřídka) dělitka místo zlomkové čáry, na př. $p : q$.

Nakonec děkuji všem, kdo svou radou a pomocí přispěli ke zlepšení této knihy. Jsou to zejména prof. Dr. Vl. Knichal, doc. Dr. M. Katětov, Dr. Č. Vitner a Dr. B. Gruber, kteří četli rukopis a poskytli mně řadu cenných rad a připomínek. Poslední dva také četli obětavě korektury.

V Praze v prosinci 1952.

Vojtěch Jarník