

Josef Úlehla (1852–1933)

Početnice

In: Lukáš Vízek (author): Josef Úlehla (1852–1933). (Czech). Hradec Králové: Gaudeamus, Univerzita Hradec Králové, 2018. pp. 39–123.

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/404334>

Terms of use:

© Lukáš Vízek

Institute of Mathematics of the Czech Academy of Sciences provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This document has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library*
<http://dml.cz>

POČETNICE

Úvod

V této kapitole se budeme věnovat Úlehlovým *Početnicím pro měšťanské školy*. Popíšeme jejich celkovou koncepci, rozebereme obsah, didaktické zpracování a porovnáme je se soudobými učebnicemi matematiky. Zasadíme je rovněž do širšího dějinného kontextu. Nejprve proto v následujících odstavcích nastíníme etapy vývoje (dnešním jazykem) základních a středních škol v našich zemích. Uvedeme význam tereziánských reforem, rozšiřování výuky v mateřském jazyce a tzv. velkého říšského zákona. Dále se soustředíme na výuku matematiky na základních školách, zmíníme učební osnovy a učebnice aritmetiky.

Poznámky k vývoji školské soustavy a výuce matematiky

Tereziánské reformy

Významným mezníkem vývoje školství v našich zemích se stala reforma za vlády císařovny Marie Terezie (1717–1780). Na její žádost byla zpracována opatem Ignácem Felbingerem (1724–1788), přijata zákonem ze dne 6. prosince 1774.¹ Zavedla všeobecnou vzdělávací povinnost dětí od 6 do 12 let a stanovila systém škol. Základní a střední školství (v dnešní terminologii) tvořily *triviální, hlavní a normální školy, gymnázia a odborné školy*.



Johann Ignaz Felbiger, portrét, 12,8 × 7,7 cm.

Převzato z *Allgemeine deutsche Bibliothek*. F. Nicolais, Berlin, 1773, frontispis.

¹ Zákon byl napsán německy a nesl název *Allgemeine Schulordnung für die deutschen Normal-, Haupt- und Trivialschulen in den sämtlichen k. k. Erbländern*. Ustanovil vzdělávací systém platný bezmála 100 let.

Triviální školy byly zřizovány při jednotlivých farnostech, náklady na jejich provoz nesly obce a šlechta. Vzdělávání na nich probíhalo v mateřském jazyce, vyučovalo se trivium (čtení, psaní a počítání), na venkově základy hospodaření, ve městech znalosti potřebné pro obchod, řemesla nebo průmysl. Po jednom až dvou letech mohly děti pokračovat ve vzdělávání na *hlavních školách*. Ty vznikaly v krajských městech, náklady na jejich provoz nesl stát. Byly tříleté, později čtyřleté, výuka na nich probíhala v mateřském jazyce, ve vyšších ročnících v němčině. Vedle trivia se učily základy latiny, zeměpisu, dějepisu, přírodopisu a kreslení. Navazující *normální* nebo později též *vzorné školy* byly zřizovány v zemských městech, financoval je stát. Byly čtyřleté, studovalo se v němčině. Jejich základním posláním byla příprava ke studiu na gymnáziích. Vznikaly při nich tzv. *preparandy*, což byly třídy zaměřené na výchovu budoucích učitelů, neboli základ následně ustanovených učitelských ústavů.

Gymnázia (rovněž tzv. *latinské školy*) byla zakládána od poloviny 16. století, byla zřizována církevními řády, především piaristy a jezuity. Náklady na ně nesl částečně stát a studenti, přičemž od školného mohli být sociálně slabší zproštěni. Délka studia byla pětiletá a vyučovalo se latinsky. Na výuku latiny, jazyka vzdělavců, se kladl hlavní důraz. Po reformě byla gymnázia podrobena státnímu dozoru, jejich počet byl zredukován, studijním jazykem se stala němčina a byly zavedeny jednotné učební osnovy. Obsah vzdělávání se v duchu osvíceneckých tendencí rozšířil o reálné předměty (dějepis, zeměpis, přírodopis), matematiku a jazyky (řečtina, němčina, později mateřský jazyk). Gymnázia byla reformami z prvních desetiletí 19. století přeměněna na šestiletá. Absolventi pokračovali ve studiu na univerzitě.²

Tereziánské reformy vzdělávací systém centralizovaly a školy podrobily státnímu dozoru. Zcela odrážely soudobé osvícenecké idey, ve svém důsledku značně posílily gramotnost obyvatelstva a potencionálně přispěly k sociální i ekonomické stabilitě země. Zaměřovaly se však zejména na elementární školství, střední a odborné školy příliš nerozvíjely.

K zakládání odborných škol docházelo v našich zemích až v první polovině 19. století. Bylo provázáno nedostatkem financí, neboť nebylo podporováno státem, ale městy a soukromníky. *Reálky*, jak se tyto školy nazývaly, byly německé, zprvu dvouleté, následně tříleté a tvořily součást základního školství. Vyučovaly se na nich podle zaměření školy přírodovědné předměty, účetnictví, právo, lesnictví, stavitelství nebo strojnictví. Studenti přecházeli po ukončení školy do praxe nebo pokračovali ve vzdělávání na technice.³

Zavedení výuky v mateřském jazyce

Další etapa vývoje škol nastala po roce 1848. V českých zemích se naplnily snahy národních obrozenců a na hlavních, normálních a odborných školách se začalo vyučovat v mateřském jazyce. Čeština pronikala na gymnázia od šedesátých let. Vzdělávání řídilo nově zřízené *Ministerstvo kultu a vyučování* sídlící ve Vídni, které si kladlo za cíl zkvalitnit úroveň škol. V roce 1855 byl za ministra Lva Thuna

² Podrobnější informace o gymnáziích po tereziánských reformách uvádí např. [Ve72], str. 8–9.

³ Nejstarší reálná škola v monarchii byla založena roku 1770 ve Vídni, u nás vznikla první v roce 1829 v Rakovníku. Pro podrobnější informace viz [Ká29], str. 253–255.

(1811–1888) ustanoven tzv. konkordát, úmluva s papežskou stolicí v Římě, díky níž získala nad vzděláváním kontrolu katolická církev. Triviální, hlavní a normální školy se rozdělily na české a německé. Jinak zůstaly v podstatě beze změny.

Gymnázia byla prodloužena na 8 let a byla rozdělena na dva čtyřleté cykly. Absolvování prvního kvalifikovalo pro různé úřednické funkce státní správy nebo opravňovalo k přestupu na odborné školy. Druhý cyklus, nově zakončen maturitní zkouškou garantovanou státem, připravoval na univerzitní studium. Obsah vzdělávání stále tvořily ve velké míře klasické jazyky. Latina a řečtina byla dotována více než polovinou vyučovacích hodin, oproti předchozímu období se významněji uplatnila matematika, přírodovědné a společenskovedné obory.

Potřeba odborného vzdělávání s postupující tzv. průmyslovou revolucí nadále rostla. Ve větší míře byly zakládány šestileté reálné školy. Po prvních třech nižších ročnících (na úrovni normální školy) mohli absolventi pokračovat v navazujících třech vyšších ročnících a následně studovat na technice. Pokud chtěli přejít do zaměstnání, museli absolvovat ještě připojený čtvrtý ročník praktického charakteru.⁴ Celkově se v této době děti v relativně útlém věku musely rozhodnout (nebo rodiče za ně), zdali budou studovat na gymnáziu a potencionálně na univerzitě, nebo zdali absolvují reálku a následně techniku.

Nově byly v tomto období zřizovány dvouleté nebo tříleté měšťanské školy. Obvykle fungovaly ve spojení s hlavními školami, měly stejného ředitele i katechetu a připravovaly žáky k řemeslu, hospodaření nebo obchodu.

Také vzdělávání učitelů bylo upraveno. Byly ustanoveny dvouleté přípravné kurzy při normálních (vzorných) školách. Do nich byli přijímáni chlapci, kteří s dobrým prospěchem absolvovali alespoň dvě třídy gymnázia nebo reálky. Studium bylo zaměřeno prakticky a kladlo důraz na náboženskou a mravní výchovu. Teoretickou přípravu nebo prohlubování předmětů z předchozích studií ve větší míře neobsahovalo.

Velký říšský zákon

Nové podmínky pro rozvoj školství nastaly po roce 1868, kdy se Rakousko vymanilo z konkordátu. Církev přišla o celkový dohled nad školami, nově koordinovala jen výuku náboženství. V roce 1869 byl přijat tzv. velký říšský zákon, v němž byla zavedena povinná školní docházka dětí ve věku 6 až 14 let a podle něhož byly dosavadní triviální, hlavní a normální školy nahrazeny *obecnými školami*.

Obecné školy se dělily na *obyčejné obecné školy* a *měšťanské školy*. První jmenované byly osmileté, zřizovaly se v jednotlivých obcích a počet jejich tříd byl určen počtem dětí školou povinných dané „spádové oblasti“. Nejmenší školy byly jednotřídní, v nichž se společně učili žáci všech ročníků. Následovaly dvojtřídní, trojtřídní až postupně sedmitřídní školy, přičemž dohromady byly zpravidla vyučovány děti vyšších ročníků. Osmitřídní obyčejné obecné školy měly oddělené všechny ročníky. Při vyšším počtu dětí byly zřizovány chlapecké a dívčí třídy.

⁴ Základním dokumentem systemizujícím střední školství byl tzv. *Nástin organizace gymnázií a reálék v Rakousku (Entwurf der Organisation der Gymnasien und Realschulen in Oesterreich)*. Byl připravován od roku 1848. Ministerstvem kultu a vyučování byl vyneseno roku 1849, následně byl připomínkovan a byl definitivně ustanoven až koncem roku 1854. Více informací viz např. [Ve72], str. 18–21.

Měšťanské školy vznikaly zpravidla ve městech. Mohly být formálně spojeny s obyčejnou obecnou školou pod jednu správu. Byly striktně chlapecké a dívčí s oddělenými všemi ročníky a měly poskytovat vyšší vzdělání než obyčejné obecné školy. Byly osmileté, na nichž studovaly děti od začátku povinné školní docházky, nebo tříleté s výukou pro 6. až 8. ročník, na něž mohli žáci přestoupit po absolvování prvních pěti ročníků obyčejné obecné školy nebo měšťanské školy.

Systém obecných škol byl dvojkolejný a nevytvářel předpoklady pro další studium. Po dovršení 14 let z nich děti odcházely do praxe. Pro budoucí vysok školské studium bylo třeba v průběhu obyčejné obecné (resp. měšťanské) školy přestoupit na gymnázium nebo reálnou školu.

Značného rozvoje a obliby po roce 1869 dosáhly reálky. Jejich počet se zvyšoval, vyučovalo se na nich česky nebo německy. Byly přeměněny na sedmileté se čtyřmi nižšími a třemi vyššími ročníky. Existovaly rovněž takové školy jen s nižšími, resp. jen s vyššími ročníky (označované zpravidla jako akademie). Postupně se specifikovalo jejich zaměření. Rozvíjely se obchodní, zemědělské, lesnické, umělecké nebo průmyslové školy dělené podle odvětví. Studium bylo nově zakončeno maturitní zkouškou, jež opravňovala absolventy ke studiu na vysokých technických školách.

Novým typem střední školy se stala osmiletá *reálná gymnázia*, jež ve svém učebním plánu kombinovala vzdělávací výhody reálky a gymnázia. Byla česká a německá. Od svého vzniku, resp. od založení první takové školy v roce 1862 v Táboře (s českým vyučovacím jazykem) prošla několika změnami učebního plánu, definitivnější podoby i značného rozkvětu dosáhla až v prvních desetiletích 20. století.⁵

Zásadní změna nastala po roce 1869 i ve vzdělávání budoucích učitelů. Jako samostatný typ střední školy vznikly *učitelské ústavy*. Do roku 1874 měly tři ročníky, poté čtyři. Přijímaly absolventy měšťanských škol, případně studenty z nižších gymnázií. Pro praktický výcvik byla k ústavům přidružena cvičná obyčejná obecná škola. Obsah vzdělávání tvořily předměty měšťanské školy spolu s metodikou vyučování, hrou na housle nebo na varhany a na některých ústavech metodikou vyučování postižených. Studium bylo ukončeno tzv. zkouškou dospělosti, jež opravňovala k výuce na českých nebo německých obyčejných obecných školách, ale neumožňovala studium na vysoké škole.

Až do poloviny 19. století chodili na střední školy výhradně chlapci, teprve od šedesátých let vznikaly první dívčí střední školy. Nejprve to byly školy pro ženská povolání a ústavy učitelek, později i gymnázia. První dívčí gymnázium zvané Minerva vzniklo v roce 1890 v Praze zásluhou Elišky Krásnohorské (1847–1926).⁶

⁵ Vznik reálných gymnázií (dále r.g.) byl motivován snahou, aby jejich absolventi byli schopni studia na univerzitách i technikách, resp. aby se mohli rozhodnout o svém dalším vzdělávání později nežli po pěti letech obecné školy. Podrobně o jednotlivých podobách r.g. a k jejich vývoji viz [Ká29], str. 264–280 (r.g. v poslední třetině 19. století a na počátku 20. století) a [Ká31], str. 73–125 (r.g. a střední školství v období první československé republiky).

⁶ Podrobnější informace o studiu dívek na středních školách a o gymnáziu Minerva uvádí např. [Ká29], str. 281–293, a Směříčková H. (ed.), *První české dívčí gymnázium. Sborník ke 100. výročí založení. Ústřední ústav pro vzdělávání pedagogických pracovníků v Praze a Minerva, spolek pro ženské studium, Praha, 1990.*

Změna koncepce měšťanské školy

V roce 1883 byla přijata novela velkého říšského zákona.⁷ Osmileté obyčejné obecné školy byly ponechány beze změny. Měšťanské školy byly stanoveny pouze jako tříleté vyšší obecné školy a byly koncipovány jako příprava ke studiu na středních odborných školách nebo učitelských ústavech. V této podobě vydržely prakticky až do roku 1935, kdy se staly povinnou součástí elementárního školství a byly obyčejné obecné školy ponechány pouze v jejich prvních pěti (nižších) ročnících.⁸

Učební osnovy obecných škol

Velký říšský zákon uváděl pouze seznam vyučovaných předmětů. Zemským školním úřadům ukládal vydat tzv. *normální* (též *uzorné*) *učební osnovy* určující obsah učiva. Tuto povinnost však splnily jen některé z nich. Ministerstvo kultury a vyučování proto v roce 1874 samo stanovilo osnovy.⁹ V roce 1876 na Moravě a v roce 1877 v Čechách byly zemskými školními úřady přejaty a s drobnými formálními změnami publikovány v jejich věstnících.¹⁰

Normální učební osnovy přesně vymezily uspořádání učiva pro jednotřídní až sedmitřídní obyčejné obecné školy a pro osmileté chlapecké a dívčí měšťanské školy. Poslední jmenované byly po redukci rozsahu učiva užívány i pro osmitřídní obyčejné obecné školy. Učební osnovy tříletých měšťanských školy odpovídaly osnovám pro 6. až 8. ročník osmiletých měšťanských škol.

V roce 1885 vyšly v Čechách i na Moravě revidované osnovy pro obyčejné obecné školy. Byly vytvořeny na základně nařízení novely velkého říšského zákona.¹¹ Osnovy měšťanských škol zůstaly beze změny. Novela těmto školám umožňovala určitou volnost, neboť zdůraznila, že výuka má odpovídat lokálním potřebám. Dovolila, aby se v místech s více měšťanskými školami na jednotlivých školách lišila.

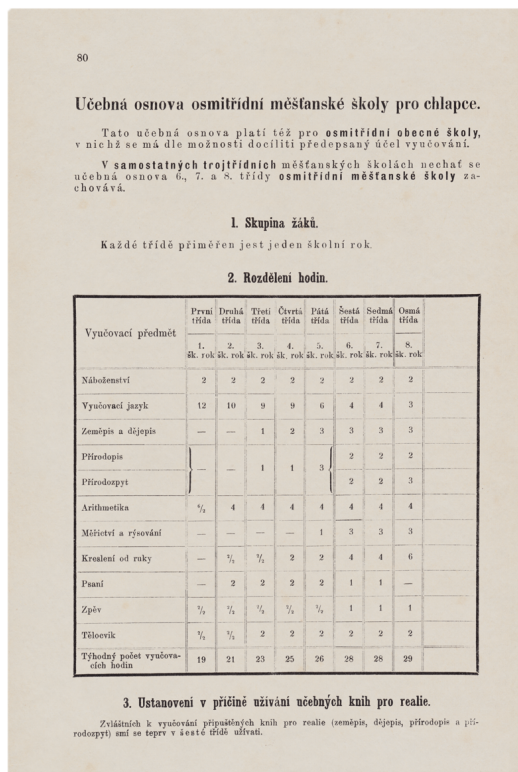
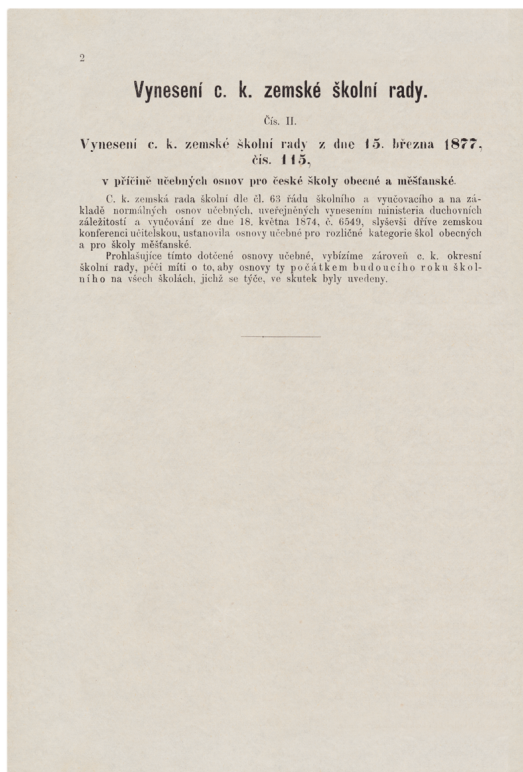
⁷ Viz *Věstník vládní pro školy obecné v markrabství Moravském*. C. k. zemská školní rada na Moravě, Brno, 1883, část 12, str. 93–100. Další informace o nařízení ministerstva k provádění této novely viz *Zákony školské*. Ústřední spolek jednot učitelských v království Českém, Praha, 1905, str. 322–344.

⁸ Snahy o zavedení měšťanské školy jako povinné pro všechny děti, jež nepřešly na nižší střední školy, rostly od vzniku samostatného československého státu. V roce 1922 vydáním tzv. *malého školského zákona* byla sjednocena školní docházka na osm let (na Slovensku, bývalé součásti tzv. Horních Uher, byla pouze šest let). Měšťanských škol bylo k realizaci záměru zatím nedostatek (zejména na Slovensku), jejich počet však postupně narůstal. Více informací viz Vališová A., Kasíková H. a kol., *Pedagogika pro učitele*. Grada, Praha, 2007, str. 62.

⁹ Osnovy spolu s podrobnějšími informacemi uvádí např. Čelakovský J. (ed.), *Zákony a nařízení u věcech obecného a pokračovacího školství*. Dr. E. Grégr, Praha, 1886.

¹⁰ Pro království české viz *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1877, příloha části 7, str. 2–99. Datace osnov pro markrabství moravské plyne z *Věstníku vládního pro školy obecné v markrabství Moravském*. C. k. zemská školní rada na Moravě, Brno, 1885, část 4, str. 35. Samotné osnovy se však nepodařilo dohledat.

¹¹ Viz *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1885, příloha části 7, str. 1–85, a viz *Věstník vládní pro školy obecné v markrabství Moravském*. C. k. zemská školní rada na Moravě, Brno, 1885, část 4, str. 35–107. V roce 1898 byly v Čechách ustanoveny nové osnovy pro obyčejné obecné školy, výrazně se však od původních nelišily. Viz *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1898, příloha části 4, str. 1–92. Na Moravě k analogickému vydání osnov nedošlo.



Vynesení c. k. zemské školní rady ze dne 15. března 1877 o učebních osnovách a jejich rozvržení hodin pro chlapecké měšťanské školy, 16,9 × 24,9 cm. Převzato z *Věstníku vládního u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1877, příloha části 7, str. 2 a 80.

Nové *Vzorné osnovy učební* [Os10] pro české měšťanské školy vyšly až v roce 1910. Byly stanoveny c. k. zemskou školní radou pro království české.¹² Určovaly hlavní cíle jednotlivých předmětů a obsah učiva. Představovaly výraznější přepracování původní varianty z roku 1874 (resp. 1877), vymezily především nové uspořádání látky v jednotlivých ročnících.

Matematika na osmiletých obecných školách

Do novely velkého říšského zákona byla matematika podle osnov 6. až 8. ročníku osmileté obyčejné obecné (resp. měšťanské školy) rozdělena do předmětů *arithmetika* a *měřictví a rýsování* (tzn. geometrie). Aritmetika byla dotována 4 hodinami týdně pro chlapce a 3 hodinami týdně pro dívky. Měřictví a rýsování měli chlapci 3 hodiny týdně, dívky 1 hodinu v 6. a 7. ročníku a žádnou v posledním ročníku. Témata volné rovnoběžné promítání a základy perspektivy dnes mnohdy vyučovaná v hodinách matematiky byla zařazena do předmětu *kreslení*.

V revidovaných osnovách z roku 1885 byla výuka matematiky na osmiletých obyčejných obecných školách sloučena do jednoho předmětu s názvem *Počty a nauka o tvarech měřických*, dotována byla 5 hodinami týdně pro chlapce a 4 hodin týdně pro dívky.¹³

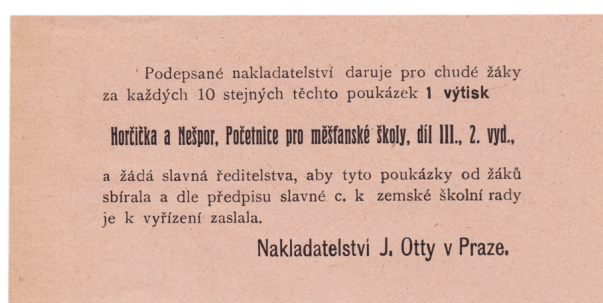
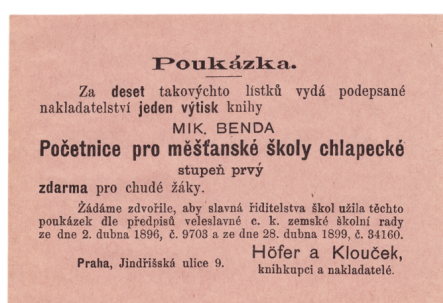
¹² Učební osnovy byly vydány jednak samostatně ([Os10]), jednak byly otisknuty ve *Věstníku vládním u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1910, část 6, str. 59–75. Pro české měšťanské školy v tehdejší markrabství moravském se je nepodařilo dohledat. Nové osnovy pro měšťanské školy s německým vyučovacím jazykem byly ustanoveny již v roce 1908. Problematika byla popsána v [Ká29], str. 183–185.

¹³ Toto pojetí je stanovené v osnovách pro království české, v osnovách pro markrabství mo-

Ve zmiňovaných nových osnovách pro měšťanské školy ([Os10]) měla aritmetika (nově nazvaná *Počty spolu s jednoduchým účetnictvím*) přidělené 4 hodiny týdně na chlapeckých školách a 3 na dívčích. Měřictví a rýsování mělo na chlapeckých školách 2 hodiny týdně v 1. a 2. ročníku, 3 hodiny týdně v posledním ročníku a na dívčích školách 1 hodinu týdně ve všech třech ročnících. Menší hodinové dotaci matematiky na dívčích školách odpovídá menší rozsah učiva. Výjimkou je pouze osnova aritmetiky pro 1. a 2. ročník, která paradoxně zcela odpovídá rozvržení látky na chlapeckých školách.

Učebnice aritmetiky pro obecné školy

Učebnice matematiky pro obecné školy (po ustanovení vzdělávací soustavy v roce 1869) vycházely od 70. let 19. století. Byly sepsány buďto pro obecné školy nebo pro měšťanské školy a podle obsahu jako učebnice aritmetiky, tj. *početnice*, nebo geometrie, tj. *měřictví a rýsování*. Mohly být publikovány jakýmkoliv vydavatelem nebo též nákladem autora, k použití ve výuce, resp. před tiskem musely být schváleny Ministerstvem kultu a vyučování. Jednotlivé školy se mohly rozhodnout, jakých studijních textů budou užívat. Na nové učebnice byly upozorňovány inzercí v tisku, při jejich nákupu rovněž dostávaly poukázky na výtisky pro nemajetné žáky (viz obrazovou přílohu).



Knižní poukázky „pro chudé žáky“, 6,9 × 10,2 cm a 6,3 × 13 cm.¹⁴

V následujícím přehledu jsou uvedeny všechny dohledané učebnice aritmetiky pro obecné školy,¹⁵ které byly publikovány do vydání Úlehlových početnic.¹⁶

ravské zcela chybí rozvržení učiva pro osmitřídní školy. Lze se domnívat, že osmitřídní obyčejné obecné školy na Moravě vůbec nevznikaly (tj. osmitřídní byly pouze měšťanské školy) nebo výuka na osmitřídních obyčejných obecných školách se nadále řídila původními osnovami.

¹⁴ Tyto poukázky byly nalezené (a ponechané na místě) v listopadu 2013 v Moravské zemské knihovně v Brně jako volně vložené listky do učebnic: Benda M., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I. 2. vydání*, Höfer a Klouček, Praha, 1903 (signatura PK-II-0016.585), a Horčička J., Nešpor J., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl III. 2. vydání*, J. Otto, Praha, 1907 (signatura PK-II-0002.031,3). Pravidla materiální podpory nemajetných žáků byla přesně vymezena příslušnými vyhláškami zemské školní rady. Lze je dohledat ve *Věstníku vládním u věcech škol obecných v království Českém*, C. k. knihosklad, Praha, 1896, část 4, str. 71–73; 1897, část 4, str. 41 a 45–46; 1899, a část 4, str. 29–31. Ve *Věstníku vládním pro školy obecné v markrabství Moravském* se je dohledat nepodařilo.

¹⁵ Knihy byly řazeny chronologicky podle roku vydání. V poznámkách pod čarou byly uvedeny roky dalších vydání jednotlivých učebnic nebo jiné doplňující informace. Pokud například některá z knih byla opět publikována v letech 1874, 1875 a 1876, byla datace vydání stručně vyjádřena pomocí 1874–1876. V případě, že se nepodařilo dohledat první náklad některé z nich, bylo v citaci nejstaršího exempláře uvedeno, o kolikáté v pořadí se jednalo.

¹⁶ Úlehlovy početnice byly porovnány s před nimi vydanými učebnicemi aritmetiky. Jejich

Během svého pobytu v Görzu se seznámil s významným francouzským matematikem Augustinem Louisem Cauchym (1798–1857), v roce 1839 napsal práci věnovanou jeho publikaci o numerickém řešení rovnic.¹⁸ V roce 1858, resp. 1877 vydal šestimístné, resp. pětimístné logaritmické tabulky. Bezpochyby je známý jako autor úspěšných a velmi rozšířených učebnic matematiky. Od 50. let 19. století sepsal v němčině početnice i učebnice geometrie pro základní a střední školy. Jeho původní verze byly v jednotlivých zemích monarchie překládány do národních jazyků. Nepodařilo se však dohledat, kteří autoři se věnovali tvorbě českých verzí. Lze usuzovat, že je tvořili M. Habernal a Konrad Kraus (data narození a úmrtí ani Habernalovo křestní jméno se nepodařilo zjistit), neboť tito autoři připravili další vydání Močnikových početnic. U některých, zejména pozdějších jsou uváděni jako autoři, čehož je možné si všimnout na oznámení o vydání nových učebnic v obrazové příloze.¹⁹

- *První početnice pro obecné školy. Počítání s čísly do 20.* C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1870, 34 stran.²⁰
- *Druhá početnice pro obecné školy. Počítání s čísly do 100 spolu s vypočítávaním cen.* C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1870, 80 stran.²¹
- *Třetí početnice pro obecné školy. Počítání s čísly do 1000 a počty trojčlenovými. Počítání ve vyšších oborech číselných.* C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1871, 80 stran.²²
- *Čtvrtá početnice pro obecné školy. Počítání se zlomky desetinnými, čísly vícejmennými a zlomky obyčejnými.* 2. vydání, c. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1871, 80 stran.²³
- *Pátá početnice pro obecné školy. Úkoly početní pro vyšší třídy.* C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1873, 200 stran.²⁴

¹⁸ Jedná se o knihu Močnik F., *Theorie der numerischen Gleichungen mit einer Unbekannten*. J. G. Heubner, Vídeň, 1839.

¹⁹ Více o životě a díle F. Močnika viz Mačák K., *Franz von Močnik*. Učitel matematiky 3(1994–1995), č. 3, březen 1995, str. 45–49, Pagon D., Hora J., *Ještě o Močnikovi*. Učitel matematiky 4(1995–1996), č. 3, březen 1996, str. 186–187, Povšič J., *Bibliografija Franca Močnika*. Slovenska akademija znanosti in umetnosti, Ljubljana, 1966, Legiša P., *Franc Močnik*, *Obzornik za matematiko in fiziko*, 31(1984), str. 15–17. Základní životopisné údaje a scany některých Močnikových knih obsahuje stránka http://www.rutars.net/sr_01_stefan_rutar/sr_2400_kultzadeve/sr_2423_frmspnabor/index.htm [cit. 2014-01-21].

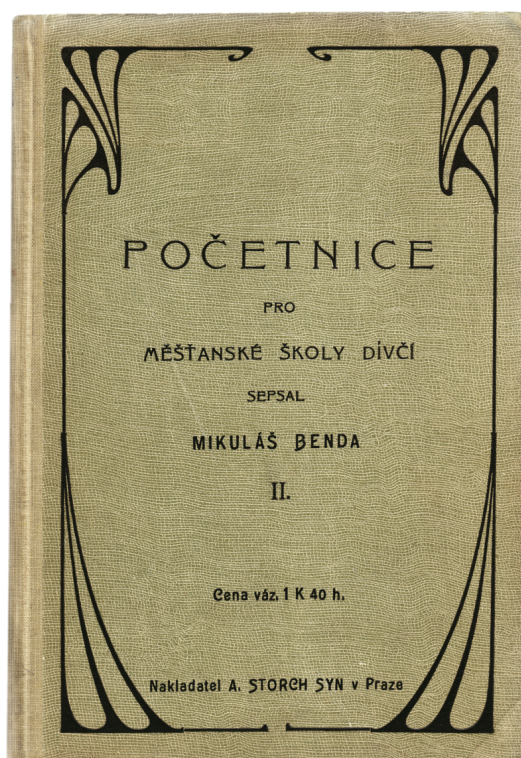
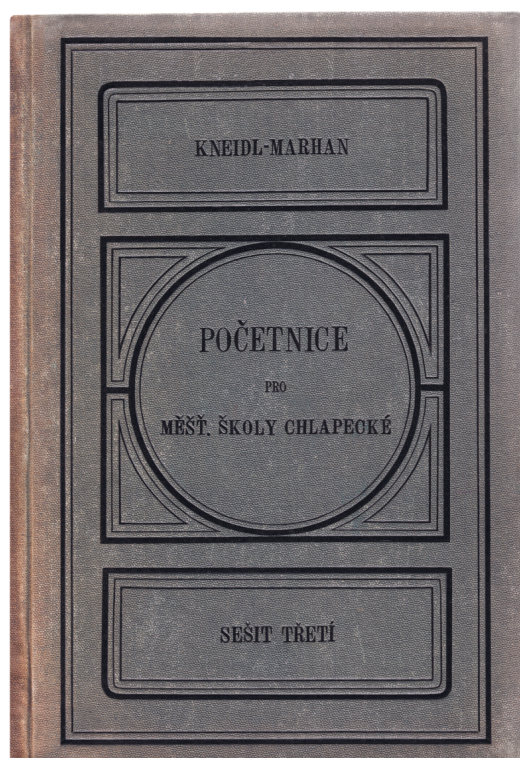
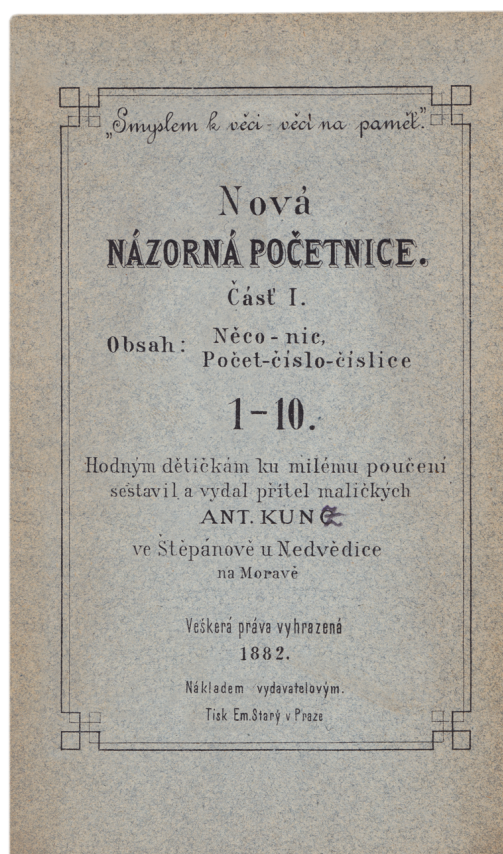
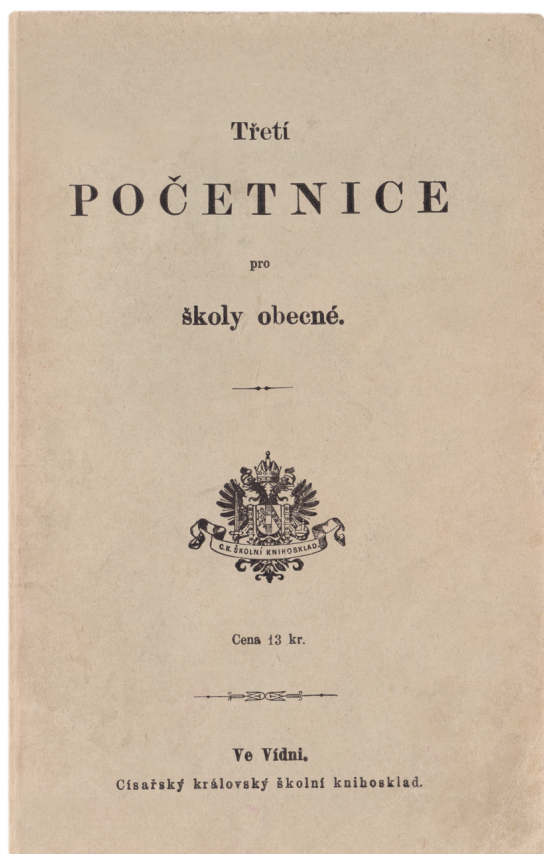
²⁰ *První početnice pro školy obecné* vyšla opět v letech 1874–1876, 1880–1884, 1890, 1892, 1893, 1895, 1896, 1900, 1903, 1906, 1907 a 1911.

²¹ *Druhá početnice pro školy obecné* vyšla opět v letech 1875, 1876, 1878–1882, 1884, 1886–1888, 1900, 1901, 1903–1905, 1908–1912.

²² *Třetí početnice pro školy obecné* vyšla opět v letech 1874–1876, 1879–1884, 1886–1895, 1897–1902, 1904, 1906–1909, 1911, 1913 a 1914.

²³ *Čtvrtá početnice pro školy obecné* vyšla opět v letech 1873, 1875, 1879, 1880–1886, 1888–1895, 1897–1903, 1905, 1907–1912 a 1914.

²⁴ *Pátá početnice pro školy obecné* pouze s podtitulem *Úkoly početní pro vyšší třídy* vyšla opět v letech 1874–1876. Dále byla přepracována do tří variant pro školy podle počtu jejich tříd. První verze s názvem doplněným o určení *pro jedno-, dvoj- a trojtřídní obecné školy* vyšla v letech 1878, 1880–1884, 1886, 1888, 1889, 1891–1893, druhá *pro čtyř- a pětitřídní obecné školy* v letech 1879–1883, 1886, 1889, 1891–1893, 1895–1899, 1901, 1902, 1904, 1907–1910 a 1913, třetí *pro šesti-, sedmi- a osmitřídní obecné školy* v letech 1878, 1879, 1881, 1882, 1884–1893, 1896, 1897, 1902, 1909 a 1913.



Obálky početic
 Močnik (1893), 11,7 × 18,4 cm; Kunz (1904), 11,5 × 19,2 cm;
 Kneidl, Marhan (1888), 14,1 × 20,7 cm; Benda (1910), 15,6 × 22,4 cm.

Antonín Kunz (1855–1925)²⁵

- *Nová názorná početnice. Díl I.* Nákladem vlastním, Praha, 1882, 12 stran.
- *Nová názorná početnice. Díl II.* Nákladem vlastním, Praha, 1882, 26 stran.²⁶

František Kneidl (1855–1928)²⁷ a Michael Marhan (1851–1928)²⁸

- *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit první.* F. Tempský, Praha, 1886, 66 stran.²⁹
- *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit druhý.* F. Tempský, Praha, 1886, 108 stran.³⁰

²⁵ O Antonínu Kunzovi se nepodařilo dohledat žádnou sekundární literaturu ani slovníkové heslo. Ze Souborného katalogu České republiky (on-line dostupného z <http://www.caslin.cz> [cit. 2013–12–02]) plyne, že vedle uvedených početnic zpracoval příručku *Psaní, počítání a převádění nových měř a vah* (1873), jíž reagoval na uzákonění metrické soustavy v tehdejší Rakousko-Uhersku v roce 1871, a sestavil *Kapesní slovník českoněmecký a německočeský* (1892), jenž se dočkal několika vydání.

²⁶ Druhý díl Kunzovy *Nové názorné početnice* je obsažen pouze v katalogu Moravské zemské knihovny v Brně (plyne z on-line katalogu dostupného z <http://www.mzk.cz>, [cit. 2014–01–29]). Samotný exemplář se však nepodařilo dohledat, resp. pod příslušnou signaturou PK-I-0004.859/2 se nachází jiná kniha.

²⁷ O Františku Kneidlovi se podařilo nalézt pouze stručné slovníkové heslo: „ředitel škol v Karlíně, komunální a nár. pracovník. Býv. starosta Ú. M. Š.“ uvedené v *Komenského slovníku naučném. Svazek VI.* Nakladatelství a vydavatelství Komenského slovníku naučného, Praha, 1938, str. 293. Ze Souborného katalogu České republiky ([cit. 2013–12–02]) plyne, že se vedle početnic věnoval tvorbě studijních textů z geografie. V letech 1882, 1897 a 1900 vydal *Učebnici zeměpisnou pro školy měšťanské. Stupeň III., II. a I.*, v roce 1904 publikoval *Zeměpisný atlas pro školy obecné a měšťanské*. Psal také místopisné a historické práce: *Dějiny Karlínského školství za první půlstoletí jeho trvání. Od roku 1841 do roku 1891* (1891), *Paměti škol okresu Karlínského. Soudní okresy: Karlín a Brandýs n. L., od nejstarších časů, zvláště však od r. 1848 až do r. 1898* (1898) a *Karlín. Kniha 1. Špitálsko za branou poříčskou od dávných časů do založení Karlína* (1923).

²⁸ Michael Marhan se narodil roku 1851 v Podolí (dnes součást Mělníku). Po absolvování učitelského ústavu v Praze působil na obecných školách v Slabcích (10 km jižně od Rakovníka), Vinařicích (jedná se pravděpodobně o Vinařice u Kladna), Mělníku a Karlíně (dnes součást Prahy). Zemřel v roce 1928.

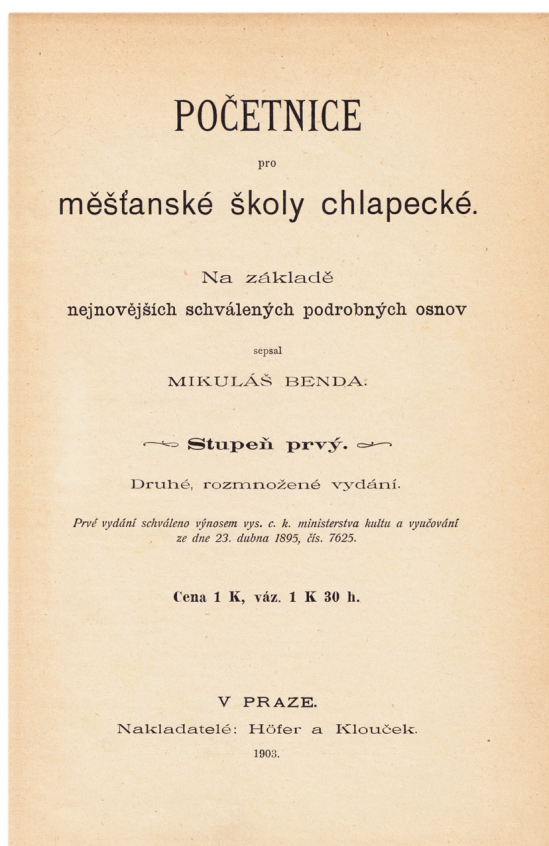
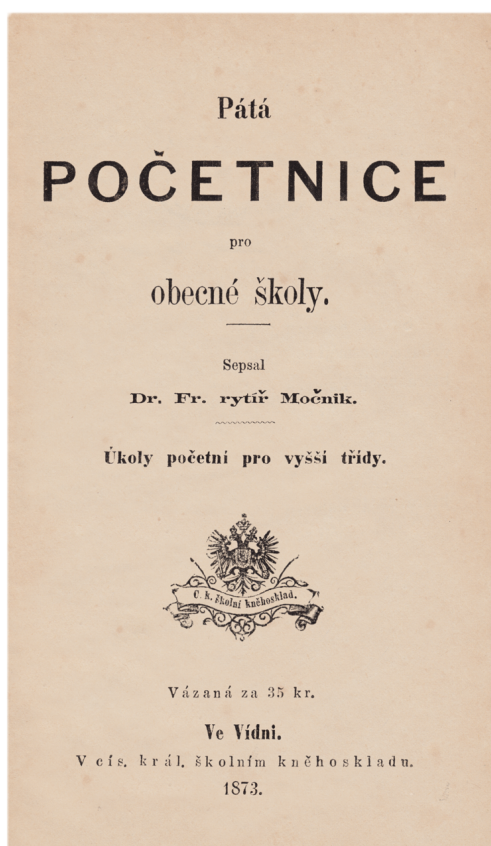
Vedle uvedených početnic psal také sbírky úloh. V roce 1880 publikoval ve spoluautorství s Antonínem Mojžíšem (1856–1927) *Praktické příklady a zábavy počtářské ku počítání z paměti na středním a vyšším stupni školy obecné* a v roce 1894 ve spoluautorství s Janem Nagelem (data narození a úmrtí se nepodařilo dohledat) třídílné *Početnice pro školy obecné. Úkoly k pamětnému i písemnému počítání v jednotřídních nedílných školách* a rovněž třídílné *Početnice pro školy obecné. Úkoly k pamětnému i písemnému počítání v trojtřídních školách obecných*. Věnoval se rovněž redakční činnosti a psaní beletrie. Mezi lety 1885 až 1895 vedl spolu s A. Mojžíšem *Zlaté mládí. Časopis obrázkový pro naši mládež*, vydal knihu *Čtvero povídek. Mládeži dospělejší vypravuje Michael Marhan* (1883) a *Povídky a pohádky* (1908).

O jeho životě a díle se nepodařilo dohledat podrobnější sekundární literaturu. Uvedené informace plynou ze slovníkových hesel uvedených v *Ottově slovníku naučném. Díl XVI.* J. Otto, Praha, 1900, str. 837, a v *Komenského slovníku naučném. Svazek VII.* Nakladatelství a vydavatelství Komenského slovníku naučného, Praha, 1938, str. 434.

²⁹ *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit první* vyšla opět v letech 1888, 1892, 1894, 1896–1898 a 1904.

³⁰ *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit druhý* vyšla opět v letech 1888, 1894, 1900 a 1904.

- *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit třetí.* F. Tempský, Praha, 1886, 103 stran.³¹
- *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit první.* F. Tempský, Praha, 1886, 64 stran.³²
- *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit druhý.* F. Tempský, Praha, 1886, 68 stran.³³
- *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit třetí.* F. Tempský, Praha, 1886, 100 stran.³⁴



Titulní listy početnic
Močnik (1873), 10,2 × 17,4 cm; Benda (1903), 14,4 × 21,7 cm.

³¹ *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit třetí* vyšla opět v letech 1888, 1895 a 1904.

³² *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit první* vyšla opět v letech 1888, 1894, 1897, 1898 a 1905.

³³ *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit druhý* vyšla opět v letech 1888, 1894 a 1907.

³⁴ *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Sešit třetí* vyšla opět v letech 1888, 1896 a 1904. Celá série učebnic byla následně přepracována F. Kneidlem (jako jediným autorem) a pod názvy *Početnice pro první/druhou/třetí třídu měšťanských/obecných škol chlapeckých/dívčích* vycházela v rozmezí let 1909 až 1925. Po Kneidlově smrti se jich ujal Josef Martinec (data narození a úmrtí se nepodařilo dohledat), opět je upravil a pod názvy *Kneidlova Početnice pro první/druhou/třetí třídu měšťanských škol* publikoval v letech 1934–1936.

Mikuláš Benda (1843–1925)³⁵

- *Arithmetika pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I.* E. Beaufort, Praha, 1895, 99 stran.³⁶
- *Arithmetika pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň II.* E. Beaufort, Praha, 1895, 100 stran.³⁷
- *Arithmetika pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň III.* E. Beaufort, Praha, 1895, 120 stran.³⁸
- *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň I.* A. Storch, Praha, 1897, 74 stran.³⁹
- *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň II.* A. Storch, Praha, 1897, 70 stran.⁴⁰
- *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň III.* A. Storch, Praha, 1897, 104 stran.⁴¹

Jan Kozák (1860–1934) a Jan Roček (1858–1925)⁴²

- *První početnice pro školy obecné ménětřídní.* 3. vydání, V. Neubert, Praha, 1899, 39 stran.⁴³

³⁵ Mikuláš Benda se narodil 26. října 1843 v Prapořišti (dnes součást města Kdyně, 10 km jihovýchodně od Domažlic). Vyučoval na měšťanských školách a na reálkách. Od roku 1868 působil na reálné škole ve Vodňanech, od roku 1874 na měšťanské škole na Smíchově (dnes součást Prahy) a od roku 1877 na měšťanské škole na Starém Městě v Praze. Zemřel v roce 1925. Vedle uvedených početnic publikoval v letech 1880 až 1882 *Měřictví a rýsování*, třísvazkovou učebnici geometrie pro měšťanské školy a v roce 1886 knihu *Základové měřictví pro měšťanské školy dívčí*.

O Bendově životě a díle se nepodařilo dohledat podrobnější sekundární literaturu. Uvedené informace plynou ze slovníkových hesel uvedených v *Ottově slovníku naučném. Díl III.* J. Otto, Praha, 1890, str. 729, a v *Komenského slovníku naučném. Svazek I.* Nakladatelství a vydavatelství Komenského slovníku naučného, Praha, 1937, str. 493.

³⁶ Pod názvem *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I.* vyšla učebnice opět v letech 1903 a 1909.

³⁷ *Arithmetika pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň II.* vyšla opět v roce 1900 a pod názvem *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň II.* v letech 1904 a 1910.

³⁸ *Arithmetika pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň III.* vyšla opět v roce 1900 a pod názvem *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň III.* v letech 1905 a 1911.

³⁹ *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň I.* vyšla opět v roce 1898 a pod názvem *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Stupeň I.* v roce 1909.

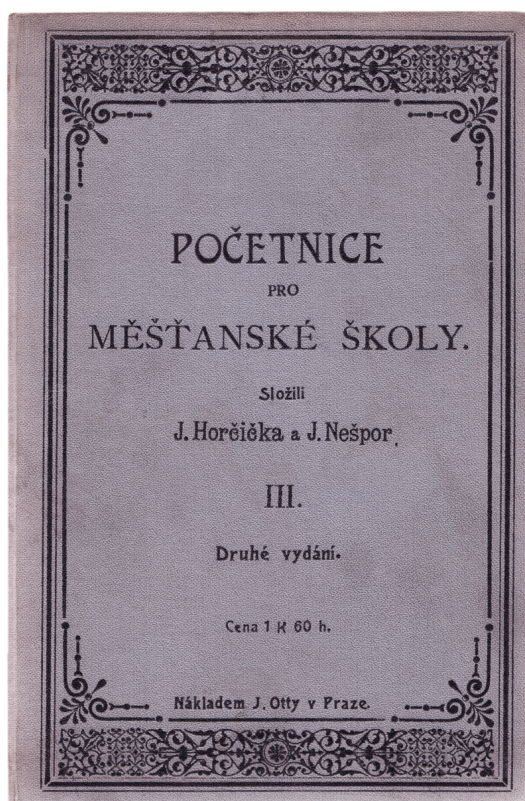
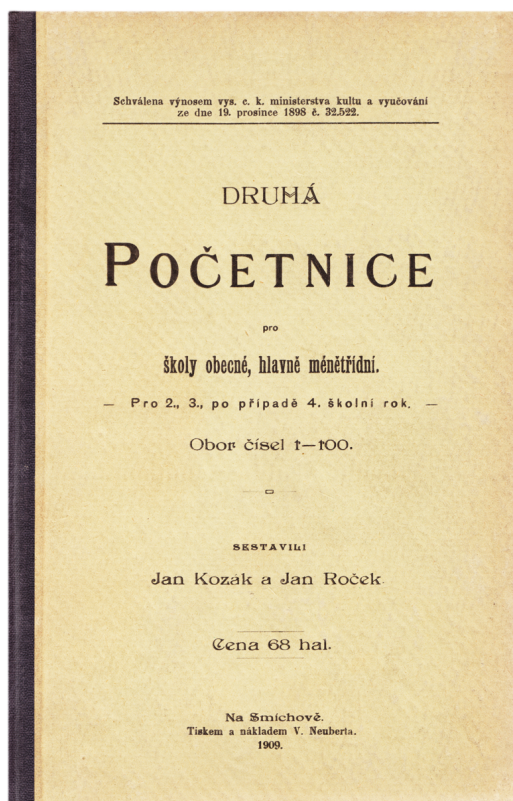
⁴⁰ *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň II.* vyšla opět v roce 1898 a pod názvem *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Stupeň II.* v letech 1909 a 1910.

⁴¹ *Arithmetika pro měšťanské školy dívčí. Stupeň III.* vyšla opět v roce 1898 a pod názvem *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Stupeň III.* v letech 1909 a 1910.

⁴² O obou autorech se nepodařilo nalézt žádnou sekundární literaturu ani slovníkové heslo. Ze Souborného katalogu České republiky ([cit. 2013–12–02]) plyne, že Jan Kozák publikoval učebnici *Geometrie pro obchodní akademie a ústavy příbuzné* (1910) a psal metodiky matematiky a přírodopisu. Jan Roček vydal místopisné publikace *Paměti Trojovic* (1888) a *Dějiny města Hrochova Týnce* (1926) a práci *Půlstoletí Budče chrudimské* (1920) věnovanou dějinám české pedagogiky.

⁴³ *První početnice pro školy obecné ménětřídní* vyšla opět v letech 1903, 1906 a 1910.

- *Druhá početnice pro školy obecné, hlavně ménětřídní.* V. Neubert, Praha, 1899, 108 stran.⁴⁴
- *Třetí početnice pro nejvyšší stupně školy obecné, hlavně ménětřídní.* V. Neubert, Praha, 1901, 205 stran.⁴⁵



Obálky početnic
Kozák, Roček (1909), 13,8 × 21,5 cm; Horčíčka, Nešpor (1907), 14,7 × 22 cm.

Josef Horčíčka (1870–1939) a Jan Nešpor (1879–1931)⁴⁶

- *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl I.* J. Otto, Praha, 1899, 118 stran.⁴⁷

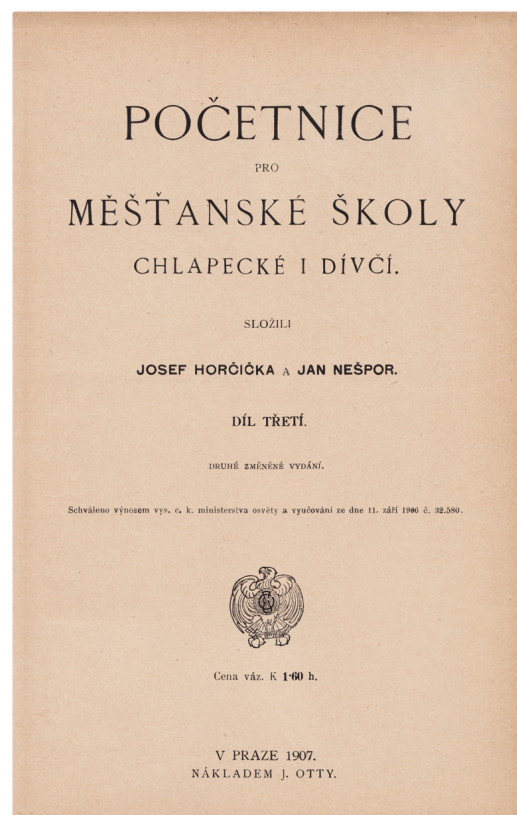
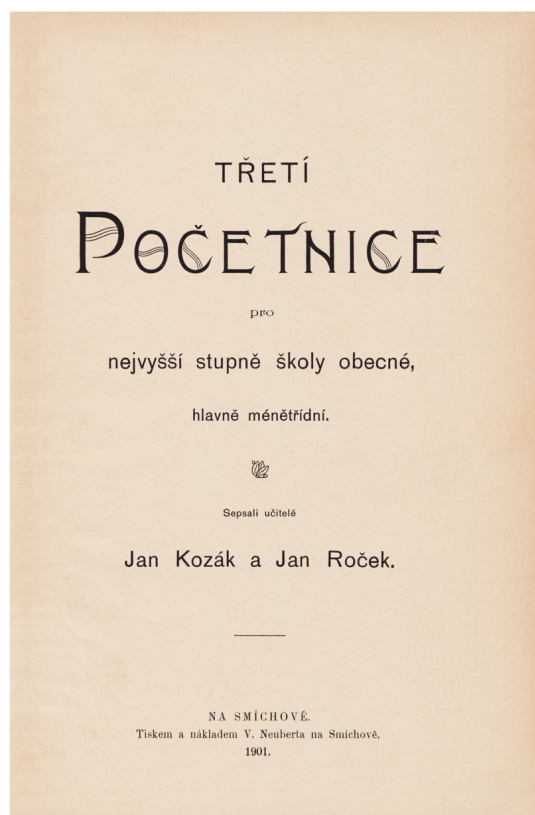
⁴⁴ *Druhá početnice pro školy obecné, hlavně ménětřídní* vyšla opět v letech 1901 a 1909.

⁴⁵ *Třetí početnice pro nejvyšší stupně školy obecné, hlavně ménětřídní* vyšla opět v letech 1903, 1906 a 1909.

⁴⁶ O životě a díle Jana Nešpora se nepodařilo nalézt žádné informace. O Josefu Horčíčkovi bylo dohledáno pouze stručné slovníkové heslo: „český pedagog, autor četných dějepisných a zeměpisných učebnic, čítanek, početnic pro základní školy“, které je uvedeno v *Komenského slovníku naučném. Svazek V.* Nakladatelství a vydavatelství Komenského slovníku naučného, Praha, 1938, str. 231. Ze Souborného katalogu České republiky ([cit. 2013–12–02]) plyne, že spolu s J. Nešporem napsal učebnice dějepisu a literatury pro měšťanské školy, metodiky těchto předmětů a rovněž cestopisné průvodce. Celkově bylo v Souborném katalogu od této autor-ské dvojice dohledáno 32 různých knih. Jejich přesnější výčet však uvádět nebudeme, přesáhli bychom rámcem těchto biografických poznámek.

⁴⁷ *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl I.* vyšla opět v letech 1900 a 1905. Následně byla přepracována do dvou svazků. *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Díl I.* byla publikována v letech 1910, 1920 a 1923 a *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Díl I.* v letech 1910 a 1920. K dalším vydáním je upravil Stanislav Teplý (1878–1929). *Početnici pro měšťanské školy dívčí* (resp. *chlapecké*) *Díl I.* publikoval v roce 1925 (resp. 1928). „Společná“ *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl I.* ještě vyšla po jeho smrti v roce 1934.

- *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl II.* J. Otto, Praha, 1899, 88 stran.⁴⁸
- *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl III.* J. Otto, Praha, 1900, 122 stran.⁴⁹
- *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl IV.* J. Otto, Praha, 1904, 161 stran.⁵⁰
- *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl V.* J. Otto, Praha, 1907, 172 stran.
- *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl VI.* J. Otto, Praha, 1907, 172 stran.

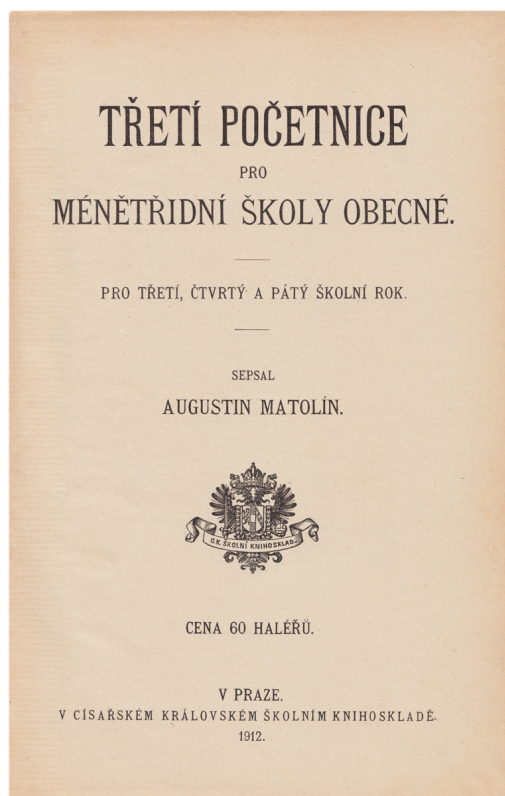
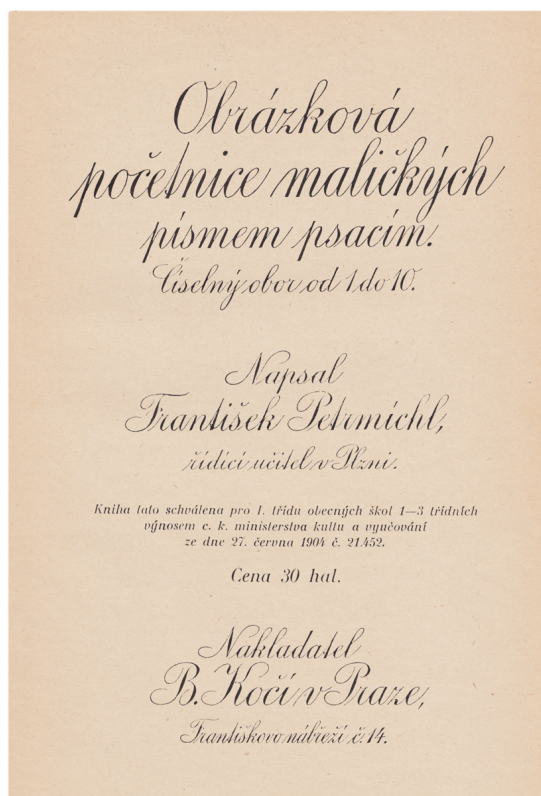


Titulní listy početnic
Kozák, Roček (1901), 14,2 × 21,3 cm; Horčíčka, Nešpor (1907), 13,5 × 21,4 cm.

⁴⁸ *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl II.* vyšla opět v letech 1900 a 1905. Následně byla přepracována do dvou svazků. *Početnice pro měštanské školy chlapecké. Díl II.* byla publikována v letech 1910, 1911 a 1922 a *Početnice pro měštanské školy dívčí. Díl II.* v roce 1911. K dalším vydáním je upravil S. Teplý. *Početnici pro měštanské školy chlapecké. Díl II.* publikoval v letech 1924 a 1927, *Početnici pro měštanské školy dívčí. Díl II.* v letech 1925 a 1926 a *Početnici pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl II.* v roce 1934.

⁴⁹ *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl III.* vyšla opět v roce 1907. Následně byla přepracována do dvou svazků. *Početnice pro měštanské školy chlapecké. Díl III.* byla publikována v letech 1913 a 1920 a *Početnice pro měštanské školy dívčí. Díl III.* v roce 1920. K dalším vydáním je upravil S. Teplý. *Početnici pro měštanské školy chlapecké. Díl III.* publikoval v roce 1925 a 1928 a *Početnici pro měštanské školy dívčí. Díl III.* v letech 1924 a 1925.

⁵⁰ *Početnice pro měštanské školy chlapecké i dívčí. Díl IV.* vyšla opět v letech 1907 a 1922.



Titulní listy početnic
Petrmichl (1904), 12,9 × 19 cm; Matolín (1912), 12,8 × 20 cm.

František Petrmichl⁵¹

- *Obrázková počtenice malických písmem psacím. Číselný obor od 1 do 10.* B. Kočí, Praha, 1904, 39 stran.

Alois Lhotský (1854–1934)⁵²

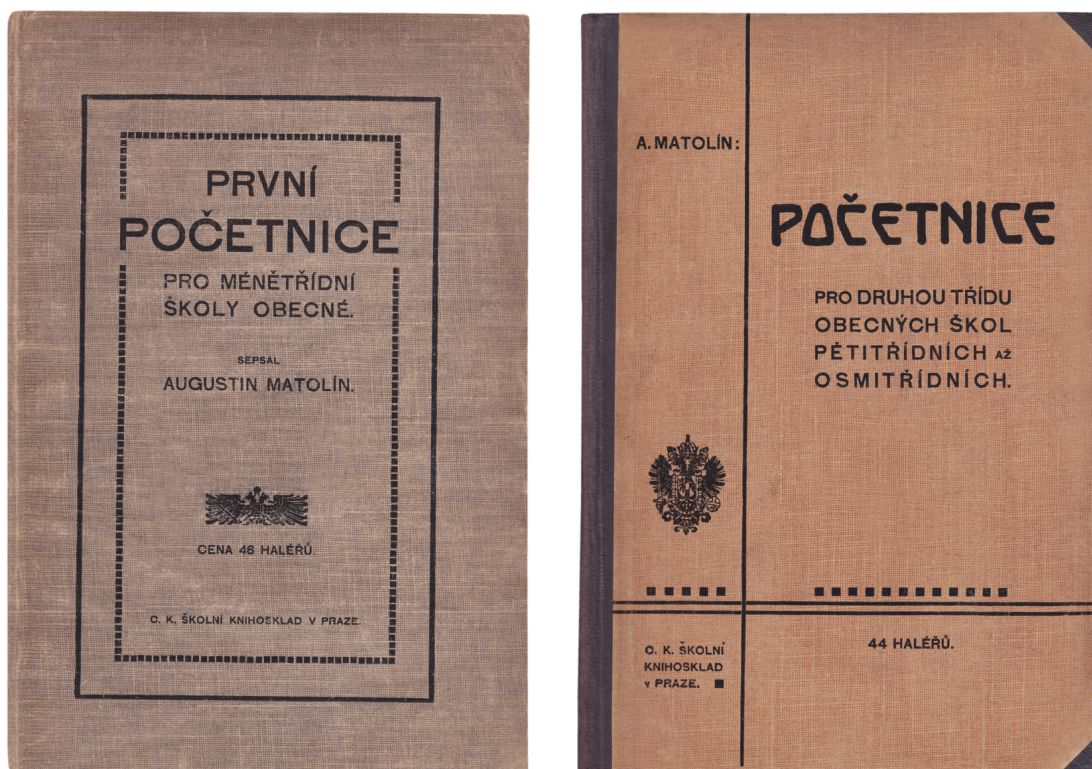
- *Druhá počtenice pro školy obecné.* E. Neubert, Telč, 1906, 38 stran.⁵³

⁵¹ Na titulním listu Petrmichlovy *Obrázkové počtenice* je pod jménem autora uvedeno *řídící učitel v Plzni*. Jiné informace o jeho životě a díle, data narození a úmrtí, sekundární literatura ani slovníkové heslo o něm se však nepodařilo dohledat. Z matematiky sepsal F. Petrmichl metodické práce *Škola počtů. Díl I.* (1902) a *Škola počtů. Díl II.* (1903). Souborný katalog České republiky ([cit. 2013–12–02]) jej uvádí ještě jako autora knih: *F. A. Hora* (1885), *Vlastní silou* (1896) a *Násobilka* (1906).

⁵² Alois Lhotský se narodil roku 1854 v Litultovicích (městys ležící 10 km jihozápadně od Opavy). Po absolvování učitelského ústavu v Brně působil na obecných a měšťanských školách ve Valašských Kloboucích, Slavkově (jedná se pravděpodobně o Slavkov u Brna), v Příboru a Třebíči. Vedle uvedených početnic napsal také třídní metodiku *Vyučování ve třídě elementární* (1885–1887) a dějepisné knihy pro mládež *Obrazy z veškerých dějin milé naší vlasti Rakouskouherské* (1893) a *Dějepisné obrázky pro školy obecné* (1896).

O životě a díle Aloise Lhotského se nepodařilo dohledat podrobnější sekundární literaturu. Uvedené informace plynou ze slovníkových hesel uvedených v *Ottově slovníku naučném. Díl XV.* J. Otto, Praha, 1900, str. 1004–1005, a v *Komenského slovníku naučném. Svazek VII.* Nakladatelství a vydavatelství Komenského slovníku naučného, Praha, 1938, str. 173.

⁵³ Citace učebnice byla převzata z katalogu Národní knihovny České republiky (resp. z online katalogu dostupného z <http://www.nkp.cz> [cit. 2013–11–04]). Samotná kniha však nebyla (v listopadu 2013) pracovníky knihovny nalezena, pravděpodobně byla ztracena. V katalogu jiných knihoven v ČR se ji nepodařilo dohledat.



Obálky početnic
Matolín (1911), 15,1 × 22,3 cm; Matolín (1911), 13,7 × 20,1 cm.

Augustin Matolín (1869–1950)⁵⁴

- *Početnice pro první třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních.* Nákladem vlastním, Praha, 1910, 40 stran.
- *Početnice pro druhou třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních.* Nákladem vlastním, Praha, 1909, 76 stran.
- *Početnice pro třetí třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních.* Nákladem vlastním, Praha, 1909, 60 stran.
- *Početnice pro čtvrtou třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních. Pro IV., po případě V. školní rok.* Nákladem vlastním, Praha, 1910, 64 stran.
- *Početnice pro pátou třídu obecných škol šestitřídních až osmitřídních.* Nákladem vlastním, Praha, 1911, 64 stran.⁵⁵

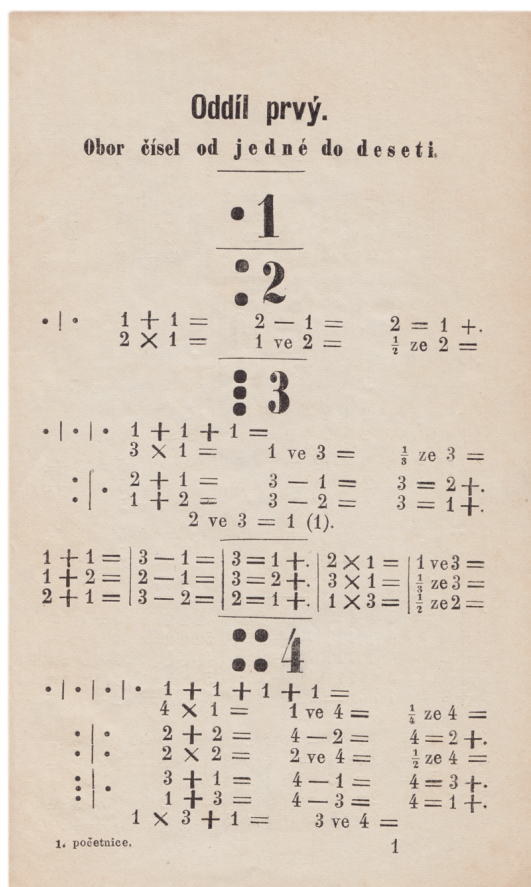
⁵⁴ O Augustinu Matolínovi se nepodařilo dohledat žádnou sekundární literaturu ani slovníkové heslo. Ze Souborného katalogu České republiky ([cit. 2013–12–02]) plyne, že vedle uvedených početnic vydal ještě třídílné učebnice geometrie *Měřictví pro první/druhou/třetí třídu měšťanských škol* (1935 až 1936).

⁵⁵ Přestože některé uvedené Matolínovy knihy vyšly prvně až v roce 1911, tedy dva roky po vydání Úlehlových početnic, byly do tohoto soupisu zařazeny. Jednalo se o rozšířené učebnice, jež se v první polovině 20. století dočkaly mnoha nákladů, jednak nezměněných, jednak modifikovaných pro školy podle počtu tříd. Adekvátní soupis jednotlivých vydání by vyžadoval širší studii. Uvedeme pouze, že Národní knihovna České republiky (resp. její on-line katalog dostupný z <http://www.nkp.cz> [cit. 2013–12–02]) eviduje 88 exemplářů Matolínových početnic vydaných v rozmezí let 1909 až 1937, Pedagogická knihovna J. A. Komenského (resp. její on-line

Ukázky ilustrovaných početnic

V následujícím rozboru Úlehlových početnic a při jejich porovnání se soudobými učebnicemi aritmetiky předvedeme také jejich zhotovení po typografické stránce. S jistým předstihem nyní poznamenejme, že texty sledovaných početnic pro (dnešním jazykem) druhý stupeň základní školy byly jen výjimečně doplněny obrázky nebo jinými grafickými prvky. Učebnice matematiky pro nižší třídy obecných škol, resp. pro první stupeň základní školy však ilustrace obsahovaly a jejich zpracování bylo na nich z didaktického hlediska stále více zakládáno. Doložíme tuto skutečnost ukázkou pěti stránek početnic, jež seřadíme podle data vydání.


Pro zajímavost doplníme, že poslední, Matolínova *Početnice pro první třídu* je nejstarší dohledanou barevně tištěnou učebnicí matematiky. Závěrem zdůrazněme, že následující ukázky představují pouze určité doplnění našeho textu. Adekvátní rozbor těchto početnic by vyžadoval širší studii.



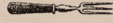
Močnik, *První početnice*. 1870, str. 3, 9,8 × 16,9 cm;
Kunz, *Nová názorná početnice. I. díl.* 1882, str. 1, 11,3 × 19,3 cm.

katalog dostupný z <http://www.npmk.cz/knihovna> [cit. 2013-12-02]) 124 výtisků z let 1909 až 1938. Nejnovější dohledaný výtisk je *Početnice pro třetí třídu obecných škol pětitřídních až osmitřídních* editovaná Emanuelem Vlasákem (1891-1975) a vydaná v roce 1951. Uvádí ji katalog Jihočeské vědecké knihovny (on-line dostupný z <http://www.cbvk.cz> [cit. 2013-12-02]).

4.



3




••=3 +++=3 □□□=3 ○○○=3


□=1 ▤= □□□= •••= ○○= •=

○○○= hh= ••••= 三= ○○○○=

□..=3 ○.=2 ▤..=3 △=1



4



••••=4 ○○○○=4 ▤▤▤▤=4 ○○○○=4





•= ○○= •••= ○○○= ○○○○= ○○○○=

•••••= 三三三= ▤▤▤= ○○○○= 〇=

○...=4 □..=3 △:=4 +=1 Q.=2

15

Sečítání do 6.

•••••• 5+1=6 1+5=.


•••••• 4+2= 2+4=.

•••••• 3+3= 3+3=.


Ustně ve sloupcích i v řádkách

	l	m	h	ř
1	1+1=	2+2=	5+•=6	2+•=4
2	2+1=	4+2=	4+•=6	4+•=6
3	3+1=	1+1=	3+•=6	1+•=2
4	4+1=	2+2=	2+•=6	2+•=4
5	5+1=	3+3=	1+•=6	3+•=6
			2	
1	1+2=	1+3=	2+•=3	3+•=4
2	2+2=	2+3=	2+•=4	3+•=5
3	3+2=	3+3=	2+•=5	3+•=6
4	4+2=	1+4=	2+•=6	4+•=5

Kozák, Roček, *První početnice*. 1899, str. 4, 11,9 × 20,1 cm;
 Petrmichl, *Obrázková početnice*. 1904, str. 15, 12,9 × 19 cm.




1



2


1

2




+

1+1=




-

2-1=




-


2-2=




3



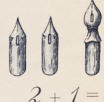
3




2+1=




1+2=




3-1=



3-1=



3-2=



1+2=

3-2=

Matolín, *Početnice pro první třídu*. 1911, str. 12, 14,7 × 22,5 cm.

POČETNICE
PRO
MĚŠŤANSKÉ ŠKOLY
CHLAPECKÉ.

NAPSAL
JOSEF ÚLEHLA.

STUPEŇ PRVNÍ A DRUHÝ.



CENA 60 h.

V PRAZE.
V CÍSAŘSKÉM KRÁLOVSKÉM ŠKOLNÍM KNIHOŠKLADĚ.
1909.

[Úu14], titulní list, 13,5 × 21 cm.

Úlehlovy *Početnice pro měšťanské školy*

Úvodní charakteristika

J. Úlehla publikoval prvně své *Početnice pro měšťanské školy* v roce 1909 prostřednictvím pražského nakladatelství c. k. Školní knihosklad. Měl k jejich sepsání z hlediska zkušeností i odborného rozhledu poměrně dobré předpoklady, neboť byl již třicátý šestý rok v učitelské praxi, působil na obecných a měšťanských školách a pracoval rovněž ve vedení škol. Připomeňme, že v letech 1905 až 1912 byl ředitelem měšťanské školy ve Strážnici.

Před vydáním početnic uveřejnil jiné studijní texty. V letech 1898 až 1901 vydal ve spoluautorství s Josefem Groulíkem *Přírodopis pro měšťanské školy* [Úu1] až [Úu6] a v roce 1906 učebnici vyšší matematiky *Počet infinitesimální* [Úu13]. Při tvorbě početnic vycházel ze svých názorů na výuku a vzdělávání, které po deseti letí tříbil a prezentoval v řadě článků v odborných časopisech. V roce 1899 publikoval v oblasti pedagogiky a didaktiky soubornou práci *Listy paedagogické* [Úk3] (resp. v roce 1904 její druhé přepracované vydání [Úk7]). Významné zkušenosti a postřehy nabyl též systematickým studiem zahraničních reformních pedagogů, jejichž práce překládal do češtiny a vydával v časopisech nebo jako samostatné knihy.⁵⁶

Úlehlovy početnice představovaly učebnice aritmetiky pro všechny tři ročníky měšťanské školy. Díly pro první a druhý ročník označené jako *Stupeň I.* a *Stupeň II.* byly zahrnuty do jednoho svazku, *Stupeň III.* byl vydán samostatně. Všechny tři části byly sepsány ve dvou variantách, jednak pro chlapecké a jednak pro dívčí měšťanské školy.

Verze pro chlapecké školy byla k výuce na českých měšťanských školách schválena ministerským výnosem č. 9544 ze dne 7. dubna 1909. Do tisku s nákladem 5000 exemplářů pro *Stupeň I. a II.* a 3000 pro *Stupeň III.* byla přijata 27. dubna 1909.

Početnice pro dívčí školy byly jako učebnice ustanoveny výnosem č. 23027 ze dne 26. června 1909.⁵⁷ Jejich tisk započatý dne 20. července 1909 měl náklad opět 5000, resp. 3000 kusů. Prodejní cena obou variant početnic činila 60 haléřů pro *Stupeň I. a II.* a 80 haléřů pro *Stupeň III.*⁵⁸

V následujícím rozboru početnic budeme vycházet z prvního vydání jejich verze pro chlapecké školy. Samostatně ukážeme, že varianta pro dívčí školy je

⁵⁶ Pro další informace viz kapitolu *Ostatní práce* a přílohu *Seznam publikací Josefa Úlehly*.

⁵⁷ Uvedené ministerské výnosy schvalovaly k použití ve výuce 1. vydání početnic pro chlapecké školy, resp. pro dívčí školy, tedy [Úu14] a [Úu15], resp. [Úu16] a [Úu17]. Nebude-li řečeno jinak, bude se v následujícím textu pomoci [Úu14] až [Úu17] odkazovat právě na jejich první vydání. Samotné záznamy o ministerských výnosech viz *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1910, část 8, str. 143, a *Věstník vládní pro školy obecné v markrabství Moravském*. C. k. zemská školní rada na Moravě, Brno, 1909, část 9, str. 72 a část 14, str. 115.

⁵⁸ Náklady početnic byly v porovnání s obdobnými soudobými učebnicemi běžné. Prodejní cena byla spíše nižší, její závaznost lze doložit citací z [Úu14], str. 2: *Školní knihy, v některém c. k. školním knihoskladě vydané, nesmějí se prodávati draže nežli za cenu na titulním jich listě udanou*. Informace plynou ze záznamů v *Bestell-Buch, 1904–1909* (Kniha zakázek, 1904–1909) tiskárny c. k. Školního knihoskladu uložené ve Státním oblastním archivu v Praze, fond *Státní nakladatelství Praha (1776–1950)*, sign. SN, inv. č. 49.

od ní určitým způsobem odvozená. Odděleně se rovněž budeme věnovat dalším vydáním učebnic, přičemž předvedeme jejich odlišnost od původního zpracování.

Obsah

Úlehlovy početnice odpovídají svým obsahem dříve uvedeným učebním osnovám z roku 1910 ([Os10]), byť vyšly rok před jejich oficiálním ustanovením.⁵⁹ Představme nyní předepsané učivo *počtů spolu s jednoduchým účetnictvím*. V rozsahu jednoho odstavce byly nejprve zmíněny cíle předmětu.⁶⁰ Učivo bylo následně rozepsáno do tří celků podle jednotlivých ročníků. Pro měštanské chlapecké školy bylo proformulováno takto:

I. třída

Cvičení opakovací v počítání celými čísly, zlomky desetinnými a obyčejnými se zřetelem k nejobyčejnějším početním výhodám. Zkrácené násobení a příkrácené dělení. Počty sousudkové. Jednoduché počty procentové a úrokové.

II. třída

Poměry a úměry. Počítání úkolů jednoduché a složené trojčlenky úměrou a počtem sousudkových. Druhá mocnina a druhá odmocnina. Užití procentového počtu k řešení úloh, jež se často vyskytují v hospodářských poměrech místního a okolního obyvatelstva. Počet úrokový. Počet diskontový. Počet spolkový. Počet směšovací.

III. třída

*Třetí mocnina a třetí odmocnina. Základy složitějšího počtu úrokového. Praktické výpočty z oboru pojišťování. Počet mincovní. Nejdůležitější cizí měny v poměru k rakouské měně korunové. Počet řetězový. Co nejdůležitější jest o cenných papírech a směnkách. Základy jednoduchého účetnictví. Čtvero prvních základních počtů s protivnými veličinami a čísla zvláštními. (Kde se jeví potřeba, může se toto počítání rozšířiti též na čísla obecná.) Jednoduché rovnice prvního stupně o jedné neznámé.*⁶¹ ([Os10], str. 6)

J. Úlehla stanovené učivo sepsal v každém dílu do deseti kapitol očíslovaných římsky I. až X. Některé širší tematické celky pro přehlednost rozdělil, vzniklé části označil písmeny *a*), *b*), ... nebo je ponechal pouze pojmenované. Každou kapitolu zkomponoval v průměru ze 40 úloh, uvedl poznámky k teorii, tedy představení nových pojmů, výklad jejich vlastností nebo návod k řešení předloženého zadání. Průměrně ve čtyřech příkladech v každé kapitole vysvětlil postup. Svazek prvního a druhého stupně doplnil o popis soudobé měrné a peněžní soustavy světových velmocí. K samostatnému třetímu stupni navíc přiložil nezbytné podklady pro výuku finanční matematiky. Výsledky úloh uvedl jako soudobí autoři početnic pouze výjimečně.

⁵⁹ Zhotovení nových *vzorných osnov* (tj. [Os10]) bylo stanoveno ministerských nařízením již v roce 1907 (plyne z *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1910, část 6, str. 59). J. Úlehla tedy mohl být informován o jejich připravované podobě.

⁶⁰ *ÚČEL. Jistota a hbitost v základních způsobech početních se zvláštními čísly. Obratnost v počtech občanského života a známost základů jednoduchého účetnictví, hledíc k hospodářským poměrům školního místa a jeho okolí.* ([Os10], str. 5)

⁶¹ Specifikace učiva je následně doplněna poznámkou:

V každé třídě měsíčně jeden úkol školní a každý týden jedno cvičení domácí, jehož oprava se vykoná při vyučování společně. ([Os10], str. 6)

Názvy jednotlivých kapitol, případně částí, strana, na níž začínají, celkový počet úloh, počet řešených úloh a počet poznámek byly přehledně zpracovány do následujících tabulek. Za řešenou úlohu bylo považováno zadání s následným vyložení postupu a uvedeným výsledkem. K některým příkladům byl podán pouze výsledek bez vysvětlení, v tabulce byl počítán mezi poznámkou.

Stupeň I.

kapitola část kapitoly	začíná na str.	počet úloh cel.	počet úloh řeš.	počet pozn.
<i>I. Počítání</i>	3	16	0	0
<i>Odhadování</i>	4	5	0	0
<i>II. Základní čísla, společná míra, společný násobek</i>	4	16	2	1
<i>III. Soustava desetinná</i>	5	56	3	7
<i>IV. Čísllice římské</i>	10	6	1	1
<i>V. Základní úkony početní</i>				
<i>a) Sčítání</i>	10	14	0	1
<i>b) Odčítání</i>	12	18	0	3
<i>c) Násobení</i>	14	43	7	5
<i>d) Měření a dělení</i>	17	35	7	6
<i>e) Násobení číslem desetinným</i>	21	22	3	3
<i>f) Kterak dělíme číslem desetinným</i>	23	11	5	3
<i>VI. Počítání s čísly vícejmennými</i>	24	30	1	3
<i>VII. Počítání zlomkové</i>	27	62	7	9
<i>VIII. Počítání úsudkové</i>	31	40	2	2
<i>IX. Počet procentový</i>	34	30	3	2
<i>X. Jednoduchý počet úrokový</i>	36	17	6	2
celkem	38	421	48	47

Stupeň II.

kapitola část kapitoly	začíná na str.	počet úloh cel.	počet úloh řeš.	počet pozn.
<i>I. O poměru a srovnalosti</i>	38	15	1	5
<i>II. Trojčlenka jednoduchá</i>	39	18	3	8
<i>III. Trojčlenka složená</i>	42	5	1	2
<i>IV. Umocňování a odmocňování dvěma</i>	43	35	9	5
<i>V. Počet procentový</i>	47	72	1	11
<i>VI. Jednoduchý počet úrokový</i>	54	44	2	8
<i>VII. Počet diskontový</i>	59	21	1	4
<i>VIII. Počet lhůtový</i>	62	18	3	1
<i>IX. Počet průměrný, směšovací a spolkový</i>	64	51	5	0
<i>X. Příklady k opakování</i>	69	34	0	2
<i>Míry, váhy a peníze</i>	72			
celkem ⁶²	37	313	26	46

⁶² Číslování stran svazku *Stupně I. a II.* je průběžné. Celkem mají obě části 75 stran.

Stupeň III.

kapitola část kapitoly	začíná na str.	počet úloh cel.	řeš.	počet pozn.
I. Umocňování a odmocňování třemi	3	37	6	1
II. Složitý počet úrokový				
a) Úrok z úroku	7	22	3	2
b) Úspora	9	18	4	1
c) Důchod a úmor	11	19	6	1
III. Výpočty pojišťovací	13	32	2	0
IV. Počet mincovní	17	16	1	2
Cizí peníze	19	7	0	0
Parita	20	9	1	0
Peněžné poukázky	21	15	2	3
V. Cenné papíry	25	33	3	11
VI. Řetězový počet	30	29	1	3
VII. Obchod a knihy obchodní				
a) Kalkulace	33	9	9	0
b) Zápisy účetní	34	3	0	1
VIII. O číslech protivranných	39	33	15	3
IX. O číslech obecných	42	17	9	1
Rovnice	44	26	5	5
X. Příklady k opakování	46	133	0	2
Tabulka uročiteli	62			
Tabulka střadatelů	63			
Tabulka zasobitelů	64			
Pojišťovací sazby	65			
Mince	66			
Kursovní list	67			
Míry, váhy a peníze	69			
Ukázka obchodních knih	72			
celkem ⁶³	91	458	67	36

Analýza početnic

Rozbor Úlehlových početnic rozdělíme na dvě části. Nejprve popíšeme jejich zpracování z širšího pedagogického hlediska, následně budeme analyzovat vybrané úlohy z jednotlivých kapitol. Učíme ještě několik poznámek k názvosloví. V učebnicích pro obecné a měšťanské školy vydaných od 70. let 19. století až do poloviny 20. století pozorujeme pouze nepatrný vývoj matematické terminologie a symboliky. Většina označení zůstává stejná nebo se liší jen pravopisně.⁶⁴ J. Úlehla užil zcela běžné názvosloví. Pro přehlednost i orientaci uvádíme v následující tabulce Úlehlou používané termíny a jejich současný význam. Všimáme si historických označení, řadu z nich také vyzdvihneme v dalším textu.

⁶³ Ve všech dílech J. Úlehla sestavil 1192 úloh.

⁶⁴ Nezměněny zůstávají např. základní pojmy (*číslo, zlomek, úhel, ...*), pravopisně se liší např. *nulla, million* (nula, milion). Rozdílné jsou např. *proporce, srovnalost, úměra* (tj. rovnost dvou poměrů) nebo označení typu *počty trojčlenové* (trojčlenka), *počty procentové* (procenta) apod.

oblast, pojem	význam
čísla	
základní	prvočísla
protivná	záporná
obecná	proměnné
vícejmenná	zapsaná v nedesítkové soustavě
nicka	nula
občísí, vlastní občísí	perioda
předčíslí	předperioda
občísí smíšené	periodický desetinný rozvoj s předperiodou
společná míra	největší společný dělitel
operace	
dělení	chápáno jako určování velikosti, např. číslo 27 „rozděleno“ na 9 částí je velké 3
měření	dělení chápané jako nalezení počtu, např. číslo 9 je 3 krát „naměřeno“ ve 27
zkrácené násobení a dělení	přibližné násobení a dělení (se zadanou přesností)
poměr	
srovnalost	rovnost dvou poměrů
udavatel	podíl prvního a druhého členu poměru
počítání úsudkové (sousudkové)	pamětné počítání, řešení úloh úvahou
počet	
procentový	procenta
hlavní částka	základ
míra procentová	počet procent
výnos procentový	procentuální část (součin základu a počtu procent)
průměrný	úlohy na výpočet aritmetického průměru
směšovací	úlohy o směsích
spolkový	dělení daného počtu v určitém poměru
řetězový	řešení numerických úloh sledem na sebe navazujících operací
úrokový, diskontový, lhůtový	finanční matematika (podrobně viz níže)
symbolika	
+ - × :	sčítání, odčítání, násobení, dělení
· (např. 0·1)	označení desetinné čárky (např. 0,1)
· (např. 0·1̇; 0,4321̇)	označení periody (např. 0,1̇; 0,4321̇)
$\frac{0}{0}$ $\frac{0}{00}$	% ‰
,,, · ,, · , ·	oddělení řádů
1,,000.000,,000.000,000.000	1 000 000 000 000 000 000

Abychom vystihli Úlehlův didaktický přístup, ukážeme, jakým způsobem sepsal jednotlivá matematická témata. Za reprezentativní celek vybíráme první kapitolu ze druhého stupně *O poměru a srovnalosti*, neboť je pro naše účely vhodná z několika důvodů. Nezahrnuje opakování nebo prohlubování předchozích ročníků, předkládá novou látku, jenž byla v době vydání Úlehlových početnic typická pro měšťanské školy. Sledovaný oddíl obsahuje méně úloh (pouze patnáct). Díky tomu

můžeme srozumitelně vyložit jeho koncepci, resp. strukturu „typické“ kapitoly, neboť na rozumném stránkovém rozsahu ocitujeme více než polovinu ze všech příkladů a bez přílišného zjednodušení ukážeme na vztahy a souvislosti mezi nimi. Úlehlovo zpracování následně porovnáme s texty dříve vydaných početnic. Kapitoly o poměru obsahují pouze tyto učebnice:⁶⁵

- [Mo5] Močnik F., *Pátá početnice pro obecné školy. Úkoly početní pro vyšší třídy*. C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1878, 200 stran.
- [KM1] Kneidl F., Marhan M., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit prvý*. F. Tempský, Praha, 1896, 110 stran.
- [Be1] Benda M., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I*. Höfer a Klouček, Praha, 1903, 91 stran.
- [HN1] Horčíčka J., Nešpor J., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl I*. J. Otto, Praha, 1905, 98 stran.

⁶⁵ Uvádíme verze pro chlapecké školy, resp. pro obě pohlaví, a data vydání studovaných knih (vzhledem k dostupnosti těchto starých učebnic v knihovnách nebylo vždy čteno jejich první vydání). Poměr byl zpracován vyjma Močnikovy početnice ve studijních textech určených pro měšťanské školy. Oproti Úlehlovým učebnicím byl zahrnut do jejich prvního dílu, což korespondovalo (v době jejich vydání) s platnými osnovami. Zdůrazníme ještě, že poměr se nevyučoval na obyčejných obecných školách, a doložíme to citací jejich osnov (závaznými k datu vydání Úlehlových početnic) z roku 1898 (viz *Věstník vládní u věcech škol obecných v království Českém*. C. k. knihosklad, Praha, 1898, příloha části 4, str. 82–83):

Počty a nauka o tvarech měřičských.

Účel. Žáci naučte se jistě a obratně řešiti a to ústně i písemně, praktické úkoly početní; ať dovedou měřiti i vypočítavati plochy a tělesa v obecném životě často se naskytující a nechť poznají základy jednoduchého účetnictví.

První třída. Čtyři základní způsoby počítání v číselném oboru od 1 do 15 ústně i písemně; peníze, míry a váhy, pokud jejich rozdělení zakládá se na soustavě desetinné. Ústního počítání budiž zvlášť pilně hleděno.

Druhá třída. Čtyři základní způsoby počítání v číselném oboru od 1 do 100 ústně i písemně. Peníze, míry a váhy, pokud jejich rozdělení zakládá se na soustavě desetinné. Počátky počtu zlomkových. Ústního počítání budiž zvlášť pilně hleděno.

Třetí třída. Čtyři základní způsoby počítání v číselném oboru od 1 do 1000. Pokračování v počátcích počtů zlomkových. Počty sousudkové. Ústního počítání budiž zvlášť pilně hleděno.

Čtvrtá třída. Čtyři základní způsoby počítání celistvými čísly i desetinnými zlomky. Pokračování v nauce o penězích, měrách a váhách. Počítání čísly vícejmennými a obyčejnými zlomky často se naskytujícími. Počty sousudkové. Ústní počítání.

Pátá třída. Dělitelnost čísel. Proměňování obyčejných zlomků v desetinné a desetinných v obyčejné. Proměňování vícejmenných čísel ve zlomky obyčejné nebo desetinné a opáčně zlomků v čísla vícejmenná. – Čtyři základní způsoby počítání celistvými čísly i zlomky, čísla pojmenovanými i bezejmennými. Počty sousudkové. – Ústní počítání.

Šestá třída. Pokračování v počítání celými čísly, zlomky desetinnými i obyčejnými, při čemž užíváno budiž nejobvyklejších výhod početních. Počty sousudkové. Měření a vypočítávání ploch. Ústní počítání.

Šedmá třída. Druhá mocnina a druhá odmocnina. Počet úrokový, rabattový a lhůtový. Počet spolkový. Pokračování v měření a vypočítávání ploch. Měření a vypočítávání těles. Ústní počítání.

Osmá třída. Počet řetězový. Počet procentový, a kterak se ho užívá při vypočítávání cen zboží. Redukce mincí a vypočítávání diskont směnečný. Základové jednoduchého účetnictví v praktických příkladech. Pokračování v měření a vypočítávání ploch a těles. Ústní počítání. Na školách dívčích budiž obzvlášť přihlíženo ku potřebám domácnosti.

Pro dokreslení ještě předvedeme na obrázcích titulních stránek sledované kapitoly, jakým způsobem jsou jednotlivé učebnice zhotoveny po typografické stránce.

— 38 —

16. Na kolik procent půjčil peníze, kdo za 2 měsíce ze 216 *K* vzal 1·62 *K* úroku?

$$\begin{aligned} \text{Za 2 měsíce} &= 1\cdot62 \text{ K, za 12 měsíců} = 9\cdot72 \text{ K} \\ 1\% &= 2\cdot16 \text{ K; } & x &= 9\cdot72 : 2\cdot16 \end{aligned}$$

17. Na kolik procent byly peníze půjčeny, bylo-li úroku
a) 40·95 *K* ze 7800 *K* za 42 dní, b) 15·20 *K* z 570 *K* za 8 měsíců, c) 7 *K* z 1120 *K* za 50 dní, d) 4·40 *K* ze 440 *K* za 75 dní, e) 122·85 *K* ze 3240 *K* za 7 měsíců, f) 5·25 *K* ze 750 *K* za 56 dní?

STUPEŇ DRUHÝ.

I. O poměru a srovnalosti.

1. Změřte, jak vysoká jest lidská hlava s krkem proti celému tělu; jak dlouhá jest ruka, noha proti tělu; jak vysoké jest čelo proti tváři.

2. Tvář byla dlouhá 16 *cm*, čelo vysoké 5·5 *cm*; kolikrát byla tvář vyšší než čelo?

Srovnání dvou veličin stejnorodých, aby se určilo, kolikrát jest jedna z nich větší nebo menší než druhá, sluje poměr; 16 : 5·5 jest poměr. Poměrem se naznačuje měření.

3. Kočár ujede za hodinu 10 *km*, chodec ujede 4 *km*; která jest jejich poměrná rychlost?

4. Smí-li umělec zobraziti člověka tak, aby jeho tvář byla dlouhá 2 *cm*, 4 *cm*, 32 *cm*, 64 *cm*, 10 *dm*? Učinil-li tvář 2, 3, 4krát kratší nebo delší, jak vysoké bude pak čelo, aby tvář byla zobrazena pravidelně?

5. Když se zvětší nebo zmenší tvář i čelo, co se nesmí zvětšiti ani zmenšiti?

Poměr se nezmění, když se stejně znásobí nebo rozdělí oba jeho členy.

6. Z poměrů 16 : 5·5, 32 : 12, 64 : 22, 25 : 10, 5 : 2, 16 : 6, 15 : 6, 3 : 2 vyhledej poměry rovné.

7. Kdy jsou dva poměry rovny a kdy nerovny?

Provedeme-li naznačené měření, dostaneme udavatele, kterého píšeme nad poměr. Dva poměry jsou rovny, mají-li rovného udavatele.

Rovné poměry jsou 25 : 10, 5 : 2; nerovné jsou 5 : 2, 3 : 2.

Oddíl pátý.

Počty poměrové.

I. Poměry.

a.

1) Srovnávej následující čísla a udej, kolikrát druhé v prvním obsaženo jest:

- a) 12 a 3 | b) 18 a 3 | c) 10 zl. a 5 zl.
20 " 5 | 30 " 5 | 16^m " 8^m

Když dvě čísla spolu porovnáváme, abychom zvěděli, kolikrát jedno jest obsaženo ve druhém, nazývá se výsledek porovnávání takového poměr. Tak n. př. míníme poměrem „12ti ke 3“ udání, kolikrát 3 obsaženo jsou ve 12, tedy naznačený podíl 12:3; 12 jmenuje se předním, 3 zadním členem. Jestliže se přední člen zadním skutečně rozdělí, jmenujeme podíl 4 exponentem (vykladačem) poměru 12:3.

2) Ustanov exponenty následujících poměrů:

- a) 6:3 | b) 35:7 | c) 10:4 | d) 10¹/₂:2¹/₄
3:6 | 7:35 | 175:25 | 6¹/₄:9¹/₂
10:3 | 5:12 | 22:120 | 2²:5:2⁵

3) Kterak se určuje přední člen poměru, jehož zadní člen a exponent dány jsou?

4) Najděte přední člen dle těchto udání:

- | zad. čl. | expon. | zad. čl. | expon. |
|----------|-------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------|
| a) 15 | 3 | d) 24 | ³ / ₅ |
| b) 89 | 7 | e) 16 ¹ / ₄ | ⁵ / ₈ |
| c) 124 | 3 ¹ / ₂ | f) 12 ¹ / ₄ | 0 ⁵ / ₅ |

5) Kterak se určuje zadní člen poměru, jehož přední člen a exponent dány jsou?

6) Najděte zadní člen dle těchto udání:

- | před. čl. | expon. | před. čl. | expon. |
|-----------|-----------------------------|-------------------------------------|--------------------------------|
| a) 28 | ⁴ / ₄ | d) 6 | ¹ / ₄ |
| b) 25 | 3 | e) 356 | 12 ¹ / ₅ |
| c) 169 | 14 | f) 1024 ¹ / ₂ | 6 ¹ / ₄ |

22. 50 kg černého mýdla jest za 31 K 50 h; zač jsou 33 kg 70 dkg?

- 50 kg za 31⁵/₁₀ K
100 " " 63 " "
1 " " 0⁶³/₁₀₀ " "
33⁷/₁₀₀ " " 0⁶³/₁₀₀ " " × 33⁷/₁₀₀

23. ³/₄ kg zboží jsou za ⁴/₅ K; zač jsou ¹/₂ kg?

- ³/₄ kg za ⁴/₅ K aneb ¹/₂ kg za ⁴/₅ K
¹/₂ " " 2⁴/₅ " "
1 " " 6⁴/₅ " "
¹/₂ " " 1⁴/₅ " " = ¹¹/₅ " " 5⁴/₅ " "
¹/₂ " " 5⁴/₅ " " = 5 K 12 h.

24. 12 kg třešní jest za 8 K 24 h; zač jest 28 kg 40 dkg?

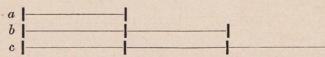
25. 6 m plátna jest za 4¹/₂ K; zač jest 15, 24, 56, 32¹/₂, 65¹/₂, 528¹/₂ m?
26. 5 kg sádla jest za 8¹/₂ K; zač jest 420, 324, 580¹/₂, 736¹/₂ kg?
27. 12¹/₂ m sukna jest za 68¹/₂ K; zač jest 24¹/₂, 45¹/₂, 136¹/₂ m?
28. ³/₄ čísla jsou ⁴/₅; kolik jest 0⁷/₇ téhož čísla?
29. 3¹/₂ q soli jest za 42¹/₂ K; zač jest 5¹/₂ q?
30. 32¹/₂ hl vína jest za 1045 K 60 h; a) zač jest 16¹/₂, 45¹/₂, 125¹/₂ hl? b) kolik hl jest za 140 K 70 h, 325 K, 349¹/₂ K, 1240¹/₂ K?

Oddíl VI.

Poměry a srovnalosti.

1. Poměry.

- Přirovej jednu korunu k haléři! Kolikrát jest korona větší haléře? Kolikrát jest haléř menší koruny?
- Přirovej desetihaléř ke koruně; rok ke měsíci, ke dni!
- " kilogram k dekagramu, ke gramu!
- " kopu k tuctu, k jednomu kusu!



- Přirovej přímku a ku přímce b, c!
- " " b " " a, c!
- " " c " " a, b!

Počty poměrové. [Mo5], str. 64, 10,2 × 17,4 cm;
Poměry a srovnalosti. [KM1], str. 91, 14,7 × 22 cm.

Část sedmá.

I. Poměry.

V úlohách srovnáváme jen veličiny stejnorodé. Jsou-li nerovny, tážeme se, kolikrát jest jedna větší než druhá nebo oč jest jedna větší než druhá. První otázku si zodpovíme dělením, druhou odčítáním.

Takové srovnávání stejnorodých veličin nazýváme poměrem.

Tážeme-li se, oč jest jedna veličina větší nebo menší nežli druhá, nazýváme takové srovnání poměrem aritmetickým. Tážeme-li se, kolikrát jest jedna veličina větší než druhá, nazýváme takové srovnání poměrem měřicím čili krátce poměrem.

Kdykoli se mluví o poměru, myslí se vždy poměr měřicý, protože v praktickém počítání mnohem důležitějším jest poměr aritmetického.

Otázku, kolikrát na př. 15 větší jest než 5, řešíme dělením, jež se pouze naznačí. Pišeme 15:5 nebo ¹⁵/₅, a čteme: 15 dělených 5, nebo 15 má se ku 5, anebo krátce 15 ku 5.

Velichina položená na prvním místě slove přední člen (neboli před), velichina na druhém místě zadní člen (neboli sled).

Podíl obou členů nazýváme udavatelem poměru.

Tak jest v poměru

$$15:5=3$$

15 předním členem neboli předem, 5 zadním členem neboli sledem, 3 pak jsou udavatelem.

6*

Poměry.

A) Otcí jest 48, synovi 12 roků; kolikrát jest otec starší než syn? Stáří 48 let je tolikrát větší než stáří 12 let, kolikrát jest obsaženo 12 r. ve 48 r.

$$48 \text{ r.} : 12 \text{ r.} = 4$$

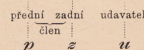
Otec jest čtyřikrát starší než syn. Výsledku toho nabyli jsme měřením.

Lze též se otázati: Kterak se má stáří otce ke stáří synovu?

Odpověď: Jako 48 r.:12 r. (čtete 48 r. ke 12 r.).

Výrazu 48 r.:12 r. říkáme poměr.

$$48 \text{ r.} : 12 \text{ r.} = 4$$



V poměru rozeznáváme člen přední (obdobný s dělencem) a člen zadní (obdobný s dělitelem).

Výsledek přirovnávání slove udavatel (obdobný podíl).

12 r. jest obsaženo ve 48 r. tolikrát, jako 12 ve 48.

Poměr veličin 48 r.:12 r. = 4 | z čehož 48 r.:12 r. = 48:12.

Poměr čísel 48 : 12 = 4 | z čehož 48 : 12 = 48:12.

Poměry, které mají rovné udavatele, jsou si rovny. Poměr veličin lze nahraditi poměrem čísel.

Přirovnáváme-li měřením dvě veličiny nebo dvě čísla, nabýváme poměru.

B) Václav má tolik korun, kolik Jan dvacetihaléřův; v kterém poměru jest jmění obou?

Chťežice na tuto otázku odpověděti, učiníme obě veličiny stejnojmennými; tedy 1 K = 100 h.

1 dvacetihaléř = 20 h. Jmění obou osob je v poměru 100:20.

Přirovnávati lze jen veličiny (čísla pojmenovaná) téhož jména.

- V kterém poměru jest: a) 1 m k 1 dm, k 1 cm, k 1 mm, k 1 km; b) 1 kg k 1 dkg, k 1 g, k 1 q, k 1 t; c) 1 l k 1 dl, k 1 hl; d) 1 m³ k 1 dm³, k 1 cm³; e) 1 m² k 1 dm², k 1 cm², k 1 a, k 1 ha?
- Kterak se má: a) 1 q ke 20 kg; b) 3 hl k 5 l; c) 8 m ke 4 dm?

Poměry. [Be1], str. 81, 14,4 × 21,7 cm;
Poměry. [HN1], str. 81, 13,8 × 21,5 cm.

Na úvod probírané látky J. Úlehla zpravidla vložil jednoduché příklady sloužící jako motivace. Představovanou kapitolu zahájil vybídnutím:

1. *Změřte, jak vysoká jest lidská hlava s krkem proti celému tělu; jak dlouhá jest ruka, noha proti tělu; jak vysoké jest čelo proti tváři.* ([Úu14], str. 38)

Nevěnoval mnoho prostoru výkladu teorie. Mezi zadání úloh řadil menším písmem sázená uvedení nových pojmů, jejich vlastností a souvislostí. Presentovaná pravidla nedokazoval, formuloval je jako poučky. Poměr, stěžejní pojem studované kapitoly, představil po zadání druhého příkladu:

2. *Tvář byla dlouhá 16 cm, čelo vysoké 5·5 cm; kolikrát byla tvář vyšší než čelo?*

Srovnání dvou veličin stejnorodých, aby se určilo, kolikrát jest jedna z nich větší nebo menší než druhá, sluje poměr; 16 : 5·5 jest poměr.

Poměrem se naznačuje měření. ([Úu14], str. 38)

Jednotlivé úlohy mnohdy svázal s teoretickými poznámkami, k objevení nových vlastností často motivoval zadáním dalšího úkolu:

5. *Když se zvětší nebo zmenší tvář i čelo, co se nesmí zvětšiti ani zmenšiti?*

Poměr se nezmění, když se stejně znásobí nebo rozdělí oba jeho členy. ([Úu14], str. 38)

Největší prostor věnoval příkladům na procvičení. Seřadil je zpravidla podle obtížnosti od jednodušších po složitější. Řadu příkladů formuloval jako náměty k zamýšlení nebo s cílem vyvolat diskusi. Odpovědi na některé otázky a dílčí závěry uváděl v poznámkách. Jednotlivé úlohy na sebe přímo navazoval, v zadání následujícího příkladu se odkazoval na výsledky předchozího cvičení. Text byl tedy komponován jako celek. Při studiu bylo nutno postupovat popořadě. Tento princip můžeme v rozebírané kapitole doložit příklady 6., 7., a 9., 10., 11., na nichž rovněž předvedeme, jak je v učebnici chápán pojem *srovnalost* a *udavatel*:

6. *Z poměrů 16 : 5·5, 32 : 12, 64 : 22, 25 : 10, 5 : 2, 16 : 6, 15 : 6, 3 : 2 vyhledej poměry rovné.*

7. *Kdy jsou dva poměry rovný a kdy nerovný?*

Provedeme-li naznačené měření, dostaneme udavatele, kterého píšeme nad poměr. Dva poměry jsou rovný, mají-li stejného udavatele.

Rovné poměry jsou 25 : 10, 5 : 2; nerovné jsou 5 : 2, 3 : 2. ([Úu14], str. 38)

9. *Za 5 minut ujede cyklista 2 km, za 30 minut ujede 12 km; který jest poměr a) obojí dráhy? b) obojí doby?*

10. *Jsou tyto poměry rovný? Jsou dráha a doba věci na sobě závislé? Kterak jsou na sobě závislé?*

11. *Smíme dva rovné poměry spojit rovnítkem?*

Spojíme-li rovnítkem dva rovné poměry, vznikne srovnalost; 30 : 5 = 12 : 2 je srovnalost ([Úu14], str. 39)

Jednotlivé kapitoly J. Úlehla zpravidla zakončil obtížnějšími nebo rozšiřujícími cvičeními. Také v jejich závěru formuloval úlohy, jimiž připravoval ke studiu následující problematiky. Sledovaný tematický celek zakončil příkladem, na který se odkazoval v úvodní poznámce navazující části věnované trojčlence:

15. *Ve srovnalosti $x : 15 = 16 : 6$ neznáme prvního členu; kterak jej vypočteme ze tří členů ostatních?*

$$6x = 15 \cdot 16, x = \frac{15 \cdot 16}{6} = 40$$

II. Trojčlenka jednoduchá

Srovnalost, v níž jeden člen je neznámý, sluje trojčlenka, tou mnohé úkoly řešíme pohodlně. ([Úu14], str. 39)

Porovnání se soudobými početnicemi

J. Úlehla kladl důraz na propojení předkládaného matematického tématu s praktickou každodenní zkušeností. Jako východisko pro vysvětlení pojmu poměr použil velikosti lidského těla. Lze usuzovat, že přímo zamýšlel popsaná měření v hodině provádět a tím vymezit určitou linii, podle níž bylo možno výuku nasměrovat. Ostatní autoři tímto způsobem nepracovali. Močnikův přístup lze přiblížit citací prvního příkladu sledované kapitoly:

1) *Srovnej následující čísla a udej, kolikrát druhé v prvním obsaženo jest: a) 12 a 3, b) 18 a 3 . . . Když dvě čísla spolu porovnáme, abychom zvěděli, kolikrát jedno jest obsaženo ve druhém, nazývá se výsledek porovnání poměr.*

([Mo5], str. 59)

M. Benda zavedl poměr takto:

Tážeme-li se, oč jest jedna veličina větší nebo menší nežli druhá, nazýváme takové srovnání poměrem arithmetickým. Tážeme-li se, kolikrát jest jedna veličina větší než druhá, nazýváme takové srovnání poměrem měřickým čili krátce poměrem. ([Be1], str. 81)

Jako jediný představil pojem aritmetický poměr, dále s ním však nepracoval, což vysvětlil ve čtvrtém odstavci takto:

Kdykoliv se mluví o poměru, myslí se vždy poměr měřický, protože v praktickém počítání mnohem důležitějším jest poměru arithmetického. ([Be1], str. 81)

Zbývající autoři postupovali po obsahové stránce stejně. F. Kneidl a M. Marhan navíc vložili v úvodu geometrickou úlohu s příloženým obrázkem (viz obrazovou přílohu):⁶⁶

Přirovnej přímku a ku přímce b, c! ([KM1], str. 91)

J. Horčíčka a J. Nešpor typograficky znázornili význam „předního“ a „zadního“ členu poměru a jeho udavatele (opět viz grafická příloha). Zdůrazněme ještě, že J. Úlehla v prvních úlohách sestavil takové poměry, jejichž udavatele nejsou přirozená čísla. Jako první uvedený příklad zvolil $16 : 5 \cdot 5$, patrně tímto pojetím chtěl

⁶⁶ V úloze je uvažována úsečka, resp. její délka. Označení přímka vycházelo z Eukleidových *Základů*, resp. jejich překladů do českého jazyka, v nichž byl tímto termínem v podstatě chápán současný pojem úsečka (bez krajních bodů). Podrobněji problém analyzuje např. Bečvářová M., *Eukleidovy Základy, jejich vydání a překlady*. Edice Dějiny matematiky, svazek č. 20, Prometheus, Praha, 2002, str. 136.

zdůraznit rozdíl mezi dělením a poměrem. Je otázkou diskuse, zdali byl takový přístup účelný a nebyl na úvod příliš komplikovaný.

Podívejme se nyní, jakým způsobem byla v jednotlivých učebnicích zpracována vlastnost, že poměr se nezmění, pokud je jeho první a druhý člen násoben (resp. dělen) stejným (nenulovým) číslem. J. Úlehla tuto skutečnost stručně vyjádřil v citovaném pátém příkladu. Opět vyšel z určité názorné představy a opřel se o své původní zadání s měřením obličeje. Ostatní autoři přistoupili k problému jednak abstraktněji, jednak vedli žáky k objevení jmenované vlastnosti na základě početních dovedností. Popsali toto tvrzení u příkladů, v nichž cvičili výpočet prvního a druhého členu poměru a jeho udavatele, kde zadali dvě z těchto veličin. Např. Močnikův přístup lze prostudovat na přiloženém obrázku stránky jeho početnice.⁶⁷

Závěr kapitoly o poměru je věnován „srovnalosti“, tj. rovnosti dvou poměrů, označované též jako „proporce“ (u F. Močnika) nebo „úměra“ (u M. Bendy, J. Horčíčky a J. Nešpora). Úlehlovo vysvětlení tohoto pojmu jsme již uvedli. Poznamenejme, že ostatní autoři jej popsali v podstatě totožně. Rozdílně však zpracovali tvrzení: je-li $a : b = c : d$ (kde bychom dodali $a, b, c, d \in \mathbb{R}; b, d \neq 0$), potom $a \cdot d = b \cdot c$. J. Úlehla tuto větu neformuloval, svým textem však elegantně navedl k jejímu objevení:

13. *Ve srovnalosti jsou dva členy vnější, dva vnitřní. Ve srovnalosti $30 : 5 = 12 : 2$ vyhledej a) součin členů vnějších, b) součin členů vnitřních, a součiny ty k sobě přirovnej.* ([Úu14], str. 39)

Zcela analogicky přistoupil k látce F. Močnik, tvrzení však následně uvedl:

V každé proporci rovná se součin krajních členů součinu středních členů. ([Mo5], str. 63)

Zbývající tři autoři zpracovali téma mnohem podrobněji. V rozsahu v průměru tří stran sepsali různá cvičení, na jejichž základě vysvětlili ještě další algebraické vlastnosti „srovnalosti“. Doložme jejich pojetí citací z Bendovy učebnice. F. Kneidl a M. Marhan, resp. J. Horčíčka a J. Nešpor problematiku uchopili obdobně.

Poněvadž součin se nemění, změníme-li pořádek činitelů můžeme

1. přeložiti vnitřní členy úměry, a vznikne opět úměra, na př.: $9 : 3 = 12 : 4$ vzniká $9 : 12 = 3 : 4$;

2. přeložiti vnější členy úměry, a dostaneme opět úměru, na př.: $9 : 3 = 12 : 4$ dává $4 : 3 = 12 : 9$;

3. zaměnití v úměře vnitřní členy se vnějšími a vznikne opět úměra, na př.: $9 : 3 = 12 : 4$ dává $3 : 9 = 4 : 12$

...

Protože poměr zůstává týž, násobíme-li nebo dělíme-li oba členy jeho týmž číslem, zřetelno odtud, že dostaneme sice novou úměru, ale rovnou původní úměře, násobíme-li anebo dělíme-li dané úměry první a druhý člen anebo její třetí a čtvrtý člen týmž číslem.

⁶⁷ V Močnikově učebnici je udavatel označován jako exponent.

Z úměry $9 : 3 = 12 : 4$ plynou úměry:

$$9 \times 2 : 3 \times 2 = 12 : 4 \text{ aneb } 9 : 3 = 12 \times 6 : 4 \times 6$$

...

Proměníme-li vnitřní členy všech vyvozených úměr, bude:

$$9 \times 2 : 12 = 3 \times 2 : 4 \text{ anebo } 9 : 12 \times 6 = 3 : 4 \times 6$$

...

I vidíme, že nejenom první a druhý anebo třetí a čtvrtý člen, nýbrž jeden vnitřní a jeden vnější člen vůbec buď násobiti aneb děliti, a že se dojde vždy úměry správné. Proto vyjadřujeme tuto poučku takto:

Násobíme-li nebo dělíme-li v úměře jeden člen vnější a jeden člen vnitřní týmže číslem, dostaneme opět úměru. ([Be1], str. 86–87)

Obdobně jako v Úlehlově početnici a v souladu s platnými učebními osnovami navázali ostatní autoři po výkladu poměru tématem jednoduchá trojčlenka. F. Močnik je zpracoval obsahově shodným způsobem jako J. Úlehla. Text ostatních autorů byl opět podrobnější a navzájem podobný. Přiblížíme jej citací z učebnice J. Horčíčky a J. Nešpora. Ukážeme úvod části *Řešení úměry*, jež obsahuje další dvě algebraická tvrzení o poměru a předchází samotnému výkladu užití trojčlenky v různých úlohách přímé a nepřímé úměrnosti.

Řešení úměry

D) V úměře $x : 21 = 2 : 5$ jest vnější člen neznám; z ostatních tří známých členů lze neznámý člen užitím věty C)⁶⁸ vypočítati, neboť

$$5x = 2 \times 21 \text{ a } x = \frac{2 \times 21}{5} = 8\frac{2}{5}$$

V úměře $7 : 5 = x : 24$ jest neznámým člen vnitřní.

$$5x = 7 \times 24 \text{ a } x = \frac{7 \times 24}{5} = 33\frac{3}{5}$$

Vnější člen rovná se součinu vnitřních členů, dělenému druhým členem vnějším. Vnitřní člen rovná se součinu vnějších členů, dělenému druhým členem vnitřním. ([HN1], str. 86)

Shrnutí

Zpracování Úlehlových početnic pro měšťanské školy můžeme z didaktického hlediska shrnout takto. Jejich text je po typografické stránce, podobně jako soudobé učební texty, zpracován stroze, bez obrázků, grafických akcentů nebo jiných vizuálních prvků. Je poměrně stručný. Obsahuje méně úloh i méně teoretických a výkladových poznámek než početnice publikované před ním. Tvoří však kompaktní celek, v němž srozumitelně a přehledně zpracovává matematickou látku. Formulací svých příkladů vede k „objevování matematiky“ samotnými žáky a může, jak v následujících odstavcích ještě ukážeme, mnoha způsoby inspirovat učitele při jeho výuce.

⁶⁸ Věta C): *V úměře je součin členů vnějších roven součinu členů vnitřních.* ([HN1], str. 86)

Analýza tematických celků početnic

V následujících odstavcích projdeme všechny kapitoly Úlehlových početnic. Uvedeme jejich stručnou charakteristiku a ocitujeme z nich několik příkladů nebo teoretických poznámek. Budeme postupovat od první kapitoly dále, některé tematické celky však popíšeme vzhledem k jejich charakteru společně. Budeme si všimnout takových úloh, pomocí nichž můžeme dobře vystihnout Úlehlův didaktický přístup v porovnání s pojetím soudobých autorů početnic.

Počítání

Tuto úvodní kapitolu *Stupně I.* J. Úlehla složil z jednoduchých úloh, jimiž motivoval ke studiu předmětu. Řadou otázek přiváděl žáky k matematice poněkud mimoděk, některá cvičení určil k vyvolání diskuse a neuvažoval v nich jednoznačná řešení.

1. *Otec vysypal na stůl hromadu drobných peněz a počítal; co chtěl vědět?*
2. *Dejte na stůl hrst drobných věcí, zrn kávových nebo kukuřičných, a pak spočítejte, kolik těch věcí jest.* ([Úu14], str. 3)

Do této kapitoly rovněž zahrnul příklady s přímým praktickým přesahem:

13. *Vypozorujte, za kolik minut projdete km při klidné chůzi, za kolik minut jej proběhnete; za kolik minut jej projede cyklista, automobil,⁶⁹ kočár, vůz s těžkým nákladem.*
14. *Odměřte 100 a 1000 kroků a tyto vzdálenosti si pamatujte.* ([Úu14], str. 4)

V podkapitole *Odhadování* cvičil žáky ve správných úsudcích a vedl je k reflexi jejich uvažování:

17. *Odhadněte, kolik kukuřičných zrn je na kukuřičném klasu a pak zrna pře-počítejte, abyste věděli, o kolik jste chybili.*
18. *Na lať naměřte 300 cm a pak odhadněte 60, 80, 100, 140, 160, 130, 115, 85, 35 cm.*
19. *Odhadněte venku vzdálenosti na metry nebo kroky.* ([Úu14], str. 4)

Souhrnně vzato, kapitola *Počítání* představuje v porovnání s úvodními částmi soudobých početnic určitou výjimku. Obdobné úlohy ostatní autoři do svých početnic nezahrnuli. Buďto vůbec nezpracovali úvodní motivaci (F. Močnik, M. Benda) nebo učebnice zahájili formálnějším pojednáním o „počítání“.⁷⁰

Základní čísla, společná míra, společný násobek.

Ve druhé kapitole se J. Úlehla věnoval dělitelnosti, prvočíslování a určování největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku přirozených čísel. Proti dřívějším autorům zpracoval toto téma překvapivě stručně. Z úvodních příkladů lze usuzovat, že předpokládal probírání pravidel dělitelnosti:

⁶⁹ Zajímavé je Úlehlovo vybídnutí k měření doby jízdy automobilu, neboť v prvních desetiletích 20. století byla motorová vozidla spíše výjimkou.

⁷⁰ F. Kneidl a M. Marhan i J. Horčíčka a J. Nešpor se v úvodu věnovali především významu čísel. Uvedme např. tyto otázky: *Kolik číslíc užíváme k písemnému vyjadřování čísel? Který rozdíl jest mezi číslem tři a tři čtvrtiny?* ([KM1], str. 1) *Chci-li se dovědět, kolik haléřů je v hromádce, kolik let je člověku, kolik vojáků je v řadě, kolik jablek je v koši, čítám haléře, léta, vojáky, jablka.* ([HN1], str. 1)

1. *Počítáme rychle po 2, 3, 4 ... 9, 10, 11 ... Počítejte po 2 do 20, po 3 do 30, po 8 do 80, po 9 do 90. Čísla zapisujte a rovnajte v přehledné obrazce.*

2. *Vyhledávejte společné znaky každé řady. Který společný znak mají čísla, jež obdržíme, když počítáme po 2, 3, 5?* ([Ú14], str. 4)

Příslušná tvrzení však neuvedl, přitom v soudobých početnicích byla věnována pozornost i zdůvodňování pravidel dělitelnosti.⁷¹

Prvočísla (opět na rozdíl od současníků) nezavedl jako čísla dělitelná pouze jednou nebo sama sebou, ale jejich pojetí založil na mechanismu tzv. Eratosthena síta a v poznámce se dotkl tzv. základní věty aritmetiky:

4. *Dopočítáte se čísla 23, 29, 31, 37 po 2, 3, 5? Udejte jiná čísla, kterých se nedopočítáte po 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.*

Každé číslo je buď číslem základním nebo násobkem jeho. ([Ú14], str. 4)

Přístup k nalezení největšího společného dělitele se ve sledovaných početnicích liší. M. Benda se touto problematikou vůbec nezabýval.⁷²

J. Horčíčka a J. Nešpor použili dnes běžně vyučovanou metodu rozkladu na součin prvočísel, F. Močnik, F. Kneidl a M. Marhan také, připojili však ještě postup založený na tzv. Eukleidově algoritmu. J. Úlehla prezentoval pouze druhý jmenovaný způsob výpočtu:

7. *Kterého společného čísla násobkem jsou čísla 136 a 85?*

$$\begin{array}{r|l}
 \begin{array}{cccc}
 a) & 136 & 85 & 51 & 34 \\
 & 85 & 51 & 34 & 17 \\
 \hline
 & 51 & 34 & 17 & 17
 \end{array} & b) & \left| \begin{array}{cc} 136, & 85 \\ 51, & 34 \\ 17 & \end{array} \right| & \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{array}
 \end{array}$$

17 jest společnou měrou čísel 136 a 85. ([Ú14], str. 5)

Nalezení společného násobku čísel předvedl shodně s ostatními pomocí prvočíselného rozkladu. Určení nejmenšího společného násobku přímo nevysvětlil. Na stěžejní princip navedl následujícími příklady, tedy analogicky k výše prezentovanému přístupu k vlastnostem srovnalosti.⁷³

⁷¹ Např. M. Benda k pravidlu dělitelnosti třemi, resp. devíti poznamenal:

Na př. číslo 1272 jest 3mi dělitelno, a součet prostých hodnot jeho číslic (1 + 2 + 7 + 2 = 12) jest také 3mi dělitelný.

...

Příčinu toho poznáme, rozložíme-li si dané číslo takto:

$$\begin{array}{r|l}
 1272 = & \begin{array}{l} 1000 = \dots\dots\dots 999 + 1 \\ 200 = 2 \times 100 = 2(99 + 1) = 2 \times 99 + 2 \\ 70 = 7 \times 10 = 7(9 + 1) = 7 \times 9 + 7 \\ 2 = \dots\dots\dots 2 \end{array} \\
 \hline
 1272 = & \underbrace{999 + 2 \times 99 + 7 \times 9}_{+1 + 2 + 7 + 2}
 \end{array}$$

Součet $999 + 2 \times 99 + 7 \times 9$ jest dělitelný 3mi i 9ti, záleží tudíž v uvedeném příkladě na součtu $1 + 2 + 7 + 2 = 12$. ([Be1], str. 37)

⁷² Po vysvětlení pojmu a ukázce největšího společného dělitele několika dvojčíselných čísel uvedl:

Vyhledati největší společnou míru čísel větších, jako na př. mezi čísly 440 a 640, anebo mezi čísly 552, 680, 736 atp., nemá žádné důležitosti. ([Be1], str. 38)

⁷³ Výuka dělitelnosti je z matematického a historického hlediska analyzována v práci Pazou-

13. Který společný násobek mají čísla 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12?

$$\begin{array}{lll} 2 = 2 & 6 = 2 \times 3 & 12 = 2 \times 2 \times 3 \\ 3 = 3 & 8 = 2 \times 2 \times 2 & \\ 4 = 2 \times 2 & 9 = 3 \times 3 & \end{array}$$

Společným násobkem jest součin činitelů $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$.

14. Toto číslo jest zároveň jejich nejmenším násobkem společným; proč?
([Úu14], str. 5)

Soustava desetinná

Ve všech studovaných početnicích nalezneme oddíly věnované zápisu čísel a převodu jednotek. J. Úlehla shrnul tato témata do třetí kapitoly *Soustava desetinná*.

V první řadě zde opět můžeme doložit autorovo zaujetí pro vzájemné propojování jednotlivých úloh. Ocitujme hned úvodní „problém“, jež se takřka komicky váže k výše uvedenému prvnímu příkladu první kapitoly. Fakticky však vystihuje obsah následujících příkladů:

1. *Když otec drobné mince spočítal, zapsal si jejich počet do pokladní knihy. Kterak to učinil?*
([Úu14], str. 5)

V souladu se soudobými učebnicemi J. Úlehla následně připomněl základní princip poziční desítkové soustavy, rozlišoval číslice a čísla a vedl čtenáře k procvičování pojmenování velkých čísel. Celkově vzato zpracoval téma na rozdíl od svých předchůdců podrobněji. Za hlavní důvody širšího stránkového rozsahu můžeme označit jeho zájem o dějiny matematiky a snahu zasadit představovanou látku do širších matematických souvislostí. Úlehlovo propojování historie a probíraného učiva dokládá 13. úloha, jež se obsahově vztahuje k starověkému matematickému problému.⁷⁴

13. *„Kaž položití pšeničné zrno na pole šachové desky, dvě zrna na druhé pole, 4 zrna na třetí pole, a tak dále na každé pole dvakrát tolik zrn, než bylo na předešlém,“ pravil prý jednou moudrý muž v indické zemi hrdému knížeti, jenž myslil, že všechno má a všechno může. Ukázalo se, že tolik zrn nebylo v říši knížecí, ba nebylo na světě. Šachová deska jest rozdělena na 64 polí, a zrn, jichž mudrlec požádal, bylo 18,,446.744,,073.709,551.615.*

Číslo toto čteme: osmnáct trilionů, čtyři sta čtyřicet šest tisíc, sedm set čtyřicet čtyři billiony, sedmdesát tři tisíce, sedm set devět millionů, pět set padesát jeden tisíc, šest set patnáct.
([Úu14], str. 6–7)

Úkolem příkladu bylo v podstatě shrnout formální způsob zápisu čísel a pojmenování jednotlivých řádů. Pro doplnění ještě citujme zajímavé dovětky k příkladu, jenž J. Úlehla připravil k vytvoření představy o takto „obrovském“ množství obilí:

rek K., *Algoritmy a principy ve vyučování matematice*. Disertační práce, MFF UK v Praze, 2012. Didaktické přístupy k výkladu největšího společného dělitele a nejmenšího společného násobku (resp. dalších příslušných témat) prezentované v učebnicích aritmetiky 2. poloviny 19. století a 1. poloviny 20. století jsou popsány v kapitole *Dělitelnost a její algoritmy v učebnicích* (str. 61–121).

⁷⁴ Jedná se o starou arabskou úlohu, která je do učebnic matematiky celkem pravidelně zařazována od 16. století.

14. *Jak si znázorníme million zrn?*

1 g vyváží 25 pšeničných zrn, 1 kg – 25 tisíc, 4 kg – 100 tisíc, 40 kg – million zrn; 40 kg jest pytel zrn.

15. *Jak si znázorníme billion zrn?*

40 kg vyváží asi 1 million zrn pšeničných, 100 kg – $2\frac{1}{2}$ mil., 10.000 kg – 250 mil.; 10.000 kg nebo 100 q jest náklad železničního vozu; 4 vozy by uvezly 1000 millionů, 4000 vozů by uvezlo 1 billion. Kdyby za den vyjelo z nádraží 100 vlaků, každý o 40 vozích, odvezly by asi billion zrn. ([Úu14], str. 7)

Jako reprezentanty Úlehlovy snahy přiblížit žákům „vyšší“ matematiku citujme nyní tři úlohy, pomocí nichž se žáci mohli od kulturních souvislostí, zde tradičního pojmenování některých počtů, dostat až k problematice převodu čísel mezi soustavami o různém základu:

9. *Jest možno řaditi čísla jinak než do 10, 100, 1000? Starší lidé počítají dosud někde na vrhy, mandele, kopy. Vrh jsou 3, mandel 15, kopa jest 60. Které věci se počítají takto dosud u nás?*

10. *Možno zvoliti za řadové jednotky 1, 5, 25, 125, 625... K napsování čísel stačily by pak číslice 1, 2, 3, 4. Napište kopy, mandel, sto, tucet, tři tucty, velký tucet řadovými jednotkami 1, 5, 25, 125... a číslicemi 1, 2, 3, 4. (220, 30, 400, 22, 121, 1034).*

11. *Jak se jmenuje soustava, v níž my zapisujeme čísla? Jak bychom nazvali soustavu, jejíž řadové jednotky by byly 1, 5, 25, 125, 625...? Nebo 1, 2, 4, 8, 16, 32...?* ([Úu14], str. 6)

Úlehlovo pojetí této kapitoly je mezi aritmetikami pro měšťanské školy poměrně výjimečné. Zajímavý je rovněž jeho originální přístup v úvodní úloze části o převodech jednotek, resp. o zápisu desetinných čísel. Matematicky vzato zde narazil na problém nekonečného (neperiodického) desetinného rozvoje odmocniny ze dvou, jemuž se následně věnoval v *Stupni II.* při výkladu algoritmu pro výpočet (přibližné) hodnoty druhé a třetí odmocniny:

29. *Nakreslete pozorlivě na tabuli čtverec, jehož strana je dlouhá 1 m; pak změřte úhlopříčnu.*

Budete potřebovati délek menších než 1 m. Jsou veličiny, kterých nelze počítati, které měříme. To jsou délka (plocha, prostor), čas, síla, váha, práce. Malou část takové veličiny ustanovuje počtář za jednotku. Ale ať ustanoví jakoukoli část za jednotku, vždycky potřebovati bude jednotek drobnějších a drobnějších. ([Úu14], str. 8)

Číslice římské

Kapitola *Číslice římské* je zpracována zcela analogicky soudobým početnicím. Popisuje význam jednotlivých římských početních znaků a zahrnuje příklady na převod vyjádření čísel mezi desítkovou a římskou soustavou. Vyberme z ní alespoň jednu úlohu. Ocitujme poslední, poněkud kuriózní otázku s následným komentářem:

62. Které počítání je dokonalejší, naše v desetinné soustavě arabskými číslicemi či počítání římské?⁷⁵

Desítková soustava a počítání v této soustavě se řadí k nejdůležitějším objevům lidského ducha. ([Úu14], str. 10)

Základní úkony početní

Přestože má tato část početnice největší stránkový rozsah ze všech kapitol *Stupně I.*, zahrnuje až na níže zmíněné téma pouze opakování učiva prvních pěti let obecné školy. Nebudeme se proto podrobně zabývat postupně všemi odstavci, zmíníme pouze její nejdůležitější rysy.

Kapitola je po obsahové stránce podobně jako výklad dělitelnosti velmi stručná. Neobsahuje řadu pouček ke tříbení počtářských dovedností, kterým dřívější autoři věnovali mnoho prostoru. Např. J. Horčíčka a J. Nešpor takto ulehčovali sčítání s přechodem přes základ:

3. *Sečítejte s výhodou, doplňující čísla, kterým jen několik jednotek do plné desítky (do plného sta) se nedostává, na plný počet desítek (set):*

a) $43 K + 59 K$; $38 hl + 78 hl$; $86 q + 99 q$; $245 m + 297 m$; ...⁷⁶ ([HN1], str. 10)

Dále všichni vyzdvihovali komutativní zákon násobení (reálných čísel), popisovali jednoduchost součinu celého čísla a jedenácti⁷⁷ a někteří rovněž násobení čísla 99, resp. 999, 9999 apod.⁷⁸ J. Úlehla založil kapitolu především na slovních úlohách, jež více či méně vztáhl ke každodenním praktickým počtům a jež až na výjimky metodicky nerozebral. Zmínil v podstatě jedinou početní pomůcku k násobení, kterou bychom matematicky popsali takto: násobíme-li složeným číslem, můžeme postupně násobit čísla jeho (prvočíselného) rozkladu:

45. *Úředník dostává za měsíc služného 248·45 K; kolik za 12 měsíců?*

Znásobíme-li 248·45 K nejprve třemi, vzniklý součin čtyřmi, bude 248·45 K násobeno 12ti.

$$\frac{K \ 248 \cdot 45 \times 3}{K \ 745 \cdot 35} \quad \frac{K \ 745 \cdot 35 \times 4}{K \ 2981 \cdot 40} \quad x = K \ 2981 \cdot 40.$$

([Úu14], str. 15)

⁷⁵ Číslování příkladů navazuje na předchozí kapitolu.

⁷⁶ Užíváme současný didaktický pojem „sčítání s přechodem přes základ“ z matematiky prvního stupně základní školy. V podstatě jím vystihujeme, že např. první uvedený součet čísel 43 a 59 je větší než 100. Podstatu „standardního“ výpočtu $43 + 59$ můžeme naznačit rovností $43 + 59 = 3 + 9 + 40 + 50 = 2 + (1 + 9) + 40 + 50$. J. Horčíčka a J. Nešpor uvažovali tento myšlenkový postup: $43 + 59 = 43 + 60 - 1 = 103 - 1$.

⁷⁷ Např. F. Kneidl a M. Marhan k součinu $678 \times 11 = 7458$ přiložili obrazec

$$\begin{array}{r} 8 \\ 8+7 \\ 1+7+6 \\ 1+6 \end{array}$$

([KM1], str. 25), kde jednotky součtů čísel v řádcích vyjadřují od shora jednotky, desítky, stovky a tisíce výsledku.

⁷⁸ M. Benda k této problematice uvedl: *Majíce násobiti 99, 999, 9999, násobíme 100, 1000, 10000 od součtu pak odečteme násobence. Na př.: $425 \times 99 = 425 \times 100 - 425 = 42500 - 425 = 42075$* ([Be1], str. 14). J. Horčíčka a J. Nešpor vysvětlili i násobení 98, 97, 995 apod.: *Je-li násobitel číslo, které jen o několik jednotek je menší než desítková jednotka nebo její násobek, odečteme od součinu vzniklého násobením desítkovou jednotkou nebo jejím násobkem, tolikrát násobek násobence, kolik se nedostává násobiteli do desítkové jednotky nebo jejího násobku.* ([HN1], str. 24)

Můžeme se domnívat, že důvodem stručnosti částí *a)* až *d)* (věnovaných „čtyřem“ základním operacím) bylo jeho zaujetí pro tzv. zkrácené násobení a dělení (určení součinu a podílu desetinných čísel se zadanou přesností), jež popsal v podkapitolách *e)* a *f)*. V roce 1902 publikoval článek *K methodice násobení a dělení zkráceného* [Úč32], v němž podrobně rozebral danou problematiku z matematického a didaktického hlediska.⁷⁹ V úvodu napsal:

Žákům se ukáže ve čtyřech nebo pěti „methodických výstupech“, jak by se zkráceně dělení mělo a mohlo, ale pak se už nikdy zkráceně nenásobí ani nedělí, ani v téže učebné knize. Potom totiž následují další málo souvislé „methodické výstupy“, neboť učebnice pro měšťanské školy jsou po pravdě hromada početních method, na jejichž procvičení není kdy, o jejichž procvičení se ani spisovatel mnoho nestará, učitel stejně postarati nemůže, a jež spolu ani nesouvisejí.
([Úč32], str. 6)

Následně ještě zkritizoval vyzdvihování tzv. posouvání desetinné čárky při násobení a dělení desetinných, resp. celých čísel:

Tato dvě základní pravidla o desetinném násobení a dělení postaví se vám do cesty jako dva těžké balvany, když máte učití násobení a dělení zkrácenému, a jsou asi vlastní příčinou, proč se pak žáci těchto počtů nemohou zmocniti.
([Úč32], str. 7)

Paradoxně však musíme podotknout, že ony dvě poučky J. Úlehla ve své početnici řádně zdůraznil a téma zkráceného násobení a dělení zpracoval naprosto analogicky jako dřívější autoři.

Počítání s čísly vícejmennými

Po obsahové stránce můžeme podstatu této kapitoly vystihnout následujícími příklady:

2. *Skutečný rok má 365 dní, 5 hodin, 48 minut a 46 sekund. Jaká je z toho chyba za 100 let, počítá-li se rok za 365 dní, a jaká, počítá-li se za 365 dní a 6 hodin?*
([Úu14], str. 6)

5. *7 měsíců, 13 dní a 17 hodin převed' na hodiny.*
([Úu14], str. 6)

13. *V trojúhelníku jsou úhly $97^{\circ} 38'$, $48^{\circ} 45'$. Jak veliký jest třetí úhel?*

Kružnice dělí se na 360° , stupeň na 60 minut ($'$), minuta na 60 sekund ($''$).
([Úu14], str. 8)

J. Úlehla se zde tedy věnoval početním operacím s čísly zapsanými v „tradičních“ nedesítkových soustavách. Ve vztahu k učebním osnovám opakoval látku dřívějších ročníků⁸⁰ a v porovnání s přístupy autorů ostatních početnic pojal toto téma analogicky až na určitou výjimku. Jako jediný uvažoval v některých příkladech všechny měsíce roku po „standardizovaných“ třiceti dnech, čímž zajímavě žáky připravoval na studium finanční matematiky ve vyšších ročnících.

⁷⁹ J. Úlehla se věnoval ve svých *Dějínách matematiky. Díl II.* také historii zkráceného násobení a dělení (viz [Úk9], str. 63).

⁸⁰ *Počítání s čísly vícejmennými* řadily osnovy do čtvrté a páté třídy obecné školy. Na měšťanských školách je přímo nepředepisovaly vyučovat.

4. *Kolik dní jest od 15. ledna, 23. února, 7. března do dnešního dne a) podle kalendáře, b) když se počítá měsíc po 30 dnech?* ([Úu14], str. 25)

Poznamenejme ještě, že spolu se všemi českými autory početnic (tj. vyjma F. Močnika) J. Úlehla vztáhl řadu slovních úloh na významné české osobnosti nebo důležité milníky našich dějin:

6. *Karel IV. panoval 32 léta, 3 měsíce a 3 dni; kolik je to dní? (Měsíce po 30 dnech.)* ([Úu14], str. 25)

18. *Kolik let uplynulo od založení university pražské (7. dubna 1348), upálení mistra Jana z Husí (6. července 1415), bitvy u Lipan (30. května 1434), smrti Jiřího z Poděbrad (22. března 1471)?* ([Úu14], str. 26)

20. *Vypočítej stáří Frant. Čelakovského (nar. 7. března 1799, zemř. 5. srpna 1852), Jana Kollára (nar. 29. července 1793, zemř. 24. března 1852), Pavla Šafaříka (nar. 13. května 1795, zemř. 26. června 1861), Karla Havlíčka (nar. 31. října 1821, zemř. 29. července 1856), Josefa Jungmanna (nar. 16. července 1776, zemř. 14. listopadu 1847), Boženy Němcové (nar. 5. února 1820, zemř. 21. listopadu 1862).*⁸¹ ([Úu14], str. 26)

Počítání zlomkové

Na počátku 20. století se žáci seznamovali se zlomky od druhého ročníku obecné školy, přičemž v páté třídě jejich studium prakticky završili. V prvním ročníku měšťanky měli osnovami určeno *cvičení opakovací*, což ovlivnilo zpracování této látky v početnicích. J. Úlehla spolu s ostatními autory učebnic aritmetiky shrnul základní vlastnosti zlomků a operace s nimi. Analogicky s charakterem části *Základní úkony početní* zpracoval kapitolu stručněji. Promítl do ní rovněž svůj zájem o historii matematiky:

24. *Ve staré egyptské početnici jest úkol: $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{28}$ doplň na $\frac{1}{2}$; a jiný úkol: $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{8}$ a $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{30}$ a $\frac{1}{45}$ doplň na $\frac{2}{3}$.* ([Úu14], str. 28)

Příklad nevyřešil, tedy není jasné, jakou metodu výpočtu předpokládal užít. V prvním díle monografie *Dějiny matematiky* ([Úk4], str. 24–25) přitom obě zadání uvedl a důkladně rozebral postup.

Jediné téma, jež nebylo v předchozích ročnících obecné školy pravděpodobně vyučováno, představuje převod periodického desetinného čísla na zlomek.⁸² Předvedme proto Úlehlovo řešení, před něž zařadíme ještě samotné vysvětlení pojmu občíslí, tj. perioda, a průpravu k samotnému převodu, násobení periodických čísel číslem celým:

50. *Převeď na číslo desetinné $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{24}{37}$.*

$10 = 2.5$, $100 = 2.2.5.5$, $1000 = 2.2.2.5.5.5$. *Proto se mohou převést na číslo desetinné jenom zlomky, jejichž jmenovatel mimo 2 a 5 jiných činitelů neobsahuje. Ostatní zlomky se mění v občíslí, t. v podíl, ve kterém se pravidelně některé číslice opakují.*

⁸¹ V zadání se objevují dvě překvapivé chyby. Správně je: Jan Kollár zemřel 24. ledna 1852 (nikoliv března) a Božena Němcová zemřela 21. ledna 1862 (nikoliv listopadu).

⁸² V osnovách není výuka této matematické dovednosti přímo zmiňována. Ze všech početnic pro prvních pět ročníků obecné školy výklad obsahuje pouze Močnikova *Čtvrtá početnice pro obecné školy* (1874, str. 62).

$4 : 9 = 0.444\dots$ $7 : 11 = 0.636363\dots$ Občísli píšeme jen jednou, začátek jeho pak a konec
 označujeme tečkou $7 : 11 = 0.6\dot{3}$. ([Úu14], str. 29)

54. $0.\dot{4} \times 9$, $0.\dot{6}\dot{3} \times 99$, $0.\dot{6}4\dot{8} \times 999$

$$\begin{array}{r} 0.\dot{4} \times 9 = 4.444\dots \\ \underline{-0.444\dots} \\ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.\dot{6}\dot{3} \times 99 = 63.636363\dots \\ \underline{-0.636363\dots} \\ 63 \end{array} \quad \begin{array}{r} 0.\dot{6}4\dot{8} \times 999 = 648.648648\dots \\ \underline{-0.648648\dots} \\ 643 \end{array}$$

55. Převed' $0.\dot{4}$, $0.\dot{6}\dot{3}$, $0.\dot{6}4\dot{8}$ na zlomek obyčejný.

$$0.\dot{4} = \frac{0.\dot{4}}{1} = \frac{0.\dot{4} \times 9}{9} = \frac{4}{9}; \quad 0.\dot{6}\dot{3} = \frac{0.\dot{6}\dot{3}}{1} = \frac{0.\dot{6}\dot{3} \times 99}{99} = \frac{63}{99}$$

([Úu14], str. 30)

Závěrem ocitujeme kuriózní příklad, jímž můžeme doložit Úlehlovo vtipné formulování některých úloh:

8. Na které drobnější zlomky a na kolik může hospodyně rozkrájet: a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, c) $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, d) $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$?

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12}$. Znásobíme-li stejně čitatele a jmenovatele, zlomek rozšíříme.

([Úu14], str. 27)

Počítání úsudkové

Kapitolu *Počítání úsudkové* J. Úlehla sestavil ze slovních úloh procvičujících základní aritmetické operace s přirozenými a desetinnými čísly a zlomky. Všechny příklady požadoval řešit z paměti, tím naplnil osnovami vymezené počty sousudkové. Charakter jednotlivých zadání lze přiblížit následujícími citacemi:

5. Na trhu v Třebíči byl q hrachu za 18 K; zač by prodal hospodář a) 2, 4, 8, 16 q ? b) 3, 6, 9, 12 q ? c) 5, 10, 15, 25, 30, 50, 100 q ? ([Úu14], str. 31)

9. Husa vykrmená vážila 6 kg. Hladná byla za 4·20 K, kukuřice sežrala za 3·30 K; zač bylo 6 kg husího masa, zač by bylo 12, 24, 36, 72 kg? ([Úu14], str. 31)

30. Ze 100 kg žita se namele 72 kg mouky chlebové; a) kolik mouky se namele z 10 kg, z 1 kg; b) kolik ze 12, 24, 48, 4, 8, 16, 32 kg?

31. 1 m kartonu prodává kramář za 80 h; a) zač jsou 2, 3, 4 m; b) zač 50, 25, 75, 20, 40, 60 cm; c) zač 60, 65, 70, 85 cm?

$$\begin{array}{r} 100 \text{ cm je za } 80 \text{ h} \\ \underline{50 \text{ cm je za } 40 \text{ h}} \\ 25 \text{ " " " } 20 \text{ " } \\ \underline{10 \text{ " " " } 8 \text{ " }} \\ 85 \text{ cm je za } 68 \text{ h.} \end{array}$$

(Počet provádíme z paměti.) ([Úu14], str. 33)

Dřívější autoři početnic se řídili osnovami z roku 1874, v nichž tematický celek počty sousudkové není přímo uveden. Samostatnou, resp. stejně pojmenovanou kapitolu *Počty sousudkové* zpracovali pouze F. Kneidl a M. Marhan ([KM1], str. 84–91). Úlohy na počítání z paměti však do svých učebnic přirozeně zahrnuli všichni autoři, od písemně řešených příkladů je buďto odlišili příslušným nadpisem ([KM1], [HN1]) nebo je označili hvězdičkou ([Mo5], [Be1]).⁸³

⁸³ Např. F. Močnik na samotném začátku početnice poznamenal: *Úkoly zde i dále hvězdičkou (*) označené určeny jsou k rozřešování z paměti.* ([Mo5], str. 3)

Počet procentový

V době vydání Úlehlových početnic byla výuka procent na měšťanských školách rozdělena do dvou částí. Do prvního ročníku byly osnovami nejprve předepsané *jednoduché počty procentové*, do druhého ročníku potom *užití procentového počtu k řešení úloh, jež se často vyskytují v hospodářských poměrech místního a okolního obyvatelstva*. J. Úlehla nadepsal oba tematické celky shodně *Počet procentový*. V kapitole prvního stupně nejprve zajímavým způsobem motivoval zavedení pojmu procento:

1. Otec zavezl do mlýna 80 kg žita a dostal 56 kg mouky a 20 kg otrub; a) kolik kg mouky dostal z 10 kg žita? kolik ze 100 kg? b) kolik kg otrub dostal z 10, 100 kg žita? ([Úu14], str. 34)

5. Vypočítej setinu ze 20, 60, 75, 185 kg.

Ze slovo setina říkáme také ze sta nebo cizím jménem procento, a procento značíme $\frac{0}{0}$. ([Úu14], str. 34)

Následující zadání založil na poznatcích z chemie a biologie a vybídl ke geometrickému znázornění významu procent. Snahou o budování grafické představy J. Úlehla vynikl, neboť v dřívějších početnicích nejsou obdobné náměty na spojení vizuálního vnímání a procent zpracovány.

6. Ve dřevě je $46\frac{0}{0}$ uhlíku, $51\frac{0}{0}$ kyslíku a $3\frac{0}{0}$ vodíku. Narýsuj čtverec o 1 dm^2 a rozděl na 100 dílků o 1 cm^2 ; označ 46 čtverečků temným stínováním, 51 lehkým stínováním a 3 nechej bez stínování.

7. V cukru je $42\frac{0}{0}$ uhlíku, ve dřevě $46\frac{0}{0}$, v lihu $52\frac{0}{0}$, v sádle $77\frac{0}{0}$, v petroleji $86\frac{0}{0}$ a v benzínu $92\frac{0}{0}$. Udělej na tabuli 6 přímků vodorovných po 100 cm a na nich označ tyto poměry.

8. V lidském těle je v mládí $87\frac{0}{0}$ vody, ve stáří $70\frac{0}{0}$. Toto znázorni jako v př. 7. ([Úu14], str. 34)

Vyjma těchto úloh však J. Úlehla pojal výklad látky i uspořádání příkladů velmi podobně jako dřívější autoři. Pro dokreslení proto citujme základní (řešené) úlohy procentového počtu:

14. Sedlák zavezl do mlýna 420 kg žita a dostal $70\frac{0}{0}$ mouky a $25\frac{0}{0}$ otrub; kolik dostal kg mouky a otrub?

$$\begin{array}{r} 100\frac{0}{0} = 420\text{ kg} \\ 1\frac{0}{0} = 4\cdot 2\text{ kg} \\ 70\frac{0}{0} = 4\cdot 2\text{ kg} \times 70 = 294\text{ kg} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 100\frac{0}{0} = 420\text{ kg} \\ 25\frac{0}{0} = 105\text{ kg} \end{array}$$

Daný počet sluje hlavní částka ($100\frac{0}{0}$, 420 kg), setina jeho sluje procento ($1\frac{0}{0}$, 4·2 kg), daný počet procent sluje míra procentová ($70\frac{0}{0}$, $25\frac{0}{0}$), součin procenta a míry procentové jest výnos procentový (294 kg, 105 kg). ([Úu14], str. 35)

23. Ze 450 kg švestek svěžích dostal sadař 128 kg švestek sušených; kolik procent?

$$1\frac{0}{0} = 4\cdot 5\text{ kg}, x = 128 : 4\cdot 5. \quad ([Úu14], \text{ str. } 35)$$

28. Z řepy, kterou zavezl hospodář do cukrovaru, odčítali mu $5\frac{0}{0}$, a to bylo 148 kg; kolik kg řepy hospodář zavezl?

$$5\frac{0}{0} = 148\text{ kg}; 1\frac{0}{0} = 29\cdot 6\text{ kg}, 100\frac{0}{0} = 2960\text{ kg}. \quad ([Úu14], \text{ str. } 34)$$

Jako určitou kuriozitu uvedeme na závěr dvě úlohy, u nichž není úplně zřejmé, „co se má vypočítat“. Dobová fakta těchto příkladů však nemohou nechat současného čtenáře bez povšimnutí:

12. *Z lidí starších přes 6 let neumí číst ani psát v Rusku $76\frac{0}{0}$, ve Španělsku $68\frac{0}{0}$, v Uhrách $48\frac{0}{0}$, v Rakousku $36\frac{0}{0}$, v Itálii $31\frac{0}{0}$, ve Francii $4\frac{0}{0}$, v Dánsku $0\cdot 25\frac{0}{0}$, ve Švédsku $0\cdot 20\frac{0}{0}$, v Německu $0\cdot 03\frac{0}{0}$.*

13. *Do obecné školy chodí asi $90\frac{0}{0}$ dětí, do škol středních a vysokých jenom $10\frac{0}{0}$.* ([Úu14], str. 35)

Trojčlenka jednoduchá

Z didaktického hlediska představuje trojčlenka formální metodu řešení úloh na přímou a nepřímou úměrnost a vede k určení neznámé z jednoduché lineární rovnice. Vzhledem k tomu, že byla v osnovách, resp. v Úlehlově početnici zařazena před rovnice, úzce navazuje na výše analyzovanou kapitolu o poměru a srovnalosti představující v podstatě nezbytný matematický aparát k jejímu řešení.

Předvedme nyní na vysvětleném příkladu „na přímou úměrnost“, jakým způsobem J. Úlehla k problematice přistoupil:

16. *Cyklista ujede za 60 minut 24 km, za kolik minut přejeđe 100 km?*

Posoudíme-li, že neznámý počet minut jest větší než počet daný, nežli 60 minut, poznáme, že $x : 60$ jest poměr dvojí doby, $100 : 24$ poměr dvojí dráhy a že

$$x : 60 = 100 : 24 \text{ jest trojčlenka.}$$

Minuty a kilometry jsou veličiny různé, ale závislé na sobě tak, že se za 2-, 3-, 4krát více minut projede 2-, 3-, 4krát více kilometrů. Rovné poměry jejich srovnávají se přímo.

Řešení trojčlenkou má tuto úpravu:

$$\begin{array}{l} a) \text{ podmínka: } \quad \text{za } 60 \text{ minut } \text{ujede } 24 \text{ km} \\ b) \text{ otázka: } \quad \quad \text{za } x \text{ minut } \quad \text{„ } 100 \text{ km} \\ \hline c) \text{ trojčlenka } \quad x : 60 = 100 : 24 \\ d) \text{ výpočet: } \quad x = \frac{60 \times 100}{24}, x = 250 \text{ minut.} \end{array}$$

([Úu14], str. 39–40)

Znamé vyznačování přímé, resp. nepřímé úměrnosti v zápisu trojčlenky pomocí shodně, resp. opačně orientovaných šipek u J. Úlehly překvapivě absentuje. Přitom se objevuje v předchozí početnici, tedy v práci J. Horčíčky a J. Nešpora [HN1]⁸⁴ a dále v novějších aritmetikách.

⁸⁴ Předvedme k tomu řešení jedné úlohy:

Na 5 košil je potřeba 16 m plátna; kolik m plátna spotřebuje se na tucet košil?

$$\begin{array}{l} \text{podmínka} \quad \uparrow \uparrow \quad 5 \text{ koš.} \quad \uparrow \uparrow \quad 16 \text{ m} \\ \text{otázka} \quad \quad \uparrow \uparrow \quad 12 \text{ „} \quad \uparrow \uparrow \quad x \\ \hline x : 16 = 12 : 5 \\ x = \frac{16 \times 12}{5} \\ x = 38\frac{2}{5} \text{ m} \end{array}$$

Obojí veličiny jsou přímo úměrny (vizte stejný směr obou šipek), neboť na více košil je třeba více plátna.

([HN1], str. 89)

Řešení úlohy na nepřímou úměrnost J. Úlehla zpracoval analogicky,⁸⁵ na procvičení sestavil příklady obdobné náročnosti a k diskusi vyběhl těmito zadáními:

18. *Kterak poznáme, že se dva poměry srovnávají a) přímo? b) nepřímo?*
 19. *Kterak zapisujeme trojčlenku, když se oba poměry srovnávají a) přímo? b) nepřímo?* ([Úu14], str. 40)

Předpokládal rovněž, že by žáci řešili vybraná zadání také z paměti a sami si tvořili úlohy takříkajíc ze života:

33. *Úkoly od 17. do 32. nebo úkoly podobné, jež sami si připravíte podle své zkušenosti, vypočítejte úsudkem.* ([Úu14], str. 41)

Trojčlenka složená

Podstatu této kapitoly, resp. charakter zpracované látky stručně předvedeme citací první úlohy:

1. *12 dělníků pracovalo po 5 dní a obdrželo K 198.– mzdy; kolik korun dostalo by 16 dělníků za 6 dní?* ([Úu14], str. 42)

J. Úlehla analogicky s popisem jednoduché trojčlenky vysvětlil postup a zajímavě komentoval formální pomůcku pro rychlé sestavení číselného výrazu vyjadřujícího neznámou:

„Čím více dělníků, tím více mzdy“, napíšeme proto 16 do čitatele a 12 do jmenovatele; „čím více dní, tím více mzdy“, dáme proto 6 do čitatele a 5 do jmenovatele; tedy:

$$x = \frac{K \ 198 \times 16 \times 6}{12 \times 5} \quad ([Úu14], \text{ str. } 43)$$

Umocňování a odmocňování dvěma

Pro dnešního čtenáře je tato kapitola do jisté míry spíše exkurzí „do světa bez kalkulačky“. Obsahuje početní algoritmy k určování druhé mocniny a odmocniny, jež ze současných kurikul základní školy vzhledem k užívání výpočetní techniky vymizely. V Úlehlově podání je jejím charakteristickým rysem propojování příslušných aritmetických operací s plošnou mírou, resp. s obsahem čtverce a obdélníku. Lze jej doložit spolu s ukázkou zavedení pojmu druhá mocnina těmito citacemi:

3. *Sestroj čtverec, jehož strana má 67 cm, a vypočítej, kolik cm² jest v něm.*

Místo 7 × 7 píšeme 7², místo 5 × 5 píšeme 5², místo 67 × 67 píšeme 67², což vyslovujeme 67 na druhou.

⁸⁵ Nepřímou úměrnost J. Úlehla vyložil na řešeném příkladu, k němuž nejprve poznamenal: *počet dělníků a doba pracovní jsou veličiny různé, ale závislé na sobě tak, že 2, 3, 4krát více dělníků vykoná práci za 2, 3, 4krát kratší dobu. Rovné poměry jejich srovnávají se nepřímo.* Samotnou úlohu a postup řešení formuloval takto:

17. *Hospodář ví, že potřebuje 12 dělníků, aby se práce vykonala za 5 dní; kolik dělníků pozve, aby práce byla hotova za 4 dní?*

Když posoudíme, že neznámý počet dělníků jest větší než 12, poznáme, že $x : 12$ jest poměr dělníků, $5 : 4$ poměr pracovních dnů, poměry ty že jsou rovny a $x : 12 = 5 : 4$ že jest trojčlenka.

a) podmínka:	12 dělníků	pracuje	5 dní	
b) otázka:	x	„	4 dní	
c) trojčlenka	$x : 12 = 5 : 4$			
d) výpočet:	$x = \frac{5 \cdot 12}{4}$, $x = 15$ dělníků.			

([Úu14], str. 40)

Součin dvou stejných činitelů sluje druhá mocnina, vypočítávání druhé mocniny sluje umocňování dvěma, číslo mocněné sluje mocněnec, číslice 2 shora po pravé straně, která udává, kolikrát se daný činitel opakuje, sluje mocnitel. ([Úu14], str. 43)

5. čtverec o straně 67 cm rozděl a) na čtverec 60^2 , b) na obdélník $60 \cdot 7$, c) obdélník $60 \cdot 7$, d) čtverec 7^2 .

6. Plochy b), c), d) srovnej v jediný obdélník a udej, jak je tento obdélník dlouhý a široký. ([Úu14], str. 43)

Budování geometrické představy o druhé mocnině bylo rozvinuto v početnicích první poloviny 20. století, kde bylo podpořeno mnoha ilustracemi. Prvně se objevilo ve druhém dílu početnice J. Horčíčky a J. Nešpora ([HN2], str. 3).

Samotné algoritmy umocňování J. Úlehla předvedl analogicky svým předchůdcům, resp. následovníkům. Věnoval se nejprve druhé mocnině přirozeného čísla n , pro které platí, že $10 < n < 100$. Uvažoval rozklad $n = a + b$ vycházející z rozvinutého dekadického zápisu čísla n , resp. za a položil násobek deseti, jehož druhou mocninu mohl jednoduše určit. Pro výpočet n^2 využil vztahů $n^2 = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = a^2 + (2a + b)b$:

10. Ukaž, že a) $67^2 = 60^2 + 60 \cdot 7 + 60 \cdot 7 + 7^2$, aneb $= 60^2 + 127 \cdot 7$;

b) $65^2 = 60^2 + 60 \cdot 5 + 60 \cdot 5 + 5^2$, aneb $= 60^2 + 125 \cdot 5$

11. Vypočítej, kolik cm^2 jest ve čtverci, jehož strana má 65 cm.

1. 65×65

390

325

4225

2. dle vzoru a): 65^2

$6^2 = 36$

$2 \cdot 6 \cdot 5 = 60$

$5^2 = 25$

4225

3. dle vzoru b): $65^2 = 36 \dots$

125 625

4225

([Úu14], str. 44)

Pro výpočet druhé mocniny troj- a víceciferných čísel opět rozložil zadané číslo na součet jednotek, desítek, stovek, resp. vyšších řádů. Zde uvažoval vztahy $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac = a^2 + (2a + b)b + (2a + 2b + c)c$ (pro $(a + b + c + d)^2$ a „vyšší“ analogicky) a neopomenul zdůraznit jejich geometrický význam:

13. Sestroj čtverec, jehož strana má 67 cm, a přidej k němu po dvou stranách pás široký na 5 mm. Obdržíš čtverec, jehož strana má 675 mm ...

14. Ukaž také, že se čtverec o straně 675 mm = 6 dm 7 cm 5 mm přirozeně dělí na tři plochy: $36 \text{ dm}^2 + 889 \text{ cm}^2 + 6725 \text{ mm}^2$. ([Úu14], str. 44)

V příkladech na procvičení nechal žáky počítat druhé mocniny přirozených a desetinných čísel. Umocňování druhých jmenovaných však nijak neokomentoval, tj. nezmínil běžný postup popsany v početnici u násobení a dělení, při kterém nejprve pracujeme s příslušným přirozeným číslem a následně odpovídajícím způsobem posouváme desetinnou čárku. Za nejnáročnější úlohu kapitoly můžeme považovat výpočet čísla $640,25^2$.

Odmocňování dvěma bylo na tehdejších měšťanských školách založeno na stejných algebraických úvahách jako umocňování, pouze je „využilo opačným směrem“. Představme je na řešeném příkladu, k němuž vytvořme pro lepší orientaci obrázek. Podobné ilustrace můžeme nalézt v [HN2] a v početnicích první republiky. Úlehlovy učebnice je neobsahuje:⁸⁶

⁸⁶ V řešení citovaného 22. příkladu je chyba. Pod poznámkou *výpočet tento upravujeme takto*

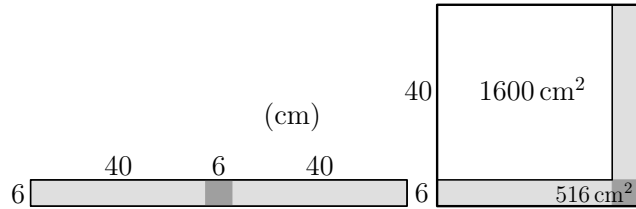
22. Sestroj čtverec, jenž má 2116 cm^2 .

$$\begin{aligned} \text{a) } 2116 \text{ cm}^2 &= 21 \text{ dm}^2 \quad 16 \text{ cm}^2 \\ &= 16 \text{ dm}^2 \quad 516 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

b) 16 dm^2 jest plocha čtverce, jehož strana jest dlouhá $4 \text{ dm} = 40 \text{ cm}$; 516 cm^2 jest plocha obdélníku, který se k tomuto čtverci připojuje po dvou jeho stranách jako pás a s ním činí nový čtverec. Ten jest pak delší než 80 cm . Přiměříme-li 80 k 516 , vypočteme, že obdélník jest široký 6 cm , dlouhý 86 cm , plocha jeho jest $86 \text{ cm}^2 \times 6 = 516 \text{ cm}^2$.

Výpočet tento upravujeme takto:

$$\begin{array}{r} \sqrt{22|16} = 46 \quad \text{aneb} \quad \sqrt{22|16} = 46 \\ -16 \qquad \qquad \qquad 516 : 86 \\ \hline 516 : 86 \\ -86 \times 6 \end{array}$$



([Ú14], str. 44)

Následně byla v početnicích věnována pozornost odmocňování čísel, jež nejsou čtvercová. Byl užit stejný algoritmus, zde však vedl k nekonečnému počtu kroků. Jeho dílčí výsledky byly vždy menší než hledané číslo a s přibývajícím počtem kroků byly přesnější. J. Úlehla vysvětlil postup na příkladu výpočtu $\sqrt{40}$:

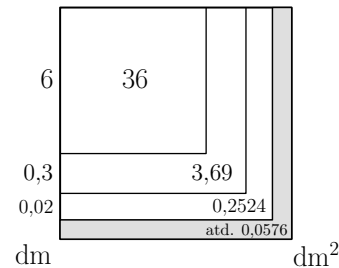
29. Sestroj čtverec o 40 dm^2 .

a) Narýsujeme-li čtverec o 36 dm^2 , zbudou $4 \text{ dm}^2 = 400 \text{ cm}^2$, jež bude připojiti jako pás po dvou stranách hotového čtverce. Pás tento jest delší než 120 cm . Přiměříme-li 120 ke 400 , vypočteme, že pás ten jest široký 3 cm , dlouhý 123 cm , a plocha jeho že jest 369 cm^2 .

b) Do 40 dm^2 nedostává se ještě $31 \text{ cm}^2 = 3100 \text{ mm}^2$. Třeba připojiti ještě pás. Ten bude delší než $2 \times 63 \text{ cm}$, než 1260 mm . Přiměříme-li 1260 k 3100 , dovíme se, že druhý pás jest široký 2 mm , dlouhý 1262 mm , plocha přidaná po druhé že má 2524 mm^2 . Nedostává se ještě 576 mm^2 atd.

Výpočet konáme takto:

$$\begin{array}{r} \sqrt{40} = 6.3245 \qquad \qquad x = 6.3245 \text{ dm} \\ 400 : 123 \\ 3100 : 1262 \\ 57600 : 12644 \\ 702400 : 126485 \\ 69975 \end{array}$$



([Ú14], str. 44)

Schéma vpravo bylo k citaci opět přikresleno pro lepší orientaci v problému. Komentář jednotlivých kroků výpočtu J. Úlehla pojal obdobně jako ostatní autoři početnic, samotný zápis *výpočet konáme takto* však pojal stručněji. Kapitulu zakončil tímto nejobtížnějším příkladem:

35. Odmocni 0.00326854 na osm deset. míst. ([Ú14], str. 47)

Matematickou podstatu umocňování a odmocňování J. Úlehla podrobně popsal v článku *Mocnění a odmocňování methodou Hornerovou* [Úč21], k němuž rovněž připojil obrázek podobný námi připraveným. Z hlediska historie má prezentovaný postup výpočtu kořeny ve starověké a středověké matematice. J. Úlehla se mu věnoval ve svých *Dějínách matematiky* ([Úk4], str. 168–169 a [Úk9],

má být $\sqrt{21|16} = 46$ aneb $\sqrt{21|16} = 46$. V dalších vydáních početnice se tento překlep již nevyskytuje.

str. 60).⁸⁷ Svůj zájem o vývoj této vědy promítl do početnice poznámkou o původu odmocnítka:

Značka tohoto úkonu jest $\sqrt{\quad}$, jež vznikla z r, začátečního písmene latinského slova radix (kořen, odmocnina). ([Úu14], str. 45)

Umocňování a odmocňování třemi

Z matematického hlediska byl výklad umocňování a odmocňování třemi na tehdejších měšťanských školách založen na podobném principu jako výpočet druhé mocniny a odmocniny. Rozdílem bylo pouze využití vztahu $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, resp. třetí mocniny troj a více členu.

Nebudeme nyní podrobně probírat Úlehlovo zpracování této kapitoly, je podobné výše analyzované části. Zmíníme pouze jeho nejdůležitější rysy. Pro podporu vizuální představy umocňování a odmocňování třemi J. Úlehla přirozeně využil objem krychle a kvádrů. V devátém příkladu kapitoly vedl žáka ke tvorbě prostorového modelu třetí mocniny pěti, demonstroval přitom vztah $5^3 = (3 + 2)^3 = 3^3 + 2^3 + 3 \cdot 3^2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2^2$:

9. *Z příhodné hmoty (hlíny, řepy) udělej krychli, jejíž hrana má 5 cm a třemi řezy ji rozděl, abys obdržel*

a) *krychli o hraně 3 cm, b) krychli o hraně 2 cm,*

c) *tři hranoly o rozměrech 3 cm, 3 cm, 2 cm,*

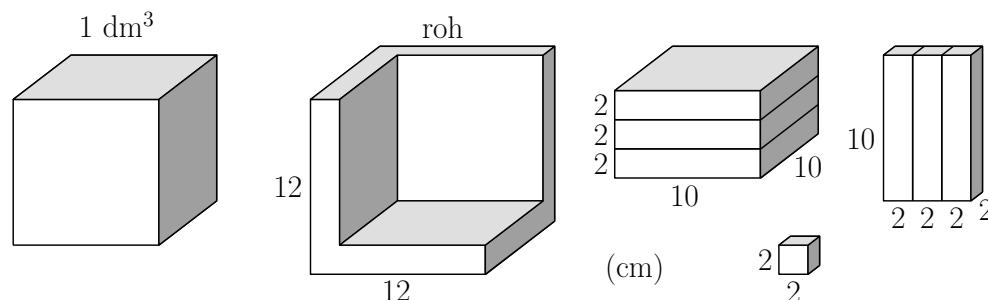
d) *tři hranoly o rozměrech 3 cm, 2 cm, 2 cm.*

([Úu15], str. 3)

Takový přístup je mezi dřívějšími i prvorepublikovými početnicemi výjimečný. Bohužel obtížně dnes dokážeme posoudit, do jaké míry byla tvorba takových modelů z *hlíny* nebo *řepy* na školách skutečně realizována.

K přiblížení třetí odmocniny J. Úlehla využil zajímavé označení *roh* pro horní část krychle. Nejprve vysvětlil význam tohoto pojmu na příkladu k řešení zpaměti. Pod citaci přikládáme obrázky, jimiž postup ilustrujeme.

11. *Z krychle, jejíž hrana má 12 cm, vyjmi v paměti dm^3 , aby ti zbyl roh, jenž se dá rozdělit na tři hranoly větší, tři hranoly menší a malou krychli; vypočítej krychlový obsah tohoto rohu.* ([Úu15], str. 3)



Pro úplnost ještě uvedme část Úlehlova vysvětlení algoritmu odmocňování třemi. Je výjimečné důsledným uplatňováním geometrické představy o prováděných výpočtech. Ve starších početnicích bylo prezentované více mechanicky:

⁸⁷ Výpočtu odmocniny založenému na druhé mocnině dvojčlenu (resp. troj a více členu) se podrobně věnují pro jednotlivá období historie matematiky publikace [Hu08], str. 110–115, [Ju78], str. 48–51 (starověká Čína), [Ju78], str. 119–121 (starověká Indie), [Ju78], str. 240–242 (starověké arabské země), [BJ01], str. 252–254 (středověká Evropa).

Z matematického hlediska se jedná o určení, v jakém poměru je třeba míchat dražší a levnější mouku. Zápis řešení lze vysvětlit takto: rozdíl ceny obou druhů mouky je 5 h, rozdíl ceny pětiny kilogramu je potom 1 h. Vzhledem k požadované ceně 32 h za 1 kg je třeba vzít na jeden kg směsi $\frac{2}{5}$ kg ($\frac{|30-32|}{5}$ kg) dražší a $\frac{3}{5}$ kg ($\frac{35-32}{5}$ kg) levnější mouky. Mícháme tedy v poměru 2 : 3. Chceme-li 25 kg směsi, musíme jmenované pětiny násobit tímto množstvím.⁸⁸

V závěru kapitoly, v *počtu spolkovém* byly zpracovány příklady, jejichž obsahem je dělení daného množství v určitém poměru. Charakter jejich zadání spolu s Úlehlovým komentářem řešení lze vhodně ukázat na úvodním příkladu:

44. Čtyři hospodáři si postavili most přes říčku za 1680 K a zaplatili podle toho, kolik měl kdo pozemků za řekou. A měl 4·5, B 7·4, C 8·3, D 9·8; kolik peněz zaplatil který hospodář?

a) Kolik ha polí měli hospodáři dohromady za řekou?

b) Který podíl připadá na jeden ha?

c) Který na 4·5, 7·4, 8·3 a 9·8 ha?

([Úu14], str. 68)

Řetězový počet

Část *řetězový počet* je v jednotlivých početnicích pro měšťanské školy zpracována podobně. Obsahuje numerické úlohy vázané na kurzovní vztahy měn a převody jednotek, představuje jednodušší téma charakteristické potřebným sledem aritmetických operací, tzv. *řetězovým spojováním* nezbytným k vyřešení předkládaných úloh a má výrazný praktický ráz.

V úvodní úloze nejprve J. Úlehla relativně podrobně problematiku vysvětlil, předvedl způsoby výpočtu a následně vedl k „řetězení“, tj. k sestavování příslušných zlomků mechanizujících a zefektivňujících řešení. Předvedme jej následujícími citacemi a pro dokreslení typu dalších úloh připojme ještě přepis dvou zadání se zajímavou zemědělskou problematikou.⁸⁹

⁸⁸ Pokud bychom řešili úlohu soustavou, v níž neznámé x , y představují množství dražší a levnější mouky (v kilogramech), uvažovali bychom rovnice

$$\begin{aligned}x + y &= 1, \\35x + 30y &= 32.\end{aligned}$$

Na základě dosazovací metody řešení soustavy můžeme obdržet vztahy

$$\begin{aligned}35x + 30(1 - x) &= 32, \\35(1 - y) + 30y &= 32,\end{aligned}$$

neboli

$$\begin{aligned}35x - 30x &= 32 - 30, \\35y - 30y &= 35 - 32.\end{aligned}$$

Z levých stran těchto rovnic je patrný uvažovaný rozdíl ceny 1 kg obou druhů mouky, z pravých stran potom rozdíl ceny 1 kg požadované směsi a příslušného druhu mouky. Řešením soustavy je dvojice $[x, y] = \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right]$.

⁸⁹ Znak š ve třetí úloze představuje německý fenik.

2. 2. května 1907 bylo žito na říjen v Berlíně za 172, v Pešti za 8·54 K; kde bylo dražší, bylo-li 100 M za 117·60?

3. Hamburk 2. května 1907. Káva 28. Zpráva praví, že se za $\frac{1}{2}$ kg platilo 28 feniků. Za kolik h byl podle toho kg kávy?

$$x h = \frac{1 \text{ kg} \times 28 \text{ š} \times M \times 117 \cdot 60 \text{ K} \times 100 h}{0 \cdot 5 \text{ kg} \times 100 \text{ š} \times 100 M \times K} \quad ([\text{Úu15}], \text{ str. 31})$$

23. Kolik m^2 pole žitného je třeba, aby na něm narostl pro tebe chléb, potřebuješ-li denně $\frac{1}{6}$ kg chleba, napekou-li se ze 3 kg mouky 4 kg chleba, namele-li se 72 kg mouky ze 100 kg žita, naroste-li 70 kg žita na a?

24. Kolik ha pole žitného je třeba, aby na něm pro český lid narostlo dosti chleba (po $\frac{1}{6}$ kg denně na osobu)? ([Úu15], str. 32)

O číslech protivných

Čísla protivnými nebo také vztažnými byla v učebnicích pro měšťanské školy nazývána záporná celá čísla. Jaké z těchto dvou označení bylo v jednotlivých početnicích voleno, souviselo se způsoby představení záporných čísel. Lze vypořozovat, že pokud bylo jejich vysvětlení založeno především na fyzikálních veličinách, tedy na teplotě pod bodem mrazu, „nadmořské výšce“ pod hladinou moře, síle působící protisměrem, bylo užíváno pojmenování protivná čísla. Druhé, vztažná čísla se objevovalo v učebnicích, v nichž bylo zavedení záporných čísel ukazováno na financích, tedy vztahu dluhu a jmění, ztráty a zisku nebo útraty a výdělku.

J. Úlehla kombinoval oba dva přístupy. V úvodu kapitoly nejprve zmínil „červená čísla“ ze světa financí:

1. Kde se končí přirozená řada čísel, počítáme-li od 10 k 1?

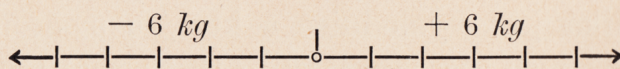
Když dítě počítá od 10 k 1, zastaví se u nicky; myslí, že menšího čísla již není; kdo však hospodaří od tisíce ke stu, ten se u nicky nezastaví, tomu se děje, že má nejprve 4000 K, potom 2000 K, 1000 K, 100 K, pak nic, pak 100 K dluhu, 200, 400, 1000 K dluhu. Kdo má 5 K dluhu, má méně peněz než ten, kdo vůbec peněz nemá. ([Úu15], str. 39)

3. Směrem kladným působí 6 kg, směrem záporným 6 kg; kolik kg má výslednice těchto sil?

4. Kůň táhne vůz na pravo silou 120 kg, druhý kůň na levo silou 100 kg; kolik kg možno naložiti na vůz, jestliže vůz sám váhy nemá? Kterým směrem vůz pojede?

Poznačíme-li kroužkem o bod, na který obě síly působí, bude

$$a) - 6 \text{ kg} \circ + 6 \text{ kg} = 0 \quad b) - 100 \text{ kg} \circ + 120 \text{ kg} = + 20 \text{ kg}$$



5. Směrem kladným působí 9 kg, směrem záporným 5 kg; kolik kg má výslednice a kterým směrem působí?

$$- 5 \text{ kg} + 9 \text{ kg} = + 4 \text{ kg}$$

Protivná čísla. Síly působící kladným a záporným směrem, 11 × 5,4 cm.

Následně vysvětlil sčítání a odčítání celých čísel, jako hlavní motivační prostředek přitom použil sílu. Sestavil celkem jedenáct úloh, v nichž vysvětloval práci se znaménky a v nichž kladná a záporná čísla kladl do souvislosti se směrem působení síly. Příklady doplnil obrázky, resp. jednoduchými schémata. Zdůrazněme, že se jedná o jediné ilustrace v celé početnici. Jakým způsobem byly zhotoveny, ukazujeme obrázkem na předchozí straně.

Násobení a dělení celých čísel představil na financích, součin dvou záporných čísel vysvětlil takto:

22. *Hospodář měl v pozemkových knihách čistého jmění za 7000 K, ale z dluhů, které na statku vázly, uplatil 5krát po 300 K; přibylo mu jmění či ubylo?*

Komu ubylo $(-)$ 5krát po 300 K dluhu $(-)$, tomu přibylo $(+)$ 1500 K. Píšeme $(-5) \times (-300K) = +1500K$. ([Úu15], str. 41)

Poslední třetinu kapitoly J. Úlehla naplnil příklady na procvičování. Většinu z nich napsal s cílem upevnit žákovské dovednosti při operacích s celými čísly. Závěrečnými úlohami však přesahoval k látce následující kapitoly:

29. *Násob $(40 + 2)(40 - 2)$, $(50 + 4)(50 - 4)$, $(60 + 7)(60 - 7)$ a vyslov pravidlo, které odtud plyne pro pamětné počítání.* ([Úu15], str. 42)

V tomto příkladu vedl žáky k „objevení“ vztahu $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$. Jeho praktickým přesahem k počítání z paměti je pochopitelně rychlé násobení dvou celých čísel, jež se o jistou hodnotu liší od násobku deseti. V uvedeném příkladu jde o součiny $42 \cdot 38 = 40^2 - 2^2$, $54 \cdot 46 = 50^2 - 4^2$ a $67 \cdot 53 = 60^2 - 7^2$.

O číslech obecných

Poslední část kapitoly *O číslech protivných* a kapitola *O číslech obecných*, rozuměno „o proměnných“, se obsahově překrývá se současnými tematickými celky číselné výrazy a výrazy s proměnnými (resp. dále mnohočleny a lomené výrazy). Tato látka je dnes vyučována zpravidla v 8. a 9. ročníku základní školy, případně v 1. ročníku střední školy, v příslušných vzdělávacích plánech, resp. v učebnicích je rozepsána mnohem podrobněji než na přelomu 19. a 20. století.

J. Úlehla pojal kapitolu pouze v rozsahu jedné a půl strany. Byl však vůbec první, kdo do početnice pro měšťanskou školu výrazy s proměnnými zařadil. Bylo to dáno tím, že proti svým předchůdcům zpracoval učebnice podle výše představených nových osnov z roku 1910, v nichž bylo původní učivo *počítání s protivnými veličinami* přepsáno na *čtvero prvních základních počtů s protivnými veličinami a čísla zvláštními* ([Os10], str. 6).

Obraťme nyní pozornost k didaktickému charakteru kapitoly. J. Úlehla nejprve vysvětlil podstatu proměnné:

3. *Obdélník má délky a cm, šířky b cm; kolik cm^2 má plochy? $x = ab$*

4. *Základna trojúhelníku jest a , plocha p ; jak veliká jest výška?*

$$v = \frac{2p}{a}$$

Čísla a , b , p , v , x jsou čísla obecná; při nich buď nevíme nebo prozatím nedbáme, kolik obsahují jednic. Jejich součet, rozdíl, součin a podíl jen naznačujeme:

$$a + b, a - b, ab, \frac{a}{b} \quad ([Úu15], \text{str. 42})$$

Následně připravil úlohy věnované sčítání, odčítání a násobení výrazů. Např. násobení mnohočlenu mnohočlenem ukázal bez jediného komentáře takto:

$$6. (x + a)(y + b) = xy + ay + bx + ab. \quad ([\text{Úu15}], \text{ str. 43})$$

V dalších pěti stručných úlohách vybídl např. k roznásobení $(a + b)(a + b)$, $(a + b + c)(a + b + c)$ nebo $(x - y)(x - y)(x - y)$. Známé algebraické vzorce plynoucí z těchto součinů však nezdůraznil, přitom v kapitole věnované umocňování s nimi pracoval.⁹⁰ Stejně tak nezmínil výše jmenované pravidlo pro $(a + b)(a - b)$, byť k jeho objevení vybízel v předchozí kapitole.

Následně J. Úlehla věnoval pět příkladů na sčítání, odčítání a násobení výrazů se zlomky, uvažoval v nich úlohy typu $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4}$, $\frac{5(x-3)}{4} - \frac{3(x-5)}{3}$ nebo $\frac{15x}{7} \cdot 3$ ([Úu15], str. 43). Lomenými výrazy se zabýval pouze ve dvou závěrečných příkladech:

$$16. \frac{a}{b} \times \frac{x}{y} = \frac{ax}{by}, \quad \frac{x-3}{x-2} \cdot \frac{x-3}{x-5} \quad ([\text{Úu15}], \text{ str. 43})$$

$$17. 15abx : 5ab = \frac{15abx}{5ab} = 3x; \quad 16a^2b : 4a^2, \dots \quad ([\text{Úu15}], \text{ str. 43})$$

Z dnešního úhlu pohledu se J. Úlehla představované problematice takřka jen dotkl a zdaleka nezpracoval téma srovnatelně co do rozsahu se současnými učebnicemi. Při hodnocení jeho metodického pojetí kapitoly bychom však měli mít na paměti jeho „prvenství“ a pochopitelnou nezkušenost s výukou výrazů s proměnnými na měšťanských školách. Pro úplnost ještě poznamenejme, že v novějších učebnicích, zejména pak v početnicích 30. let 20. století bylo sledované téma rozepsáno mnohem podrobněji.

Rovnice

Na rozdíl od předchozího tématu byly rovnice, přesněji řečeno úlohy vedoucí na řešení lineárních rovnic o jedné neznámé, zpracovány ve všech učebnicích pro měšťanské školy od 80. let 19. století až do konce první republiky prakticky totožně. Za vzor můžeme považovat didaktický přístup k této látce v Kneidlově Marhanově *Početnici pro měšťanské školy chlapecké. Sešit druhý*. Její autoři sepsali příslušnou kapitolu v rozsahu 14 stran. Podrobně vyložili význam rovnice, ekvivalentní úpravy, strategie řešení, zkoušku a připravili řadu slovních úloh. Jako jediní navíc popsali řešení soustavy dvou lineárních rovnic o dvou neznámých.

Ve srovnání se všemi početnicemi daného časového rozmezí je Úlehlova práce ve výkladu rovnic odlišná. Uvádí ho pouze na třech stranách ve velmi stručné podobě. Zavedení pojmu rovnice J. Úlehla předvedl analogicky ostatním autorům:

⁹⁰ V početnicích z období první republiky byla provázanost výkladu výrazů s proměnnými s umocňováním a odmocňováním velmi výrazná. Např. v Buzkové Krůtové *Početnici pro měšťanské školy chlapecké. Díl III*. bylo při odvození vzorce pro $(a + b)^3$ poznamenáno, *tento výpočet ukazuje, kterak se ztrojmocňuje číslo dvouciferné ... srovnajte s výkladem na str. 5 a násl.!* (str. 111), přičemž na jmenované páté straně bylo umocnění na třetí vysvětleno v rámci kapitoly *Třetí mocnina*.

$$18. 5 = 5, 7 = 7, 4 + 5 = 9, 5 - 1 = 4, x = 9$$

*Spojíme-li rovnítkem dvě čísla, vznikne rovnice.*⁹¹ ([Úu15], str. 44)

Opět v souladu s tehdejšími pojetím vyložil ekvivalentní úpravy a uvedl známou poučku pro převod nějakého členu z jedné strany rovnice na druhou:

$$21. \text{ Vypočítej } x \text{ na příkladech: } x - 4 = 5, x + 4 = 5, 4x = 20, \frac{x}{4} = 5$$

Řešení. Součet, rozdíl, součin a podíl dvou rovnic jest rovnice nová. Proto jest

$a) \quad \begin{array}{r} x - 4 = 5 \\ +4 = +4 \\ \hline x - 4 + 4 = 5 + 4 \\ x = 9 \end{array}$	$\dots \text{ Když } x - 4 = 5, \\ \text{ jest } x = 5 + 4$	$\dots \text{ Číslo smíme přemístiti} \\ \text{ v rovnici s levé strany na} \\ \text{ pravou a podobně s pravé} \\ \text{ strany na levou, ale} \\ \text{ s úkonem opačným.}$
---	---	---

([Úu15], str. 44)

Do úloh na procvičení zařadil např. zadání $x + 8 = 15$, $3x - 5 = 16$, $\frac{2x}{3} - 5 = \frac{x}{4}$ nebo $\frac{x-5}{x-4} = \frac{x+1}{x+3}$ ([Úu15], str. 45). Algebraicky a numericky složitější nevedl. Uvažoval tedy i rovnice s neznámou ve jmenovateli, o podmínkách řešení se nezmínil.⁹² Na začátku kapitoly poznamenal ke strategii řešení rovnic, že jejich strany bývají rozpojeny na více členů, našim pak úkolem bývá členy rozpojené sloučiti v číslo jediné. Toto číslo zapisujeme na pravou stranu, proti němu na levou stranu zapisujeme x ; tím jest úkol rozřešen ([Úu15], str. 44). Ostatní autoři věnovali metodice mnohem více prostoru, komentovali známý sled jednotlivých úkonů v postupu: odstranit zlomky a závorky, srovnat členy s neznámou na jednu stranu a čísla na druhou, zjednodušit obě strany, vydělit rovnicí koeficientem u neznámé a dosazením nalezené hodnoty do zadání provést zkoušku. Zařadili také více úloh na procvičení a seřadili je podle obtížnosti nebo typu.

J. Úlehla se zkoušce překvapivě vůbec nevěnoval, možnosti ověření správnosti výpočtů nezmínil. Do slovních úloh k řešení pomocí rovnic zahrnul příklady na hledání čísel, případně nějakého množství, společnou práci a směsi:

31. *Uhodnu číslo, které si pomyslíte. Pomyslete si číslo větší nebo menší než 0 a znásobte je 5. Od součinu odečtete 3, zbytek znásobte 2, odečtete opět 4 a výsledek mi povězte. Zbylo-li vám 10, 20, 30 ..., myslili jste si 2, 3, 4 ... Jak se to hádá?*⁹³ ([Úu15], str. 45)

⁹¹ Podotkněme, že dnes na základní škole číselné platnosti „ $5 = 5$, $7 = 7$, $4 + 5 = 9$ “ označujeme jako „rovnosti“. Vztahy obsahující proměnnou, tedy např. „ $x = 9$ “ nazýváme jako „rovnice“ a x (resp. y , z , atp.) jako „neznámé“. Mnohdy také pod pojmem „rovnice“ chápeme přímo „úlohu nalézt hodnoty neznámé splňující daný vztah“.

⁹² Podmínky řešení rovnic s neznámou ve jmenovateli se neobjevují v žádné početnici pro měšťanské školy vydané do konce první republiky.

⁹³ U této úlohy J. Úlehla předvedl řešení:

<i>Pomyslili jste si číslo, jehož jsem neznal, pro mne tedy x,</i>	
<i>znásobili jste je 5,</i>	<i>bylo $5x$</i>
<i>odečtli 3,</i>	<i>bylo $5x - 3$</i>
<i>znásobili jste je 2,</i>	<i>bylo $2(5x - 3)$</i>
<i>odečtli jste 4,</i>	<i>bylo $2(5x - 3) - 4$;</i>
<i>a když vám vyšlo 30, bylo $2(5x - 3) - 4 = 30$, $2(5x - 3) = 34$, $10x - 6 = 34$, $10x = 40$, $x = 4$.</i>	

34. V zahradě byly jabloně, hrušky a stromy švestkové, všech stromů 25, ale hrušek bylo o 3 méně než jabloní, těch o 3 méně nežli švestkových stromů. Kolik bylo kterých stromů? ([Úu15], str. 46)

36. Pacholek s koňmi zavláčil by pole za 15 hodin, volák za 21 hodin; za kolik hodin je zavláčí spolu?

Pacholek s koňmi zavláčil za hodinu $\frac{1}{15}$ tohoto pole, pacholek s voly $\frac{1}{21}$, oba dohromady $\frac{1}{15} + \frac{1}{21}$, za x hodin zavláčí pole celé, $x \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{21} \right) = 1$. ([Úu15], str. 46)

41. Kolik vody 80° je třeba, aby se připravila lázeň o 1000 litrech vody 24° , má-li voda pro lázeň 16° ? ([Úu15], str. 46)

Musíme však podotknout, že úloha 36. o společném vláčení pole je jediná svého druhu a že Úlehlova kapitola vůbec neobsahuje úlohy o pohybu, jež jsou v ostatních učebnicích široce zastoupené.

Finanční matematika v Úlehlových početnicích

Osnovami předepsané oblasti finanční matematiky J. Úlehla popsal v celkem devíti kapitolách. Obecně vzato, zpracoval je v podobném duchu jako ostatní partie svých početnic a srovnatelně se soudobými učebnicemi matematiky pro měšťanské školy. O tomto tématu vyšla v roce 2013 historická monografie Martina Melcera *Finanční matematika v českých učebnicích (od Marchetovy reformy)* [Me13].⁹⁴ Nepovažujeme proto za nosné podrobně procházet Úlehlovy kapitoly, resp. jejich části. U každé pouze zmíníme její obsah a vyzdvihneme případně některé zajímavé úlohy.

Jednoduchému úročení se J. Úlehla věnoval ve *Stupni I. i II.* ve shodně pojmenovaných kapitolách *Jednoduchý počet úrokový*. V první z nich vysvětlil potřebné pojmy finanční matematiky a připravil základní úlohy na výpočet úroku, jistiny, úrokové míry nebo doby úročení, zadal-li tři z těchto veličin. Předpokládal, že některé výpočty budou žáci provádět z paměti, což zdůraznil v poznámce u příkladu na výpočet jistiny:

⁹⁴ Martin Melcer působí v současné době v Poděbradech na Ústavu jazykové a odborné přípravy Univerzity Karlovy. Publikace [Me13] vychází z jeho disertační práce v oboru Obecné otázky matematiky a informatiky obhájené v roce 2012 na Katedře didaktiky matematiky MFF UK v Praze. Představuje rozsáhlou analýzu zpracování finanční matematiky v českých učebnicích pro (dnešními slovy) základní a střední školy, obsahuje popis všech témat vyučovaných v rámci této problematiky. Budeme se proto na její části odkazovat při rozboru Úlehlovy početnice.

Ještě však musíme upozornit na překvapivou chybu uvedenou v kapitole 2.1 *Učebnice pro obecné a měšťanské školy*. Zde je napsáno:

V početnicích a sbírkách pro obecné a měšťanské školy se žáci poprvé setkávali s problematikou finanční matematiky. Ve většině publikací mohli nalézt pouze jednoduché úrokování a navíc ne vždy podrobně vyložené. Úlohy z oblasti složeného úrokování byly výjimkou a našel jsem je jen ve sbírce Ladislava Fryčka nazvané Počtářství ([FR]), jež je analyzována níže. V mnoha početnicích jsem našel jen několik triviálních úloh na jednoduché úrokování v kapitolách zabývajících se procenty (viz např. početnice autorů Josefa Horčíčky, Jana Nešpora, Josefa Úlehly). ([Me13], str. 37)

To je bohužel zcela špatně. Složené úrokování bylo zahrnuto do všech početnic pro měšťanské školy vydaných od 80. let 19. století až do konce první republiky. Obecně řečeno, kapitoly z finanční matematiky byly v těchto učebnicích podrobně rozepsány tak, jak to určovaly učební osnovy (v našem textu viz výše, v [Me13] jsou chybně citovány na str. 35–36).

10. Za 5 měsíců vyplatila záložna při $4\frac{0}{0}$ úrokování 12·80 K úroku; kolik peněz bylo uloženo?

$$\begin{array}{r} 4\frac{0}{0} \text{ za } 5 \text{ měsíců} = K \quad 12\cdot 80 \\ \hline 4\frac{0}{0} \text{ za } 1 \text{ měsíc} = K \quad 2\cdot 56 \\ 4\frac{0}{0} \text{ za } 12 \text{ měsíců} = K \quad 30\cdot 72 \\ 1\frac{0}{0} \text{ za } 12 \text{ měsíců} = K \quad 7\cdot 68 \\ 100\frac{0}{0} \quad \dots = K \quad 768\text{--} \end{array}$$

Výpočet ten konej z paměti a jenom ty řádky si napíšeš, kterých na podporu své paměti potřebuješ. ([Úu14], str. 37)

Ve *Stupni II.* problematiku jednoduchého úrokování zopakoval. Zařadil zde numericky náročnější příklady a vedl žáka k sestavování výrazů zrychlujících výpočet:

2. Vypočti $4\frac{0}{0}$ úrok ze 780 K za 75 dní:

$$x = \frac{4 K \times 780 \times 75}{100 \times 360} \quad ([\text{Úu}14], \text{ str. } 55)$$

K uvedenému zlomku překvapivě nepřipojil žádný matematický komentář. Přitom tuto problematiku podrobně rozepsal v článku *Úroky denní* [Úč25], v němž představil možnosti výuky z metodického hlediska.⁹⁵

Pro zajímavost ještě můžeme citovat praktickou úlohu věnovanou „výhodnosti“ zapůjčení dobytka, již můžeme klást do souvislosti s některými současnými diskusemi o efektivnosti investice např. do nemovitosti nebo jiné komodity za účelem pronájmu:

33. V některých krajinách přijímají chudí lidé od zámožnějších krávy „na chování“. Chudý člověk krávu živí a opatruje; za to má z ní polovici užítku, polovici mléka a polovici z peněz, které utrží za tele. Na kolik procent uložil jistinu, kdo koupil krávu za 300 K, dal ji na chování, dostal z peněz za tele 35 K, pak 700 l mléka, jež se prodává po 16 h za litr, nemá přitom nijakého jiného vydání? ([Úu14], str. 58)

Následující dvě kapitoly z finanční matematiky jsou věnovány aplikacím jednoduchého úrokování. První z nich, *Počet diskontový* je zaměřena na problematiku odúročení, tj. diskontování. Je naplněna příklady o směnkách, tedy o půjčování peněz z bank (resp. záložen). Jejich podstatu předvedme citací prvního komentovaného příkladu:

1. Kolik korun vyplatí záložna dlužníkovi, který si 16. ledna vypůjčil 500 K na $6\frac{0}{0}$ do 1. července?

Dlužník podepíše směnku na 500 K, záložna mu však tolik peněz nevyplatí, nýbrž odečítá $6\frac{0}{0}$ srážku z 500 K od 16. ledna do 1. července. Při tom se počítá rok za 360 dní, měsíce podle kalendáře. Od 16. ledna do 1. července je 166 dní.

Tato srážka ze směnečného obnosu sluje diskont. ([Úu14], str. 59)

Na druhý tematický celek, *Počty lhůtové* v dnešních učebnicích matematiky příliš nenarazíme. Zde máme nacházet okamžiky rovnocenné hodnoty splátek. Pro

⁹⁵ Úlehlovo pojetí jednoduchého úrokování lze porovnat s výklady ostatních autorů na základě analýzy této problematiky provedené v [Me13], str. 37–48.

porozumění problematice předvedme řešení Úlehlovy úlohy o koupi a zaplacení zahrady:

12. *Úředník koupil si zahradu za 2000 K a vymínil si, že zaplatí 500 K hned, 500 K za 4 měsíce, 500 K za 8 měsíců a 500 K za 12 měsíců; kdy může podle této smlouvy zaplatiti najednou?* ([Úu14], str. 63)

Měsíční úrok každé splátky je vzhledem k jejich totožné výši stejný. Na základě domluvených termínů doplacení zahrady platí, že celkově splátky „vynášejí“ úrok po dobu $4 + 8 + 12 = 24$ měsíců. Splátky jsou tři, aby smlouva o koupi byla dodržena, musí úředník zaplatit najednou za $24 : 3 = 8$ měsíců.⁹⁶

Kapitola *Složitý počet úrokový* zahrnuje z aritmetického hlediska nejnáročnější partii finanční matematiky vyučované na měšťanských školách. Obsahuje tři podkapitoly podle typu úloh a využívá tři tabulky otištěné v příloze na posledních stranách učebnice.

V první části, *Úrok z úroku*, J. Úlehla vysvětlil samotný princip složeného úročení. Přestože zmínil, že *nyní připočítávají spořitelny úrok po půl roce* ([Úu15], str. 7), předpokládal srovnatelně se soudobými početnicemi v celé kapitole roční úrokování. Matematickou podstatu problematiky vystihl stručným devátým příkladem, k němuž jako komentář připravil následující zadání:

9. *Kterak by vzrostla 1 K za 10, 20, 30, 40 let?*

10. *Tato čísla srovnajte v přehlednou tabulku. Jsou to uročitelé, čísla, která udávají, na kolik korun vzroste koruna při pravidelném ročním dokládání $4\frac{0}{10}$ úroku za dané roky. Podle nich můžeme vypočítati, kterak vzroste za těch podmínek kterýkoliv vklad jiný.* ([Úu15], str. 8)

Ostatní úlohy formuloval zcela podobně úlohám na jednoduché úrokování. Postup výpočtu jistiny, doby úročení, úroku a úrokové míry předvedl v řešených příkladech zcela mechanicky bez úplného vysvětlení matematické podstaty. Vedl přitom žáky k užívání *Tabulky uročitelů* ([Úu15], str. 62), v níž uvažoval sazby $3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}$ a 5 procent a doby 1 až 50 let. Tabulka je v podstatě „rozšířením“ citovaného 10. příkladu. Uvádí, na kolik vzroste jednotka při určité úrokové míře za jistou dobu. Např. pro 4% sazbu za 25 let udává 2,665836. Z matematického hlediska se jedná o $1,04^{25}$ (v tabulce byly všechny mocniny zaokrouhlené na šest desetinných míst).

Podkapitola *Úspora* je věnována úlohám o pravidelném ukládání určité částky po dobu více úrokovacích období. Váže se na *Tabulku strádatelů* ([Úu15], str. 63), jež je sestavená opět pro úrokové míry $3, 3\frac{1}{2}, 4, 4\frac{1}{2}, 5$ % a doby 1 až 50 let. Např. pro 4% na 25 let uvádí 43,3117, tedy uspořeno částku při pravidelném ukládání koruny za daných podmínek.⁹⁷ Pro zajímavost můžeme z této části početnice citovat úlohu, jež je dalším dokladem Úlehlova zaujetí pro praktickou náplň úloh a pro nevšední formulace zadání přesahující ke nejrůznějším společenským problémům:

⁹⁶ Problematika diskontového a lhůtového počtu na měšťanských školách byla rozebrána v [Me13], str. 44–45. V učebnicích matematiky pro střední byly tyto aplikace založeny také na složeném úrokování. Opět viz [Me13], str. 60–61.

⁹⁷ Hodnoty *Tabulky strádatelů* představují zaokrouhlené součty žádaných prvních n členů příslušné geometrické posloupnosti. Pro uvedenou hodnotu 43,3117 platí, že $43,3117 \doteq \sum_{n=1}^{25} 1,04^n$.

29. *Jak veliký statek se promaří za 50 let rodině, kde se každý den propije a prokouří průměrně 50 h?* ($4\frac{0}{0}$) ([Úu15], str. 10)

Závěrečnou část kapitoly o složeném úročení tvoří úlohy označené nadpisem *Důchod a úmor*. První z nich zahrnuje problematiku uložení určité částky do finančního ústavu za účelem úročení a pravidelného vyplácení jisté anuity, tj. důchodu. Druhé obsahují nauku o úvěrech, tedy o půjčkách a jejich umořování.

Výklad látky J. Úlehla pojal opět velmi mechanicky. Studium problematiky motivoval rozsáhlejším příkladem,⁹⁸ z něhož vyvodil pojem *zasobitel* a v poznámce upozornil na užívání *Tabulky zasobitelů* ([Úu15], str. 64):

42. *Jak jsme vypočítali 24. zasobitele?*

$15 \cdot 24696 = 46 \cdot 6459 : 2 \cdot 665836 = 24$. *střad. : 25. uročit. Na tabulce III. jsou zasobitelé 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, $5\frac{0}{0}$ do 50 let.* ([Úu15], str. 11)

Doplňme, že zásobitelem byla rozuměna potřebná částka uložená s daným úrokem na jistou dobu, z níž bylo možné po jistou dobu vyplácet pravidelnou rentu. Dále zdůrazněme, že absence úplného matematického vysvětlení úloh na složené úrokování byla zcela přirozená, neboť byla odrazem určení počtecnic pro měšťanské školy. J. Úlehla si byl vědom obtížnosti výuky této látky bez představení veškerého výpočetního aparátu, a proto možnosti pojetí výkladu představil v metodických článcích *Složitý počet úrokový* [Úč56] a *K složitému počtu úrokovému v III. třídě měšťanské školy chlapecké* [Úč74], v nichž předvedl *elementární řešení všech hlavních úkolů složitého počtu úrokového* ([Úč56], str. 21) a doplnil, že *na gymnáziích a reálkách se vypočítávání těchto úkolů vyvozuje z geometrické řady a při tom se zároveň upotřebuje logaritmů ...* ([Úč74], str. 488).

Kapitolu *Výpočty pojišťovací* je možné vzhledem k její náplni formálně řadit k finanční matematice, z matematického hlediska se však jedná o odlišné téma nežli výše analyzované úrokové počty. Charakter probírané látky lze vystihnout touto úlohou:

8. *Učenec si dal pojistiti knihovnu a sbírky vědecké na 42.000 K a platí 65·80 K roční premie; a) Kolik procent pojistného platí učenec? b) které riziko má společnost?* ([Úu15], str. 14)

Správnou odpovědí na první otázku je číslo $\frac{65,8}{42000} \cdot 100\% \doteq 1,6\%$; na druhou potom $42000 - 65,8 = 41934,2$ korun. Ostatní příklady byly připraveny v obdobném smyslu. Celkově se tedy nejedná o příliš náročné téma, nýbrž o stručné seznámení s problematikou pojištnictví.

⁹⁸ 11. *Aby nadaný synovec mohl studovati, uložil pro něho starý a zámožný strýc na $4\frac{0}{0}$ takovou jistinu, že se vyčerpala za 24 let, když z ní dostával synovec ročně 1000 K. Tuto jistinu vypůjčil si mladý hospodář, koupil bažinu, odvodnil a proměnil v úrodný pozemek. Potom platil ročně (mimo rok první) na synovce po 1000 K. Když zaplatil 24. lhůtu, odevzdal dědicovi pozemek bez dluhů. Kolik korun si vypůjčil?*

Toto jsou úkoly dva.

1. *Kterou jistinu byl by hospodář nastřádal za 24 let při $4\frac{0}{0}$? $x = 40.645 \cdot 90$ K*

2. *Která jistina byla by vzrostla při $4\frac{0}{0}$ za 25 let (první rok hospodář úroku neplatil, měl proto peníze 25 let) na $40.645 \cdot 90$ K? $x = 15.246 \cdot 95$ K*

Roční splátkou 1000 K uplatil hospodář za 24 let 15.246·96 K, každou korunou splatil 15.24696 K; 15.24696 K zásobilo synovce po 1 K na 24 let. Toto číslo sluje 24. zasobitelem čtyřprocentovým. ([Úu15], str. 11)

Ke kapitole J. Úlehla sestavil tabulku *Pojišťovací sazby* ([Úu15], str. 65), kterou doplnil stručným komentářem. Připojujeme ji na následující stranu jako obrázek, abychom ukázali charakter sazby příloh početnice.

Podobně jako předchozí kapitola má část *Počet mincovní* spíše společensko-vědní charakter. V tomto tématu se žáci seznamovali se základními pojmy spjatými s měnou tehdejšího Rakouska, v podkapitole *Cizí peníze* s peněžní soustavou významných států světa, v *Paritě* s kurzy měn a v *Peněžních poukázkách* s problematikou šeků, směnek nebo pokladních poukázek. Rovněž *Cenné papíry* a *Obchod a knihy obchodní* s podčástmi *Kalkulace* a *Zápisy účetní* představují praktická témata, jež byla doplněna příslušnými tabulkami nebo ukázkami v příloze učebnice a jejichž cílem bylo představit takřka každodenní peněžní záležitosti.

Míry, váhy a peníze

Pro *Stupeň I. a II.* i *Stupeň III.* J. Úlehla sepsal v tehdejších početnicích běžnou přílohu *Míry, váhy a peníze*, do obou svazků učebnice přitom zařadil zcela totožný text. Popsal v něm jednotky délky, plochy, objemu a váhy a vztahy mezi nimi, vysvětlil metrickou soustavu a uvedl, ve kterých zemích se tento měrný systém používá. Souhrnně také představil měny světových mocností. V závěrečných dvou odstavcích ještě zmínil historické míry užívané na našem území:

Vedle měř a vah metrických zachovávají se u nás v občanském životě ještě míry staré. Vídeňský sáh je 1·896614 m, loket 0·779184 m, libra 560·6 g, vědro 56·6 l. Kutnohorské látro bylo 2·000676 m. Rakouská míle je 4000 sáhů.

Lán je 32 jiter a jitra jest pole čtvercové, jehož strana má 40 vídeňských sáhů; $\frac{1}{2}$ jitra jest korec, $\frac{1}{3}$ jitra měřice. Korec obilí je 93·6 l, měřice obilí 61·487 l.

([Úu14], str. 75, [Úu15], str. 71)

Příklady k opakování

Svazek *Stupeň I. a II.* i *Stupeň III.* J. Úlehla doplnil sbírkami úloh nadepsanými jako *Příklady k opakování*. Formuloval v nich slovní zadání, jimiž shrnul v učebnicích probíranou látku. Analogicky soudobým autorům připravil méně náročné i obtížnější úlohy vycházející z jednotlivých tematických celků, seřadil je přibližně podle uspořádání učiva v početnicích. U některých úloh vedl žáky k různým způsobům řešení, což lze vhodně doložit touto citací:

68. *V zahradě byli králíci a bažanti; měli dohromady 136 noh a 45 hlav; kolik bylo kterých? (Řešte úsudkem, počtem směšovacím i rovnicí.)* ([Úu15], str. 54)

Pojišťovací sazby.

Stáří pojištěn- covo	I.	II.	III.	IV.
20	1·63	1·76	0·58	5·32
22	1·71	1·88	0·64	5·91
24	1·82	2·02	0·72	6·56
26	1·94	2·17	0·80	7·30
28	2·07	2·34	0·90	8·15
30	2·22	2·53	1·00	9·12
32	2·37	2·74	1·13	10·25
34	2·54	2·98	1·28	11·56
36	2·73	3·25	1·44	13·09
38	2·93	3·56	1·63	14·89
40	3·16	3·93	1·87	17·05
42	3·42	4·35	2·16	19·66
44	3·69	4·83	2·51	22·85
46	4·00	5·42	2·95	26·82
48	4·34	6·15	3·50	31·86
50	4·75	7·07	4·22	38·41
52	5·19	8·25	5·19	47·21
54	5·68	9·83	6·56	59·52
56	6·22			
58	6·84			
60	7·53			

I. Pojištění na úmrtí. Zemře-li pojištěnec, obdrží dědicové jeho 100 K za premii, která jest v tomto sloupci vypsána. Dožije-li se pojištěnec 85. roku, obdrží 100 K sám.

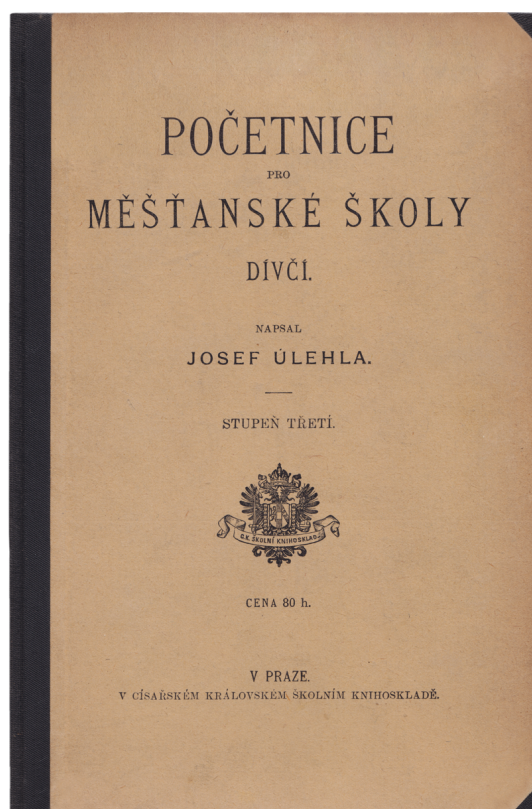
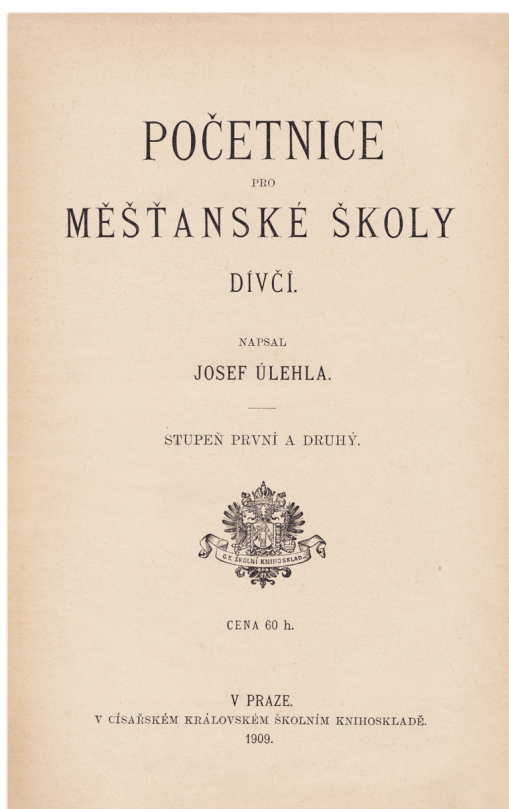
II. Za tuto roční premii obdrží pojištěnec, když se dožije 65. roku, 100 K; zemře-li do té doby, obdrží 100 K jeho dědicové.

III. Pojištění na dožití. Za tuto roční premii obdrží pojištěnec, dožije-li se 65. roku, 100 K.

IV. Pojištění doživotního důchodu. Za tuto roční premii obdrží pojištěnec od 65. roku 100 K ročního důchodu.

Verze početnic pro dívčí měšťanské školy

Osnovy pro dívčí měšťanské školy předepisovaly v porovnání s osnovami pro chlapecké měšťanské školy pouze 3 vyučovací hodiny počtů týdně (místo 4), menší rozsah učiva a jiné zaměření. V cílech vzdělávání uváděly důležitost obratnosti v počítání *hledíc zvláště k poměrům domácnosti místo k hospodářským poměrům*. Pro první třídu vynechaly zkrácené násobení a příkrácené dělení, pro druhou směšovací počet a pro třetí řetězový počet, třetí mocninu a odmocninu, záporná čísla, výrazy a rovnice. Místo chlapeckých *základů jednoduchého účetnictví* určovaly pro dívky *návod, jak vésti zápisy pro domácnost neb malou živnost*.⁹⁹



[Úu16], titulní list, 13,6 × 21,1 cm; [Úu17], obálka, 14,3 × 21,6 cm.

⁹⁹ Pro porovnání s osnovami pro chlapecké školy citujme předepsané učivo *počtů spolu s jednoduchým účetnictvím* pro dívčí měšťanské školy:

I. třída

Cvičení opakovací v počítání celými čísly, zlomky desetinnými a obyčejnými se zřetelem k neobvyčejnějším početním výhodám. Počty sousudkové. Jednoduché počty procentové a úrokové.

II. třída

Poměry a úměry. Počítati úkoly jednoduché a složené trojčlenky úměrou a počtem sousudkovým. Druhá mocnina a druhá odmocnina. Užití procentového počtu k řešení úloh, jež se často vyskytují v občanském životě a domácnosti. Počet úrokový. Počet diskontový. Počet spolkový.

III. třída

Praktické výpočty z oboru pojišťování. Základy složitého počtu úrokového. Počet mincovní. Nejdůležitější cizí měny v poměru k rakouské měně korunové. Co nejdůležitější jest o cenných papírech a směnkách. Návod, jak vésti zápisy pro domácnost neb malou živnost.

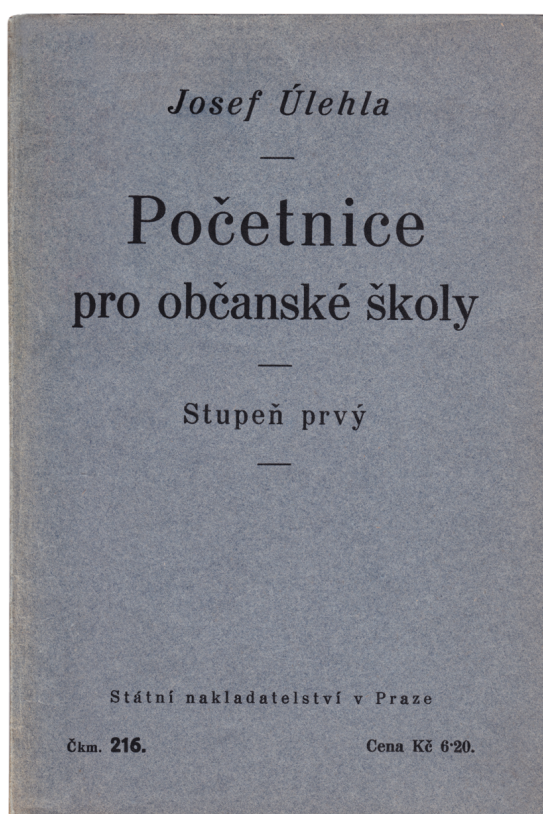
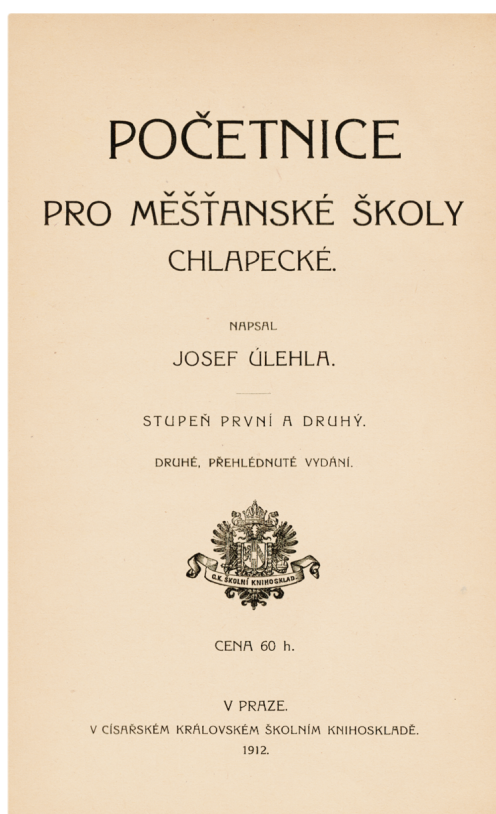
([Os10], str. 14)

J. Úlehla své *Početnice pro měšťanské školy dívčí* ([Úu16], [Úu17]) odvodil od chlapeckého vydání. Po didaktické stránce je sepsal zcela totožně, zařadil do nich rovněž stejné řešené příklady. Učebnici pro první a druhou třídu opět zahrnul do jednoho svazku a pro třetí připravil samostatné vydání. Celkově mají jeho početnice pro dívky menší stránkový rozsah proti chlapeckým, neboť nezahrnují osnovami nepředepisované kapitoly. Poněkud překvapivě však také neobsahují složené úrokové počty. Některé jednodušší motivační příklady jsou v nich vynechány a místo nich jsou často prezentovány úlohy svým obsahem bližší dívkám. Např. výše citované třinácté zadání z první kapitoly o projití, proběhnutí a projetí jednoho kilometru je vyřazeno a místo něj se objevuje toto:

13. *Můžete-li, spočítejte, kolik polen jest metr polenového dříví.* ([Úu16], str. 4)

Typické úlohy pro dívky se věnují šití, vaření nebo hospodářským pracím. Některé jsou formulovány charakteristickým Úlehlovým originálním způsobem:

30. *Zvaž prostřední cibuli a z toho vypočítej, kolik q cibule potřebují asi do roka města Praha, Brno, Ostrava, Opava, Vídeň, potřebuje-li osoba na týden průměrně 2 cibule?* ([Úu16], str. 66)



[Úu14], 2. vydání, titulní list, 13,2 × 20,9 cm; [Úu18], 3. vydání, obálka, 14,4 × 21,4 cm.

Další vydání početnic

Úlehlovy *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I. a II., Stupeň III.* a *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Stupeň I. a II.* byly v roce 1912 vydány

podruhé. *Početnice pro měšťanské školy dívčí. Stupeň III.* byla znovu publikována v roce 1913 a v roce 1915 došlo ještě k dotisku druhého nákladu *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I. a II.* Všechna opětovná vydání nebyla vytištěna z původních matric, měla nově zhotovenou sazbu, nebyla však odlišně typograficky upravena ani naplněna jiným obsahem než jejich první náklad.

Početnice pro občanské školy

V letech 1920 až 1923 byly Úlehlovy učebnice aritmetiky publikovány pod názvem *Početnice pro občanské školy. Stupeň I./II./III.* ([Úu18], [Úu19], [Úu20]). V jejich tiráži bylo uvedeno *třetí přehlédnuté vydání*. Domníváme se však, že žádné první ani druhé vydání těchto učebnic neexistovalo, a že se jednalo o třetí vydání *Početnic pro měšťanské školy*. Změna názvu pravděpodobně odrazila dobové snahy o přejmenování měšťanské školy na *občanskou školu*, k němuž však nakonec nedošlo.¹⁰⁰ Obsahově *Početnice pro občanské školy* odpovídaly variantě pro chlapecké školy, vyšly však pouze v jedné verzi pro obě pohlaví a v samostatných svazcích pro *Stupeň I.* a *Stupeň II.*¹⁰¹ Didaktickou koncepcí, obsahem ani formální úpravou se prakticky nelišily od prvního vydání. Výraznější rozdíly představovalo pouze prohození některých úloh, resp. jejich přechíslování, přeformulování nebo doplnění některých poznámek a nahrazení obsahově neaktuálních příkladů novými úlohami. Celkově se však nejednalo o zásadní odlišnosti.

J. Úlehla výrazněji nepromítl do nových vydání početnic změnu politické situace v roce 1918, „pouze“ o rakouské monarchii striktně hovořil v minulém čase a některé úlohy vztáhnul na první světovou válku. Například:

16. *Rakousko mělo r. 1906 státního dluhu 9.606,400.000 K.* ([Úu14], str. 7)

vynechal a místo toho bylo zařadil:

6. *Rakouská říše měla roku 1912 dluhu 12.748,894.700 franků; válkou vzrostl tento dluh na 150.000,000.000 fr.* ([Úu18], str. 10)

Poznámky k příkladům nezměnil z matematického nebo didaktického hlediska. Upravil zejména odkazy na historii, např. do kapitoly *Číslice římské* doplnil krátký odstavec o starověké babylonské číselné soustavě. Uvedl v něm:

Při pamětném počítání řadili věci také do pětek, do sedmiček a do dvanáctek. Odvodili tuto soustavu z úkazů, které spatřovali na obloze. Od jarní rovnodennosti do jarní rovnodennosti uplyne asi 360 dní, měsíc obíhá kolem země asi 12krát za 360 dní, kruh se rozděluje poloměrem na 6 rovných dílů, rok (v Babylonii) na šestero ročních dob. Babylonské řadění se zachovalo v Evropě až do nové doby. Kružnice se dosud dělí na $6 \times 60 = 360$ stupňů, stupeň na 60 minut, minuta na 60 vteřin. Den má 2krát po 12 hodinách nebo 24 hodin, hodina 60 minut, minuta 60 vteřin. ([Úu18], str. 8)

Na závěr poznamenejme, že některé díly *Početnice pro občanské školy* byly vydány i po čtvrté, resp. po páté v letech 1924 a 1930 (podrobnosti jsou uvedeny v příloze *Seznam publikací Josefa Úlehly*).

¹⁰⁰ Problematika je podrobně popsána v [Ká31], str. 45.

¹⁰¹ Rozdělení učebnic podle pohlaví se postupně vytratilo, neboť od roku 1919 se mohli chlapci i dívky vzdělávat na měšťanských školách společně. Došlo k tzv. koedukaci. Více informací viz [Ká31], str. 44.

Početnice pro 5. školní rok a překlady do slovenštiny

V roce 1922 J. Úlehlovi vyšla *Početnice pro 5. školní rok na spojených obecných a měštanských školách* [Úu21]. Na 36 stranách zahrnovala učivo uvedeného ročníku, přičemž obsahovala kapitoly *Počítání, Napisování čísel, Míry, váhy a peníze, Sečítání, Odčítání, Násobení (množení), Měření, Dělení, Počítání pamětné a Počítání zlomkové*. Měla podobné didaktické i typografické zpracování jako analyzované početnice pro měštanské školy. Odrážela Úlehlovo charakteristické pojetí učebnic, tedy vstřícné a inspirativní formulace úloh a také strohé popsání a vysvětlení některých témat.

Došlo pouze k jednomu vydání, lze tedy s jistou pravděpodobností předpokládat neveliké rozšíření této učebnice. Důvodem malého nákladu mohla být poměrně silná konkurence podrobnějších prvorepublikových aritmetik pro obecné školy. Například Matolínovy *Početnice pro první/druhou/třetí/čtvrtou/pátou třídu* vycházející v letech 1911 až 1951 měly vedle kvalitního zpracování z pedagogického hlediska i zajímavější a funkčnější typografii (ukázka ilustrací viz výše).

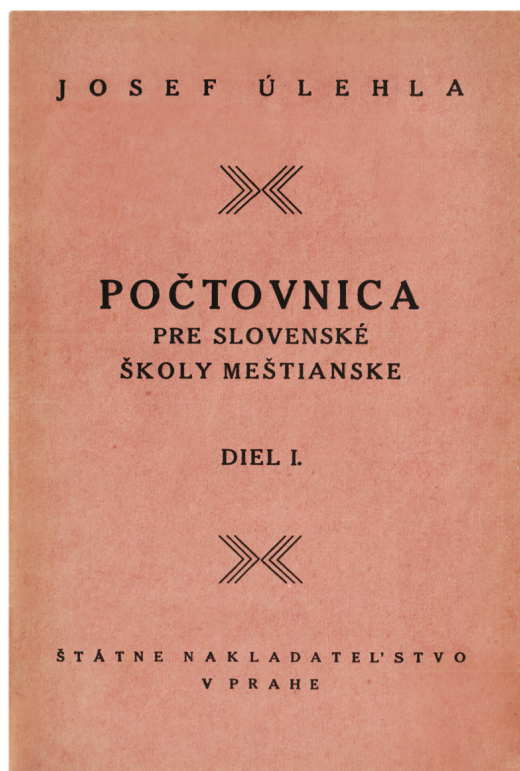
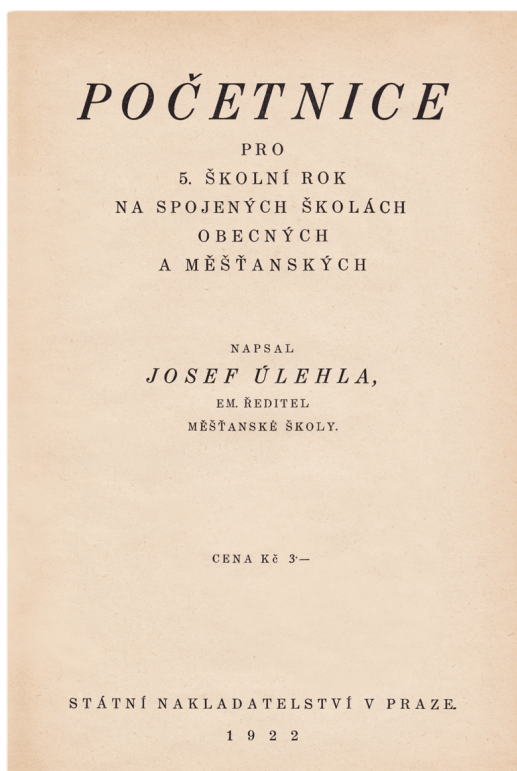
Lze usuzovat, že pro J. Úlehlou mohla být podnětem k sepsání poptávka po slovenských učebnicích pro měštanské školy. Na Slovensku, tehdejších Horních Uhrách byly totiž měštanské školy ve druhé polovině 19. století ustanovené odlišně v porovnání s českými zeměmi. Byly koncipované jako čtyřleté pro dívky a šestileté pro chlapce a byly navázány na čtyři ročníky obecné školy. Po první světové válce se dočkaly značného rozvoje, jenž vedl k rostoucímu objemu materiálního zabezpečení, většího počtu učitelů i k potřebě nových učebních textů a pomůcek. Ke sjednocení koncepce slovenských měštanských škol s českými došlo až ve 30. letech 20. století.¹⁰²

V této situaci dochází v roce 1923 k vydání překladu Úlehlovy *Početnice pro 5. školní rok* sepsaného Boženou Clementisovou pod názvem *Počtovnica pre slovenské školy meštianské. Stupeň prvý (pre piaty školský rok)* [Úu22]. Určení originálu pro „spojené školy“ může odrážet formální sloučení některých obecných a měštanských škol pod jednu správu, a také „vysvětlovat“ z českého pohledu paradoxní určení učebnice pro 5. ročník k výuce na měštanských školách.

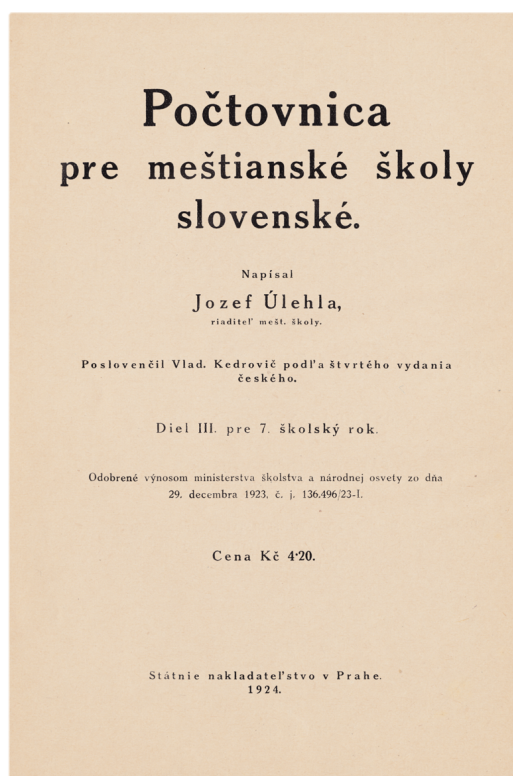
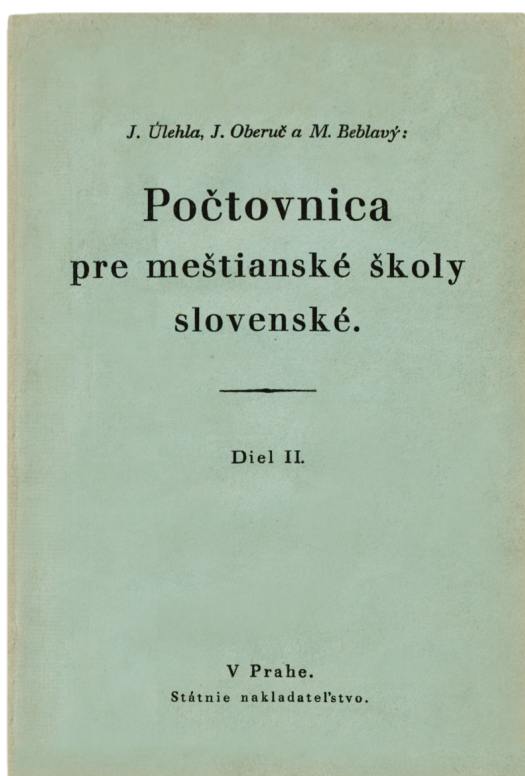
V roce 1923 byla publikována slovenská verze *Početnice pro měštanské školy. Stupeň I.* zhotovená J. Oberučem a M. Beblavým, která byla označena jako *Počtovnica pre slovenské školy meštianské. Diel II. pre 6. školský rok* [Úu23] a o rok později *Početnice pro měštanské školy. Stupeň II.* připravená Vlad. Kedrovičem a pojmenovaná *Počtovnica pre slovenské školy meštianské. Diel III. pre 7. školský rok* [Úu24]. K překladu *Stupně III.* nedošlo.¹⁰³

¹⁰² Vývoj měštanských škol na Slovensku byl podrobně popsán pro druhou polovinu 19. století v [Ká29], str. 432–450, pro období první republiky v [Ká31], str. 37–52.

¹⁰³ Celá jména překladatelů Úlehlových početnic do slovenštiny ani informace o jejich životech a dílech se nepodařilo dohledat.



[Úu21], titulní list, 13,7 × 20,2 cm; [Úu22], obálka, 14,8 × 21,4 cm.



[Úu23], obálka, 14,9 × 21,6 cm; [Úu24], titulní list, 13,8 × 21 cm.

Celkové hodnocení Úlehlových početnic

Recenze

Na Úlehlovy početnice byly po jejich prvním vydání napsány tři recenze do časopisů *Pedagogické rozhledy* a *Škola měšťanská*. Byly publikovány jednak Josefem Groulíkem (1861–1938) ([Gr09]) se zaměřením na verzi pro chlapecké školy, jednak Konrádem Pospíšilem (1859–1910) ([Po09], [Po10]) popisujícím variantu pro dívčí školy. Využijme nyní několika citací z těchto textů pro shrnutí provedené analýzy Úlehlova didaktického přístupu.

J. Groulík v recenzi nejprve vyjádřil své přesvědčení o Úlehlově vhodném pojetí výuky, v němž akcentoval ve své době přicházející reformní pedagogické tendence:

Naši žáci nepracují lhostejně a mechanicky, nýbrž samostatně, s chutí a zájmem. Učitel práci řídí, žáci pracují. Snažíme se, aby počty staly se tím, čím mají být, totiž předmětem, při němž děti myslí, uvažují a přemítají. ([Gr09], str. 29)

O Úlehlově početnici dále napsal:

Zásady nových směrů u vyučování počtům jsou uplatněny v příručce učitelské »Počty v občanském životě« od Buzka-Černého-Krůty,¹⁰⁴ nejnověji pak v Úlehlově »Početnici pro měšťanské školy chlapecké«. Svěrázná to učebnice jako její původce; jde vlastní cestou, jež vychyluje se značně z vyježděných kolejí. Nutí žáky i učitele, aby mysleli a všímali si všeho, co s předmětem souvisí. Vykládá přirozeně, neumělkovaně, jasně a srozumitelně; slovy neplýtvá. Šabloně nehoví, nýbrž – kde se dá – řeší příklady jiným způsobem, než jsme uvykli. Všude přihlíží, aby žáci pracovali samostatně, počítali z paměti a úsudkem; navádí je, aby dle daných vzorů tvořili sami podobné úkoly z vlastní zkušenosti (I. str. 41. př. 33., str. 49. př. 29.) ([Gr09], str. 29)

Tento popis lze hodnotit jako velice trefný a dobře vystihující celkovou charakteristiku analyzovaných početnic. Recenzenti rovněž kladně hodnotili Úlehlovy metodické postupy. Např. K. Pospíšil vyzdvihnul výše citovaný 29. příklad kapitoly o desetinné soustavě o měření úhlopříčky čtverce:

Důmyslně vede autor k poznání menších dílů, než je měrná jednotka: »nakreslí čtverec o str. 1 m a změř úhlopříčku!« ([Po09], str. 53)

Pohled na prvorepublikové početnice

S odstupem času můžeme tvrdit, že ve vývoji učebnic aritmetiky pro měšťanské školy představují Úlehlovy práce určitý předěl. Jejich vstřícné zpracování, důraz na samostatné objevování a tvoření nebo propojování řešení úloh s problémy všedního života se dále rozvíjelo v početnicích první poloviny 20. století. Zmíňme proto všechny dohledané početnice pro měšťanské školy, které vyšly po Úlehlových učebnicích do konce druhé světové války. V následující tabulce uvádíme jejich názvy, autory, nakladatele, místo a rok prvního publikování a stránkový rozsah. V poznámkách doplňujeme případná další vydání knih.

¹⁰⁴ Jedná se o metodickou práci Buzek K., Černý V., Krůta J., *Počty v občanském životě. Příruční kniha pro učitele škol měšťanských, vyšších tříd škol obecných, škol pokračovacích a ústavů příbuzných*. C. k. školní knihosklad, Praha, 1907.

autor, nakladatel, místo vydání název učebnice	rok vydání	počet stran
Kamil Buzek (1874–1950), Josef Krůta (1874–1950) Komenium, Praha		
<i>Počtenice pro měšťanské školy chlapecké. Díl I.</i>	1913	112
<i>Počtenice pro měšťanské školy chlapecké. Díl II.</i>	1913	120
<i>Počtenice pro měšťanské školy chlapecké. Díl III.</i>	1913	149
<i>Počtenice pro měšťanské školy dívčí. Díl I.</i>	1913	86
<i>Počtenice pro měšťanské školy dívčí. Díl II.</i>	1913	89
<i>Počtenice pro měšťanské školy dívčí. Díl III.</i>	1913 ¹⁰⁵	100
Karel Jon, Antonie Maxová (1889–1954) Česká grafická unie, Praha		
<i>Počtenice pro pražské školy občanské. Díl I.</i>	1921	115
<i>Počtenice pro pražské školy občanské. Díl II.</i>	1923	116
<i>Počtenice pro pražské školy občanské. Díl III.</i>	1923 ¹⁰⁶	144
Jan Zlámal (1886–?) Státní nakladatelství, Praha		
<i>Počtářovo dílo I.</i>	1928	168
<i>Počtářovo dílo II.</i>	1929	152
<i>Počtářovo dílo III.</i>	1931 ¹⁰⁷	195
Josef Vlček (1889–?) Státní nakladatelství, Praha		
<i>Počtenice pro první třídu měšťanských škol.</i>	1932	145
<i>Počtenice pro druhou třídu měšťanských škol.</i>	1935	146
<i>Počtenice pro třetí třídu měšťanských škol.</i>	1936 ¹⁰⁸	182
Jaroslav Komárek (?–1968) a kol. Československá grafická unie, Praha		
<i>Pracovní kniha počtů pro žáky měšťanských škol. 1. ročník.</i>	1934	141
<i>Pracovní kniha počtů pro žáky měšťanských škol. 2. ročník.</i>	1935	177
<i>Pracovní kniha počtů pro žáky měšťanských škol. 3. ročník.</i>	1937 ¹⁰⁹	174
Karel Rakušan Státní nakladatelství, Praha		
<i>Z říše čísel. Díl I.</i>	1935	179
<i>Z říše čísel. Díl II.</i>	1936	146
<i>Z říše čísel. Díl III.</i>	1940 ¹¹⁰	200
Vladimír Dubský a kol. Pokusné měšťanské školy ve Zlíně, Zlín		
<i>Počtenice pro I. třídu měšťanských škol.</i>	1936	152
<i>Počtenice pro II. třídu měšťanských škol.</i>	1939 ¹¹¹	171

¹⁰⁵ Počtenice vyšly v dalších sedmi vydáních. Poslední dohledaný výtisk je z roku 1946.

¹⁰⁶ Po druhé vyšel pouze první díl počtenice v roce 1922.

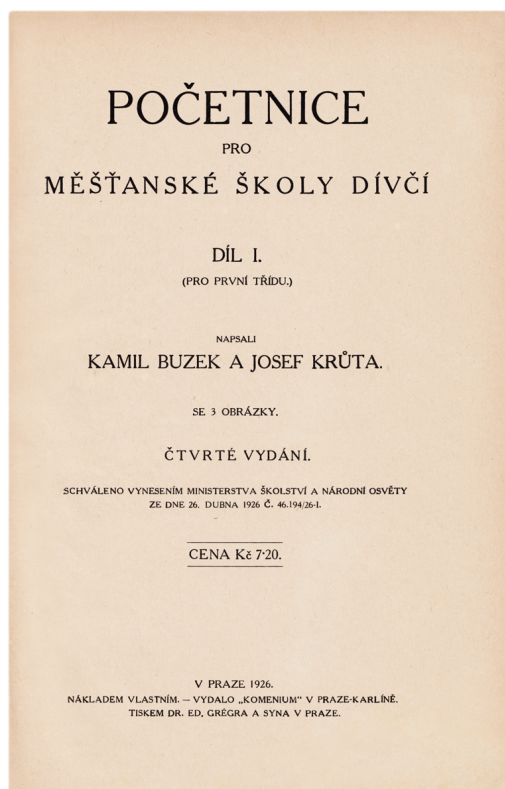
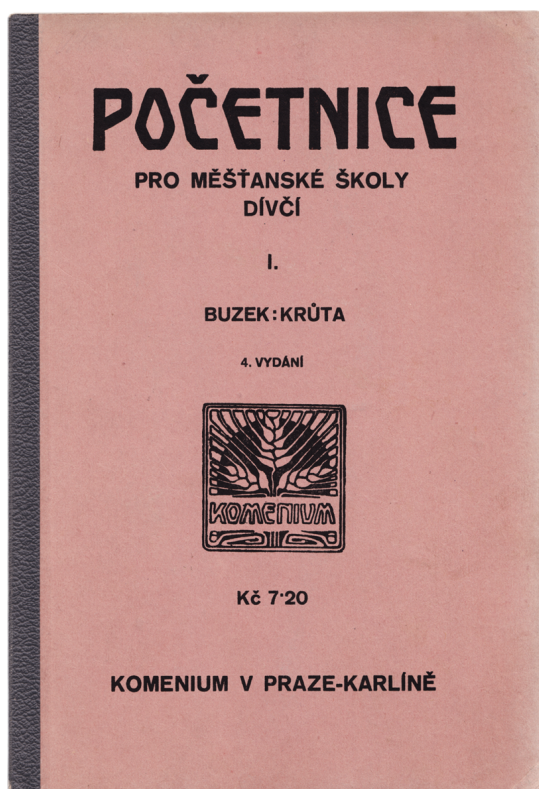
¹⁰⁷ Znovu byl publikován pouze první, resp. druhý díl počtenice v roce 1933, resp. 1934.

¹⁰⁸ Po druhé vyšel jen první díl učebnice v roce 1933.

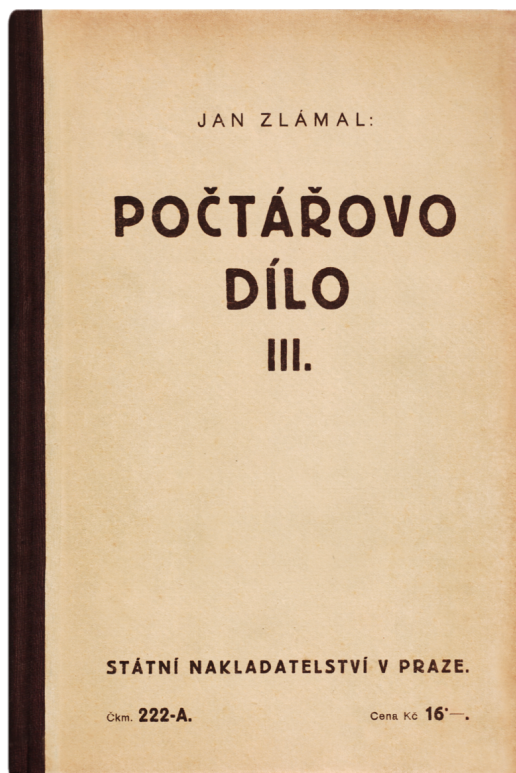
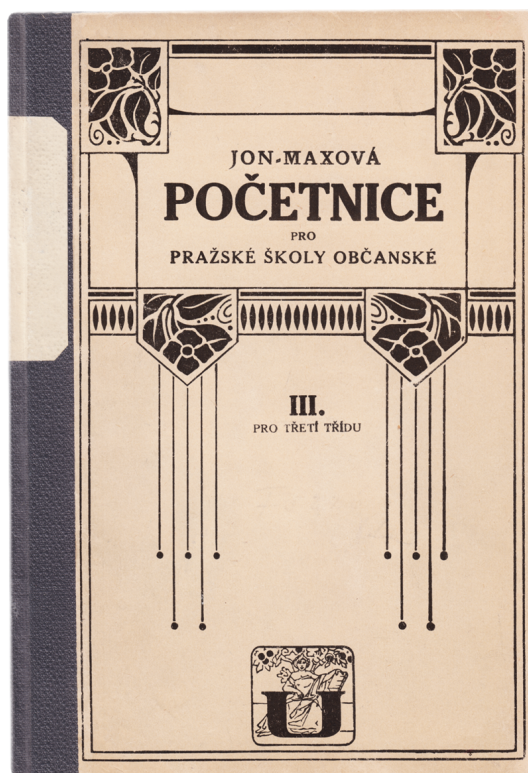
¹⁰⁹ K počtenici pro první ročník byly samostatně publikovány *Výsledky příkladů „Pracovní knihy počtů“ pro žáky měšťanských škol. 1. ročník* (1939, 38 stran). Podobné doplňky k ostatním dílům, resp. opětovná vydání učebnic se nepodařilo dohledat.

¹¹⁰ Další vydání počtenic nepodařilo dohledat.

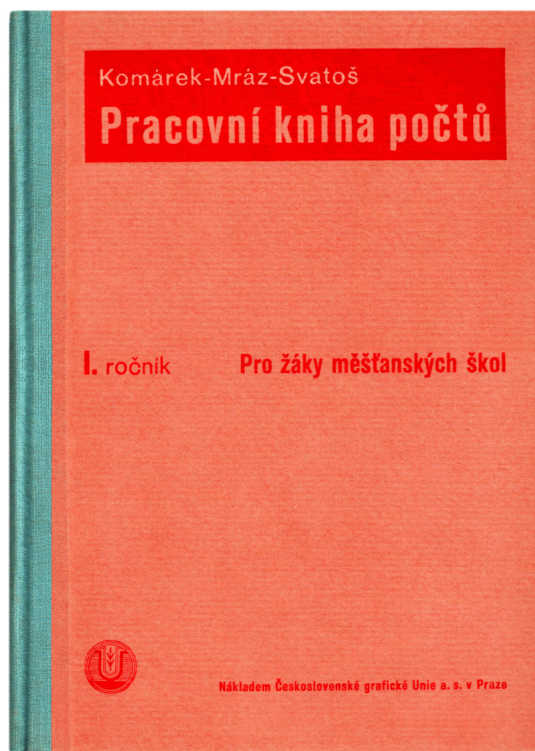
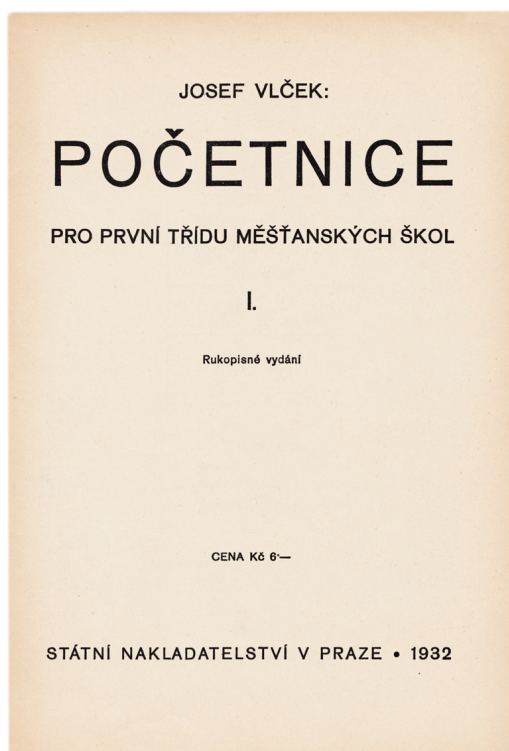
¹¹¹ Třetí díl učebnice ani opětovná vydání prvních dvou se nepodařilo dohledat.



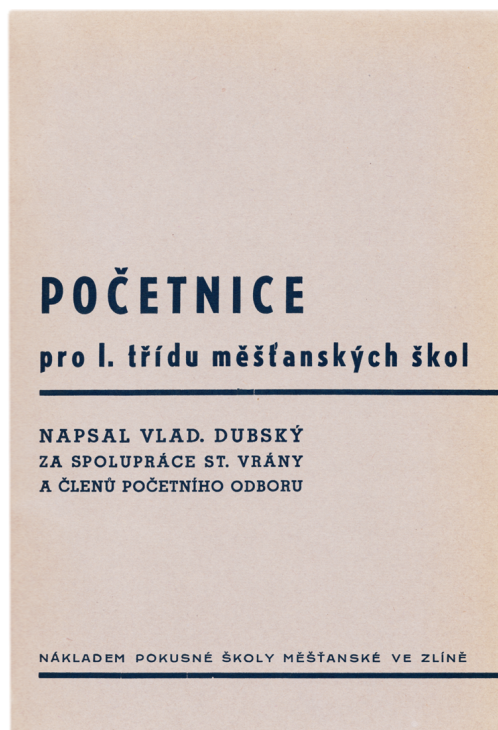
Obálka a titulní list početnice
Buzek, Krůta (1926), 15 × 22,2 cm a 14,5 × 21,9 cm.



Obálky početnic
Jon, Maxová (1923), 14,5 × 20,7 cm; Zlámal (1931), 14,7 × 22 cm.



Titulní list a obálka početnic
Vlček (1932), 14,5 × 21 cm; Komárek a kol. (1934), 15,6 × 21,5 cm.



Obálky početnic
Rakušan (1940), 15,6 × 20,9 cm; Dubský a kol. (1923), 13,9 × 20 cm.

Tyto učebnice by bylo zajímavé analyzovat podrobněji. Zejména by bylo podnětné doplnit informace o autorech, porovnat jejich didaktické zpracování a zasadit je do souvislostí s vývojem pedagogiky, konkrétně s tehdejšími reformními směry.¹¹²

Stručně poznamenejme, že pouze jediné a zároveň nejstarší uvedené početnice K. Buzky a J. Krůty byly opětovně tištěny po celé sledované období. Byly velmi podrobně i kvalitně sepsané a můžeme je považovat za určitý vzor pro následující práce. Pozornosti přitom neunikne, že takových sad učebnic vzniklo v poměrně krátkém období první republiky celkem šest, tedy stejně jako v pěti předchozích desetiletích existence měšťanské školy. Došlo při tom k různým obměnám standardního názvu „početnice“, výraznějšímu typografickému pojetí, přikládání mnoha kresebných i fotografických ilustrací a v neposlední řadě k přizpůsobení některých částí textu k psaní přímo do učebnic.

Celkově můžeme 20. a 30. léta 20. století považovat za velice plodné období pro učebnice aritmetiky pro měšťanské školy a zároveň můžeme na Úlehlovy, Buzkovy a Krůtovy práce nahlížet jako na poslední představitele českých početnic rakouské monarchie. Domníváme se, že pro zhodnocení Úlehlových učebnic je adekvátní jejich srovnání zejména s texty této autorské dvojice.

Závěr

Připomeňme, že Úlehlovy početnice byly vydávány pouze do roku 1930. Proti Buzkovým a Krůtovým učebnicím publikovaným jen čtyři roky po nich nebyly velmi pravděpodobně tolik rozšířené. Klademe si proto otázku, proč přes jejich vřelé přijetí odbornou veřejností vyjádřené v recenzích nebyly tolik úspěšné.

Odpovědí jsou podle našeho názoru dva důvody. Jednak strohá a místy nekvalitní formální úprava, jednak příliš stručné zpracování učiva z matematického a didaktického hlediska. První argument lze podložit citací z Pospíšilovy recenze zmiňující např. sazbu zlomků:

Typografická úprava partie o zlomcích obyč. nevyhovuje: typy zlomků jsou příliš malé a úzké a zvláště v pozdějších částech knihy ve spojení se značkou procenta nezřetelné ($4\frac{1}{2}\%$ vyhlíží jako $4\frac{10}{20}$) ([Po09], str. 54).¹¹³

Rovněž jej lze podpořit zmiňovaným kvalitním grafickým zpracováním prvo-republikových učebnic aritmetiky. Pro úplnost k tomu poznamenejme, že jedinou výjimku z nich představují práce K. Jona a A. Maxové, jež se typograficky podobají spíše textům první poloviny 19. století a jež nebyly pravděpodobně příliš rozšířené.

Druhé formulované negativum je subjektivní povahy a lze jej obtížněji exaktně doložit. Autor této studie je názoru, že stručnost některých partií Úlehlova textu byla na škodu jeho využití v hodinách matematiky, neboť vedla k nedostatečnému vysvětlení matematické problematiky a k obtížnému samostudiu. J. Úlehla mohl

¹¹² O autorech prvorepublikových učebnic se buďto nepodařilo dohledat žádné informace nebo byly nalezeny pouze stručná hesla v *Komenského slovníku naučném*, v *Ottově slovníku naučném* nebo v anonymních internetových zdrojích. Životopisná data byla převzata ze Souborného katalogu České republiky (on-line dostupného z <http://www.caslin.cz> [cit. 2016-02-01]).

¹¹³ Citujeme text přesně podle zdroje. Vzhledem k typografii Úlehlových početnic by však v recenzi mělo být spíše vysázeno „ $4\frac{1}{2}\frac{0}{0}$ vyhlíží jako $4\frac{10}{20}$ “.

být ke strohému vyjadřování veden dvěma důvody. Jednak nemusel považovat za nosné detailněji rozebrat běžně vyučovanou a učiteli nutně dobře ovládanou látku, jednak stručným pojetím kapitol docílil menšího počtu stran a tím levnějších učebnic. Tento druhý ekonomický důvod jistě hrál i v první polovině 20. století svoji roli a mohl být pro J. Úlehlu o to podstatnější vzhledem k jeho celoživotnímu působení na hospodářsky méně rozvinuté Moravě. Jako doklad jisté relevantnosti tohoto názoru citujme úryvek z Pospíšilovy recenze:

... velmi vhodně spojeno je učivo I. a II. tř. v jediný levný svazek.

([Po10], str. 53)

Pro úplnost na závěr poznamenejme, že na Úlehlovu slovenskou verzi početnice pro 5. ročník ([Úu22]) bylo rovněž upozorněno v tisku, konkrétně v časopisu *Český učitel*. Nejednalo se však o recenzi v pravém slova smyslu, neboť v krátkém nepodepsaném textu ([Re23]) bylo pouze stručně zmíněno publikování nové učebnice, byla zdůrazněna důležitost jejího vydání pro slovenské školy a bylo vybídnuto ke koupi knihy:

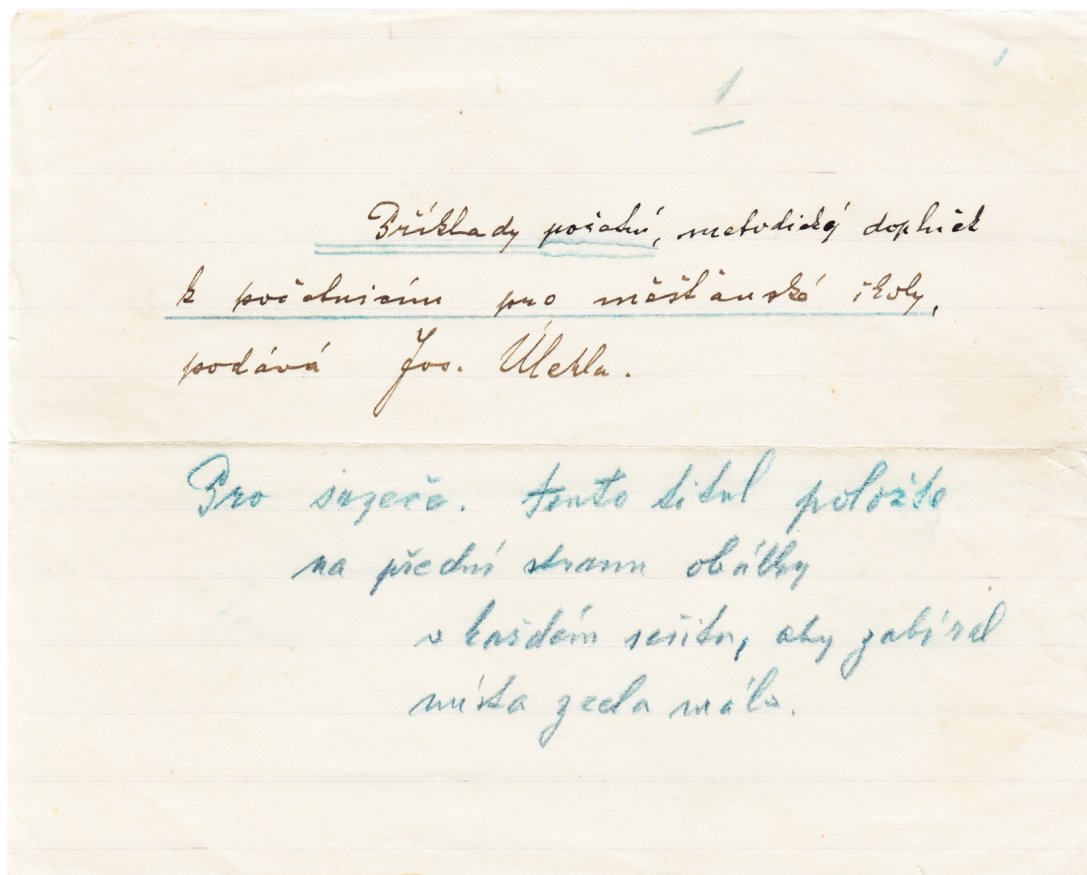
Že sám Úlehla napsal početnici měšť. školám slovenským, je velmi významné pro slovenské školy, protože spisovatel tak školsky vzdělaný a zkušený dovede podat to nejlepší a nejpotřebnější pro děti slovenské ... Kupte si knížku Úlehlovu a potěšíte se milým obsahem i pomocí, které vám poskytne. ([Re23], str. 441)

Příklady početní

Charakteristika práce

V Moravském zemském muzeu v Brně je archivován Úlehlův rukopis nepublikované práce nazvané *Příklady početní k učebnicím pro měšťanské školy* s podtitulem *metodický doplněk*.¹¹⁴ Představuje sbírku matematických úloh. Má podobu devatenácti tzv. *sešitů* dochovaných v podobě balíčků přelepených tužším hnědým papírem, jež jsou očíslovány I. až XX. (XIX. chybí) a jež obsahují nadpis příslušného tematického celku, jeho komentář s řešeným příkladem a zadání úloh k vypracování. V prvním štůsku je navíc uložen titulní list, úvodník *Početní zkouška* a *Poznamenání pro sazeče*. V pokynech k tisku práce je napsáno:

*Na složených lístkách jest 48 příkladů; na jeden tuhý list papírový otiskne se 6 příkladů; bude tudíž listů 8; ty budou od toho odděleny; příklady na listu budou otisknuty jenom po líci; rub zůstane prázdný; příklad od příkladu na líci bude oddělen čarou, aby se mohl odstříhnouti; každý list bude míti nad příklady číslo svého sešitu a označení svých příkladů; na rubu nahoře slova: výpočet. Listy budou složeny do obálky, na obálce bude otisknut text, který je přikládán k příkladům. Slova z listu 1a: Početní zkouška budou se však opakovati na každé obálce shora před ostatním textem.*¹¹⁵



Příklady početní. Titulní list, 14,6 × 11,7 cm.

¹¹⁴ Jde o archivní fond *Josef Úleha*, sign. 41/82, inv. č. S89.

¹¹⁵ Jednotlivé pokyny k typografii byly v této citaci odděleny středníky, v originále však byly psány na nový řádek. Viz obrázek na následující straně.

Poznámání pro sazeče

Ke složeních listůch jest 48 příkladů

na jeden velký list papírový oběma se 6 příklady
bude každý listů 8

Aby řádky od sebe odděleny

příklady na listu řádky odděleny jednou pro tři
rub přistane prázdný

příklad od příkladu na tři řádky oddělen
čarou, aby se mohl oddělovati:

každý list bude mít nad příklady číslo svého
řádku a opatření svých příkladů

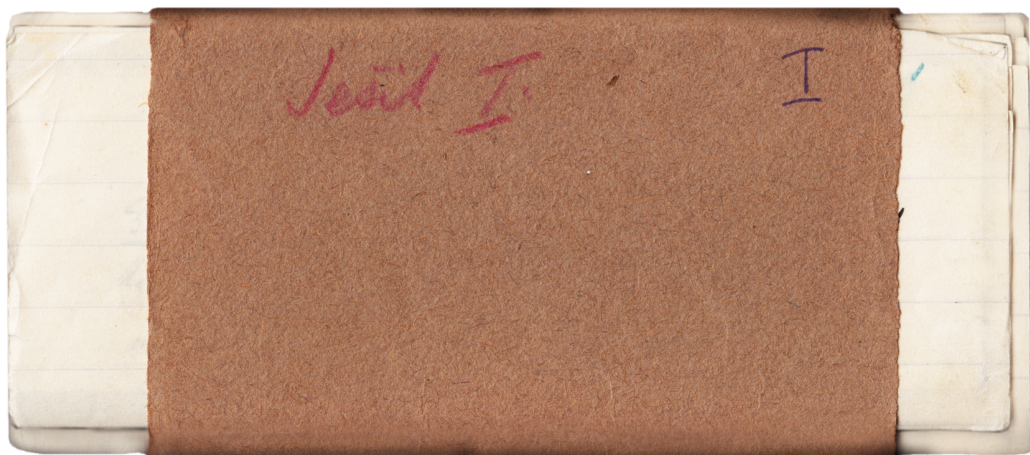
na rubu na horně slova: sejpočet.

listy řádky složený do obálky,

na obálce bude státní text,

který je přidán k příkladům,

slova s listů 1a: Počítání grafika
řádky se vřad opatření na každé obálce shora
přít ostatním textem.

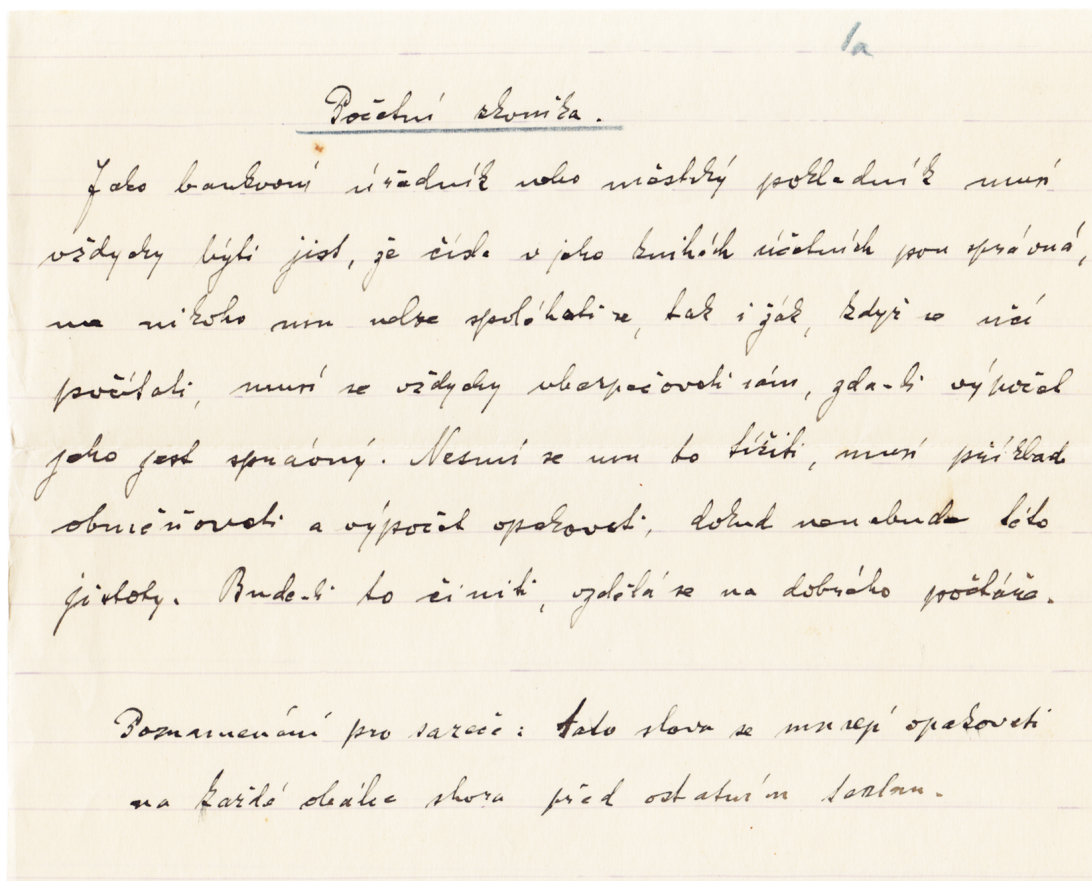


Poznámání pro sazeče, 14,2 × 18,5 cm, balíček souboru Sešit I., 14,7 × 6,4 cm.

Celkově J. Úlehla připravil 25 témat, očísloval je 1. až 26. (25. chybí) a až na drobné výjimky do nich zahrnul 24 nebo 48 úloh. Do každého z předpokládaných dvaceti sešitů zařadil buďto dva celky po 24 příkladech nebo jeden se 48, přičemž je zamýšlel otisknout na zmiňovaných 8 listů po 6 příkladech. Označení témat, jejich uspořádání a počet úloh byly shrnuty do následující tabulky. Do jejího pravého sloupce bylo navíc doplněno, k jaké kapitole početnic lze příklady řadit.

sešit	nadpis	počet úloh	odpovídá kapitole
I.	1. Čtení a zapisování čísel	24	Soustava desítná
	13. Počítání podle soustavy šedesátkové	24	Počítání s čísly vícejmennými
II.	2. Převádění a rozvádění čísel	24	Řetězový počet
	14. Čísla vícejmenná	24	Počítání s čísly vícejmen.
III.	3. Nejmenší společný násobek	24	Základní čísla, společná míra, společný násobek
	4. Rozklad na kmenové činitele	24	
IV.	5. Nejvyšší společná míra dvou čísel	24	Základní čísla, společná míra, společný násobek
	10. Počítání rozkladné	25	Počítání úsudkové
V.	6. Sečítání	24	Základní úkony početní
	7. Odčítání	24	
VI.	8. Násobení	24	Základní úkony početní
	9. Dělení	24	
VII.	11. Trojčlenka	48	Trojčlenka jednoduchá
			Trojčlenka složená
VIII.	12. Počet směšovací a průměrný	48	Počet průměrný, směšovací a spolkový
	26. Úkoly o práci; první část	48	
IX.	17. Počet lhůtový	48	Počet lhůtový
X.	16. Počet úrokový	48	Jednoduchý počet úrokový
XI.	15. Počet procentový	48	Počet procentový
XII.	18. Složitý počet úrokový	48	Složitý počet úrokový
XIII.	19. Počet mincovní	50	Počet mincovní
XIV.	20. Peněžní trh	48	Cizí peníze, Parita
XV.	21. Cenné papíry	49	Cenné papíry
XVI.	22. Počet řetězový	48	Řetězový počet
XVII.	23. Druhá mocnina a odmocnina	48	Umocňování a odmocňování dvěma
XVIII.	24. Třetí mocnina a třetí odmocnina	48	Umocňování a odmocňování třemi
XIX.	25. chybí		
XX.	26. Úkoly o práci; druhá část	48	Počet průměrný, směšovací a spolkový

Není jasné, proč 10., 19. a 21. téma obsahuje více příkladů a jaké zaměření mělo mít 25. Vzhledem k předpokládané návaznosti rukopisu na kapitoly Úlehlových početnic mohlo zahrnovat příklady z chybějících celků *Číslice římské, Počítání zlomkové, O poměru a srovnalosti, Počet diskontový, Výpočty pojišťovací, O číslech protivných, resp. obecných a Rovnice* nebo *Počítání, Odhadování, Peněžné poukázky a Obchod a knihy obchodní*. Které z prvních zmiňovaných mohlo být zařazeno, není jasné, obsažení všech by jistě vyžadovalo přidání dalších sešitů. Proti tomu zahrnutí druhých jmenovaných je vzhledem k jejich charakteru méně pravděpodobné.



Úvodník *Počtení zkouška*, 14,4 × 11,5 cm.

Dále není zřejmé, v jakém roce byla práce zhotovena a zdali byla určena pouze k výuce podle Úlehlových početnic. Vzhledem k jejímu charakteru a případně k tomu, že nebyla specifikována pro chlapecké nebo dívčí školy, lze usuzovat, že byla napsána až po vydání početnic či spíše až v období první republiky. Přes všechny nejasnosti jsme se pokusili zhotovit možnou podobu obálky *Sešitu I*. Podle sazečských pokynů jsme vytiskli postupně nadpis z titulního listu, úvodník *Počtení zkouška*, komentář a řešený příklad. Typografii jsme volili podobnou s vydáním autorových početnic ve 20. letech 20. století. Na následujících obrázcích nejprve ilustrujeme rukopisnou podobu.

1. Čtení a napísování čísel.

K napísování čísel volí počítací řadu, která slouží
měřítku veliči geometrické a kterou vytvoří postupně,
vzestupně nebo sestupně mocniny čísla základního.

Když je základní číslo a , je vzestupná řada
měřítká: $1, a, a \times a, a \times a \times a, \dots$, řada
sestupná: $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a \times a}, \frac{1}{a \times a \times a}$

Řadu, kterou zvolíme k napísování čísel,
použijeme soustavou počítací, postupně mocniny
slouží k odvození jednotky.

V soustavě počítací, která slouží desítkám,
je základní číslo 10,

řada vzestupná je $1, 10, 10 \times 10, 10 \times 10 \times 10, \dots$

řada sestupná je $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{10 \times 10}, \frac{1}{10 \times 10 \times 10}, \dots$

V soustavě, jejíž základní číslo je 7, jsou indové
jednotky vzestupně: $1, 7, 49, 343, 2401, \dots$

sestupně: $1, \frac{1}{7}, \frac{1}{49}, \frac{1}{343}, \dots$

Starí Babyloniáni měli i desítkovou soustavu
počítání, která se zachovávala do teď při napísování
čísel čaroměřných a úhlových.

Řádové jednotky

vzestupně jsou: 1, 60, 3600, 216.000, ...

sestupně: 1, $\frac{1}{60}$, $\frac{1}{3600}$, $\frac{1}{216.000}$, ...

Příklad. V českém roce republika byla v roce 1923
slabších dnů než v předchozích 629.572, najít toto
číslo v i desítkové soustavě a je číslo vol. $L=10, 1=1$

Řešení.

Vzestupně řádové jednotky i desítkové jsou

1, 60, 3600, 216.000, 12.960.000, ...

	12.960.000	216.000	3.600	60	1
				L L	L L
			L L	L L	L L
			L	L	L
6 29. 572	197. 572	17. 572	3172	172	
- 2 16. 000 x 2	- 36. 000 x 5	- 3600 x 4	- 600 x 6	- 60 x 2	
197. 572	17. 572	3172	172	52	

Čtení a napísování čísel, komentář, řešený příklad, oba lístky 14,5 x 11,6 cm.

PŘÍKLADY POČETNÍ

k početnicím pro měšťanské školy

podává *Jos. Úlehla*.

Sešit I.

Početní zkouška. Jako bankovní úředník nebo měšťský pokladník musí vždycky býti jist, že čísla v jeho knihách účetních jsou správná, na nikoho mu nelze spoléhat se, tak i žák, když se učí počítati, musí se se vždycky ubezpečovati sám, zda-li výpočet jeho jest správný. Nesmí se mu to tížiti, musí příklad obměňovati a výpočet opakovati, dokud nenabude této jistoty. Bude-li to činiti, vzdělá se na dobrého počtáře.

Čtení a zapisování čísel

K zapisování čísel volí počtář řadu, která sluje měřická neboli geometrická a kterou vytvářejí postupné, vzestupné nebo sestupné mocniny čísla základního. Když jest základní číslo a , jest seskupená

řada měřická: $1, a, a \times a, a \times a \times a, \dots$,

řada sestupná: $1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a \times a}, \frac{1}{a \times a \times a}, \dots$

Řadu, kterou zvolíme k zapisování čísel, jmenujeme soustavou početní, postupné mocniny sluji řadové jednotky. V soustavě početní, která sluje desetinná, jest základní číslo 10,

řada vzestupná jest $1, 10, 10 \times 10, 10 \times 10 \times 10, \dots$

řada sestupná jest $1, \frac{1}{10}, \frac{1}{10 \times 10}, \frac{1}{10 \times 10 \times 10}, \dots$

V soustavě, jejíž základní číslo jest 7, jsou řadové jednotky

vzestupné: $1, 7, 49, 343, 2041, \dots$

sestupné: $1, \frac{1}{7}, \frac{1}{49}, \frac{1}{343}, \dots$

Počítání podle soustavy šedesátkové

Staří Babyloňané měli šedesátinnou soustavu početní, která se zachovává dosud při zapisování čísel časoměrných a úhломěrných. Řadové jednotky

vzestupné jsou: $1, 60, 3600, 216.000, \dots$

sestupné: $1, \frac{1}{60}, \frac{1}{3600}, \frac{1}{216.000}, \dots$

Příklad. V československé republice bylo roku 1923 vlašských stromů ořechových 629.752; napiš toto číslo v šedesátkové soustavě a za číslice vol $L = 10, I = 1$.

Řešení. Vzestupné řadové jednotky šedesátkové jsou 1, 60, 3600, 216.000, 12.960.000

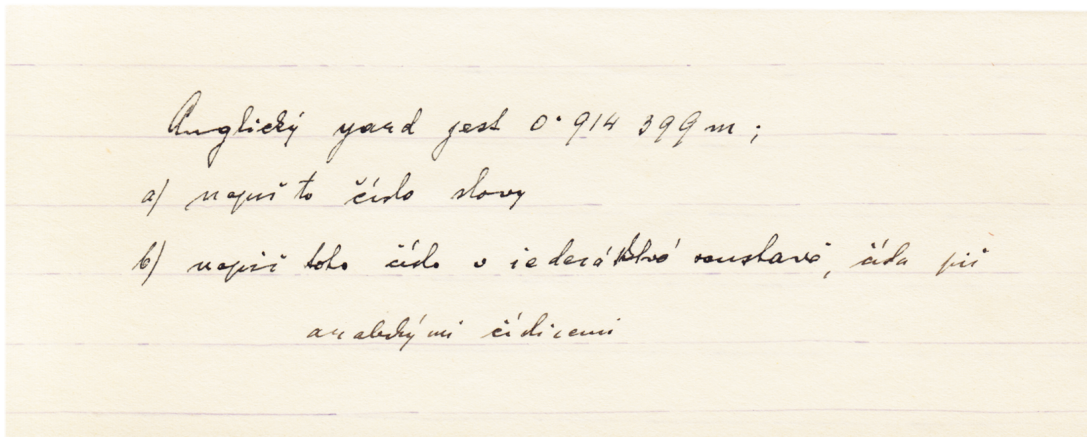
12.960.000	216.000	3.600	60	1
	II	LLII	LLII	LLII
		LLII	LL	LL
		L	L	L
629.572	197.572	17.572	3172	172
$- 216.000 \times 2$	$- 36.000 \times 5$	$- 3600 \times 4$	$- 600 \times 5$	$- 60 \times 3$
197.572	17.572	3172	172	52

Rekonstrukce obálky *Sešitu I.*

Analýza

Rozeberme i na základě provedené rekonstrukce tento rukopis a nalezněme alespoň částečnou odpověď na základní otázku, proč nebyl publikován. Do studovaného prvního sešitu byly zařazeny dva celky (po 24 příkladech), jež spolu tematicky souvisí a jež se prolínají i v jednotlivých úlohách. Vedle uvedeného řešeného příkladu se jedná např. o zadání o anglickém yardu patřící do části

Čtení a zapisování čísel, ale obsahující i podotázku na šedesátkovou soustavu, tj. na problematiku ze druhého celku.¹¹⁶ Podobně tomu je i v dalších sešitech se dvěma kapitolami. Jejich dělení a číslování obsažených témat je tedy do jisté míry nejasné. Při rekonstrukci jsme proto vynechali poněkud zvláštní označení 1. a 13. a zachovali pouze názvy celků.

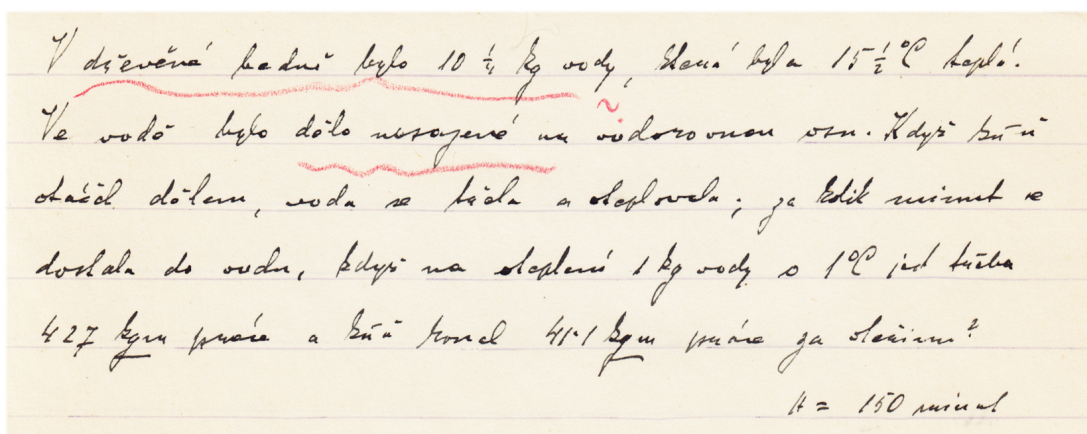


Úloha o anglickém yardu, 14,5 × 5,9 cm.

U některých příkladů jsou červeně provedeny korektury, na obrázku níže jsou předvedeny na dvou úlohách fyzikální povahy z celku 26. *Úkoly o práci, druhá část.* Jejich zadání zní:

V dřevěné bedně bylo $10\frac{1}{4}$ kg vody, která byla $15\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$ teplá. Ve vodě bylo dělo nasazené na vodorovnou osu. Když kuň otáčel dělem, voda se třela a oteplovala; za kolik minut se dostala do varu,¹¹⁷ když na oteplení 1 kg vody o 1°C jest třeba 427 kgm práce a kuň konal 41.1 kgm práce za vteřinu? $H = 150$ minut

V dřevěné bedně byla voda teplá $15\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$, ve vodě bylo dělo nasazené na vodorovné ose. Když kuň otáčel dělem, voda se třela o dělo a oteplovala se, za 150 minut se dostala do varu; kolik litrů bylo té vody, když na oteplení jednoho kg vody o 1°C jest třeba 427 kgm práce a kuň konal za vteřinu 41.1 kgm práce? $H 10\frac{1}{4}$ kg



Korektury úlohy z celku 26. *Úkoly o práci, druhá část,* oba lístky 14,5 × 5,8 cm.

¹¹⁶ Úloha zní: Anglický yard jest 0.914399 m; a) napiš to číslo slovy; b) napiš toto číslo v šedesátkové soustavě, čísla piš arabskými číslicemi.

¹¹⁷ Zde je v rukopisu napsáno (pravděpodobně) vodu, mělo by být spíše varu.

Jde o příklady založené na jedné situaci, řešení prvního lze vyčíst ze zadání druhého a opačně. Červeně je v prvním z nich podtrženo, v dřevěné bedně bylo $10\frac{1}{4}$ kg vody, dělo nasazené na, ve druhém je tužkou označeno, kolik litrů bylo té vody a odpověď $H 10\frac{1}{4}$ kg. Protože byl ke zvýraznění připojen otazník, lze usuzovat, že korektor byl někdo jiný nežli autor rukopisu, přičemž zde vyjádřil neporozumění zadání úlohy. Ve druhé úloze potom zatrhl určitý spor mezi otázkou a odpovědí, neboť v řešení by jako jednotky měly být uvedeny spíše litry.

V dřevěné bedně byla voda teplá $15\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$, ve vodě bylo \times dělo nasazené na sudovinnou vsc. Když k němu přišel dělník, voda se hřála v dělu a ohřívávala se, za 150 minut se došlo do varu. Kolik litrů bylo té vody, když na ohřevání jedné kg vody ^{o 10°C} šel práce 427 kgm práce a k němu konal za ohřevání 411 kgm práce?

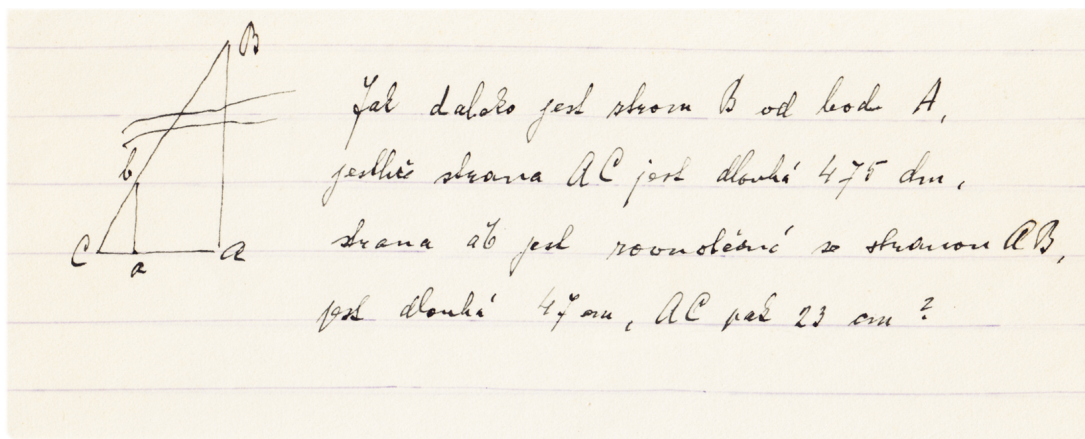
$H = 10\frac{1}{4}$ kg

Korektury úlohy z celku 26. Úkoly o práci; druhá část, oba lístky $14,5 \times 5,8$ cm.

Z rukopisu není patrné, zdali byly korektury jakkoliv J. Úlehlou reflektovány. Poznamenejme ještě, že naprostá většina příkladů neobsahuje proti výše prezentovaným správné odpovědi. Pouze dvě úlohy (z celku 11. *Trojčlenka*) jsou doplněny ilustracemi (viz obrázek jedné z nich). Jejich formulace jsou zvláštní, obsahují pravděpodobně chyby, neboť uvádí dvě délky pro tutéž stranu (pravděpodobně jde o záměnu A a a):

Jak daleko jest strom B od bodu A, jestliže strana AC jest dlouhá 475 dm, strana ab jest rovnoběžná se stranou AB, jest dlouhá 47 cm, AC pak 23 cm?

Jak daleko jest strom B od bodu A, jestliže strana AC jest dlouhá 3684 cm, strana ab jest rovnoběžná se stranou AB, jest dlouhá 53 cm, AC pak 27 cm?



Ilustrace k příkladu z celku 11. *Trojčlenka*, $14,5 \times 5,8$ cm.

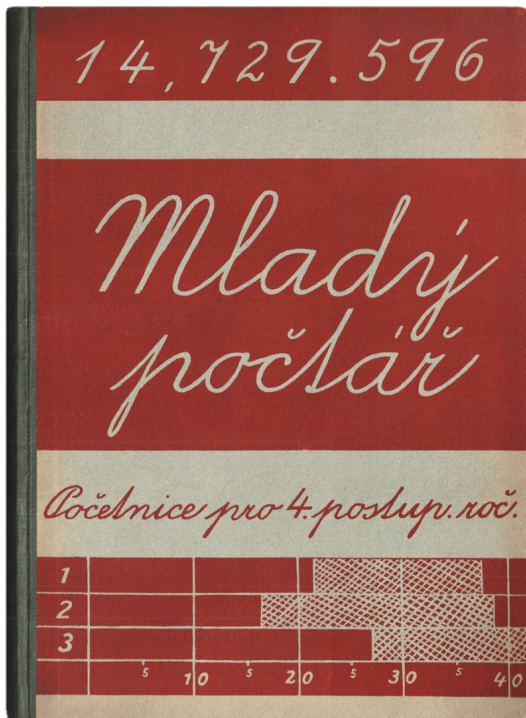
Hodnocení rukopisu

Při počátečním studiu rukopisu, s přihlédnutím k jeho kompaktnímu dochování v balíčcích nebo k uvedeným podrobným informacím k jeho tisku jde usuzovat, že byl připraven k publikování. Vzhledem k prezentovaným nejasnostem plynoucím z provedené analýzy se však domníváme, že práce nebyla dokončena a proto nebyla vydána. Pokud by důvodem nedopracování bylo úmrtí autora, mohli bychom její sepsání řadit až do počátku 30. let 20. století.

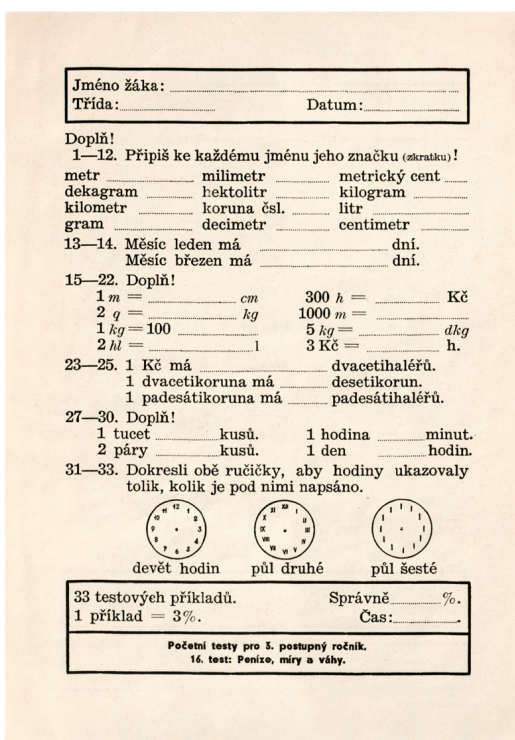
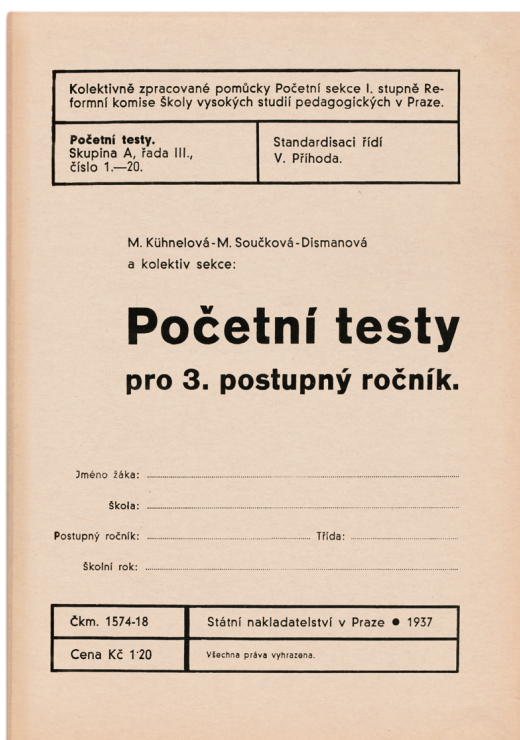
Takové časové určení by odpovídalo i období vzniku prvních českých souborů učebních textů, jež byly spolu s učebnicí tvořeny dalšími studijními materiály. Jejich charakter lze přiblížit na nejstarší dohledané takové sadě zhotovené autorským kolektivem Františka Pátka (1882–1962), Miloslava Dismana (1904–1981) a Marie Kühnelové (1886–1943). Jedná se o práci určenou k výuce matematiky na obecných školách, která byla sestavena z učebnice *Mladý počtář*, doplňku *Výsledky příkladů*, záznamovým archem *Co jsem dnes vypočítal?*, dvěma soubory pracovních listů *Počtení testy* a metodického průvodce pro učitele *Vyučování počtům*. Část *Počtení testy* lze přitom nejvíce připodobnit k analyzovanému Úlehlovu rukopisu.

Přes všechny neúplnosti a nedostatky *Příklady početní* představují velmi zajímavé a inspirativní dílo a dokládají Úlehlovu invenční přístup k tvorbě studijních textů. Je škoda, že nebyly publikovány. Byly by pravděpodobně nejstaršími pracovními listy z matematiky pro měšťanské školy. Problematiku vzniku a vývoje ucelených výukových sad spolu s genezí pracovních sešitů z matematiky považujeme za zajímavý námět na další hlubší studium. Tuto analýzu Úlehlova díla alespoň doplníme o ilustrace zmíněného souboru příloh početnice *Mladý počtář*. Níže připojujeme obálky nebo ukázky uvedených částí.¹¹⁸

¹¹⁸ Doplníme k tomu přesné citace. Jedná se o práce Pátek F. a kol., *Mladý počtář. Početnice pro 4. postupný ročník obecných škol československých*. Státní nakladatelství, Praha, 1934, 183 stran; Pátek F. a kol., *Výsledky příkladů v početnici „Mladý počtář“ a v početních testech pro 4. postupný ročník*. Státní nakladatelství, Praha, 1935, 64 stran; Kühnelová M. a kol., *Počtení testy pro 3. postupný ročník*. Státní nakladatelství, Praha, 1937, 23 stran, a Disman M. a kol., *Počtení testy pro 4. postupný ročník*. 5. vydání, Státní nakladatelství, Praha, 1946, 25 stran (první, resp. starší vydání *Počteních testů pro 4. postupný ročník*. se nepodařilo dohledat).



Obálka početnice a doplňku
Pátek a kol. (1934), 15,3 × 20,8 cm; Pátek a kol. (1935), 15,1 × 20,9 cm.



Obálka souboru a 16. test
Kühnelová a kol. (1937), 14,9 × 20,9 cm a 14,8 × 20,9 cm.

Co jsem vypočítal?

Cvičení	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Datum																								
Vypracováno																								
Cvičení	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
Datum																								
Vypracováno																								
Cvičení	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72
Datum																								
Vypracováno																								
Cvičení	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96
Datum																								
Vypracováno																								
Cvičení	97	98	99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
Datum																								
Vypracováno																								

K čkm. 70-IV.

Které cvičení a kdy jsi vypracoval, poznamenej si podle tohoto vzoru takto:

Cvičení	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Datum	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2		1/2																	
Vypracováno																								



Příloha početnice *Mladý počtář*, líc a rub
Pátek a kol. (pravděpodobně 1934), 19,7 × 13,9 cm.¹¹⁹

¹¹⁹ Tato příloha byla nalezena (a ponechána na místě) v únoru 2016 v Pedagogické knihovně J. A. Komenského v Praze jako volně vložený list do učebnice Pátek a kol., *Mladý počtář. Početnice pro 4. postupný ročník obecných škol československých*. Státní nakladatelství, Praha, 1934 (signatura I 6879/4). Nebyla přímo datována. Lze však usuzovat, že pochází z roku vydání knihy.

M. Disman — F. Pátek — J. Trajer a kolektiv sekce:

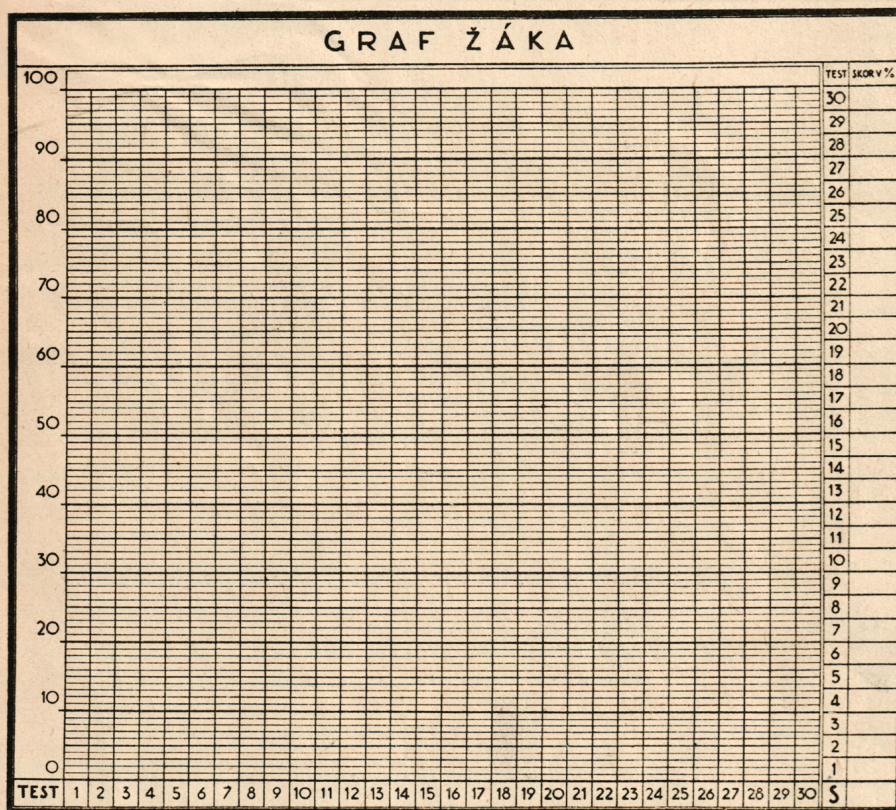
Početní testy pro 4. postupný ročník.

Páté vydání.

Jméno žáka: _____, číslo: _____ Škola: _____, _____ třídní

Věk žákův: _____ l., _____ m. Třída nebo skupina: _____

Školní rok: _____ Obec: _____



Datum: _____ Jméno žáka: _____ Třída: _____

Počtení testy pro 4. postupný ročník.

Úsudek z jednotky o množství.

Test č. 5.

1.—6.) Výňatek z ceníku:

1 husa	300 Kčs	1 kg másla	94 Kčs
1 kuře	40 Kčs	1 kg tvarohu	25 Kčs
pár holoubat	15 Kčs	1 kg jablek	10 Kčs

Doplň!

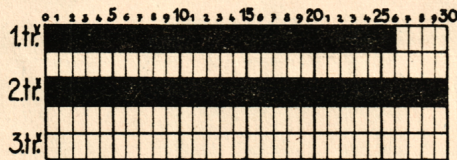
Obchodník utržil za 3 husy _____ Kčs	za pár kuřat _____ Kčs
za 4 kg tvarohu _____ Kčs	za 4 kg jablek _____ Kčs
za 2 páry holoubat _____ Kčs	za 2 kg másla _____ Kčs

7.—8.) Dodělej tyto účty!

		Kčs
10 párů punčoch	po 20 Kčs	
5 párů rukavic	po 50 Kčs	
Celkem		

		Kčs
6 m látky	po 70 Kčs	
4 m látky	po 200 Kčs	
Celkem		

9.—13.) Diagram o počtu dětí ve škole:



Doplň! V 1. třídě je _____ dětí.
 V 2. třídě je _____ dětí.
 V 3. třídě je 28 dětí. Zaznamenej je v diagramu!
 V které třídě je nejvíce dětí?

14.—25.) Doplň!

6 hl = _____ l	120 vteřin = _____ minuty	8 kusů = _____ páry
2 hl 90 l = _____ l	180 minut = _____ hodiny	24 kusy = _____ tučty
9 hl 8 l = _____ l	48 hodin = _____ dny	1 veletucet = _____ kusů
320 l = _____ hl _____ l	49 dní = _____ týdnů	2 kopy = _____ kusů

Odevzdej!

25 testových příkladů 1 příklad = 1 bod 1 bod = 4%	Rozbor:		Správně _____ %
	1.—8. Úsudek	<input type="text"/>	Čas: _____
	9.—13.) Diagram	<input type="text"/>	
	14.—17.) Míry duté	<input type="text"/>	
	18.—21.) Míry časové	<input type="text"/>	
	22.—25. Míry hromadné	<input type="text"/>	



LITERATURA

- [BJ01] Bečvář J. a kol. *Matematika ve středověké Evropě*. Prometheus, Praha, 2001.
- [Gr09] Groulík J., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké* (recenze) *Pedagogické rozhledy* 23(1909–1910), sešit 1, říjen 1909, str. 29–30.
- [Hu08] Hudeček J., *Matematika v devíti kapitolách. Překlad, vysvětlivky a úvod*. Edice Dějiny matematiky, svazek č. 37, Matfyzpress, Praha, 2008.
- [Ju78] Juškevič A. P., *Dějiny matematiky ve středověku*. Academia, Praha, 1978.
- [Ká29] Kádner O., *Vývoj a dnešní soustava školství. Díl I*. Sfinx Bohumil Janda, Praha, 1929.
- [Ká31] Kádner O., *Vývoj a dnešní soustava školství. Díl II*. Sfinx Bohumil Janda, Praha, 1931.
- [Me13] Melcer M., *Finanční matematika v českých učebnicích (od Marchetovy reformy)*. Edice Dějiny matematiky, svazek č. 55, Matfyzpress, Praha, 2013.
- [Os10] *Vzorné osnovy učebné pro měšťanské školy chlapecké a dívčí s českou řečí vyučovací v království českém*. C. k. školní knihosklad, Praha, 1910.
- [Po09] Pospíšil K., *Početnice pro měšťanské školy dívčí* (recenze). *Škola měšťanská* 11(1909), Příloha odboru mathematicko-technického, str. 53–55.
- [Po10] Pospíšil K., *Početnice pro měšťanské školy dívčí* (recenze). *Pedagogické rozhledy* 23(1909–1910), sešit 6, březen 1910, str. 593–594.
- [Re23] –, *Počtovnica pre slovenské školy meštianské* (recenze). *Český učitel* 26(1922–1923), č. 28 ze dne 9. února 1923, str. 441.
- [Ve72] Veselá Z., *Česká střední škola od národního obrození do druhé světové války*. Státní pedagogické nakladatelství, Praha, 1972.

UČEBNICE

- [Be1] Benda M., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Stupeň I.* Höfer a Klouček, Praha, 1903, 91 stran.
- [HN1] Horčíčka J., Nešpor J., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl I.* J. Otto, Praha, 1905, 98 stran.
- [HN2] Horčíčka J., Nešpor J., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké i dívčí. Díl II.* J. Otto, Praha, 1905, 90 stran.
- [KM1] Kneidl F., Marhan M., *Početnice pro měšťanské školy chlapecké. Sešit první.* F. Tempský, Praha, 1896, 110 stran.
- [Mo5] Močnik F., *Pátá početnice pro obecné školy. Úkoly početní pro vyšší třídy.* C. k. školní kněhosklad, Vídeň, 1878, 200 stran.