Eduard Čech

Poznámky k učebnicím geometrie pro 1.- 3. třídu středních škol : s návody a výsledky cvičení

Jednota československých matematiků a fysiků, Praha, 1944, 20 s.

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/501340

Prof. Dr EDUARD ČECH

POZNÁMKY

K UČEBNICÍM GEOMETRIE

pro 1.–3. třídu středních škol

(S návody a výsledky cvičení)

PROF. Dr EDUARD ČECH:

POZNÁMKY
K UČEBNICÍM GEOMETRIE

pro 1.—3. třídu středních škol

(S návody a výsledky cvičení.)

NÁKLADEM JEDNOTY ČESKÝCH MATEMATIKŮ A FYSIKŮ

Pozůst. Akad. Čelka

Úvod. Tyto poznámky jsou určeny pro profesory, kteří budou učiti geometrii v primě, sekundě nebo tercii podle mé učebnice. Snažil jsem se napsati učebnici i pro žáka co nejsrozumitelnější. Četné drobné didaktické pokyny se najdou na různých místech učebnice; je ovšem třeba, aby profesoři text učebnice četli a o něm přemýšleli. Tyto poznámky mají provisorní tvar; definitivní formy budou moci nabýti teprve při dalších vydáních, během doby, po zkušenostech. V zájmu mladších a méně zkušených kolegů prosím odborníky, aby mi podle své zkušenosti sdělovali, v čem by si přáli míti poznámky (a ovšem také učebnici samu) doplněny nebo zlepšeny. Také mladší kolegové, kteří by si přáli v některém bodě bližších informací nebo vysvětlení, nechť se na mne s důvěrou obrátí (adresa Brno, Reicheltova 16).

O všeobecných zásadách, kterými jsem se řídil při spisování učebnice, informuje do jisté míry můj článek: Jak vyučovati geometrii v primě?, Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, roč. 70, 1940-41, str. D 40 až D 58. Tyto poznámky jsou psány tak, že text je veskrze srozumitelný i těm, kterým snad citovaný článek není přístupný; ale ti, kteří mají možnost si jej pročísti, najdou v něm mnohý užitečný doplněk těchto poznámek. V dalším budu uvedený článek citovati zkratkou Čas. Byl psán k původnímu rukopisu učebnice psanému podle dřívějších osnov; protože podle nyní platných osnov byla dosavadní látka primy rozdělena mezi primu a sekundu, článek se týká nynější vyučovací látky v primě i v sekundě. Číslování paragrafů v tištěné učebnici se liší od číslování v rukopise, jež je udáváno v Čas.; změny jsou patrné z následující tabulky, ve které Č znamená číslo paragrafu uváděné v Čas. a U znamená příslušné číslo v učebnici.

Č	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
U	14	15	16	17	18	19	5	6	7	8	9	10

Č	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
U	11	12	13	20	21	22	23	24	25	26	27 a 28	29

V Čas. jsou také citována některá cvičení z mé učebnice; následující tabulka udává v prvním řádku čísla cvičení, jak jsou v Čas. citována, a ve druhém řádku čísla, která táž cvičení mají v učebnici.

79	6	127	130	131	132	133	134	228	257
211	138	71	74	75	76	77	78	252	281

Část prvá (pro I. třídu).

Větší část stanoveného počtu hodin matematiky v primě musí nyní býti věnována aritmetice a především dokončení výcviku v provádění čtyř základních výkonů početních, na který nemohou stačit čtyři léta obecné školy. Proto lze věnovati geometrii v primě jen málo času (nejvýše snad třetinu vyučovací doby). Vyučování musí v celé látce vycházeti z názoru a stále se k názoru vraceti. V osnově primy je řeč také o měrné váze, která se v mé Geometrii nevyskytuje, ale jest jí věnován odst. 69 mé Aritmetiky pro primu.

§ 1. Základní geometrické výrazy. Ačkoli v textu paragrafu je řeč pouze o kvádru, učiní profesor dobře, přinese-li do třídy také několik modelů jiných těles, na kterých může ilustrovati některé geometrické pojmy, o nichž je v textu řeč (na př. trojúhelník). Jeden z hlavních úkolů tohoto paragrafu (i následujících) jest, aby žáci poznali názvy nejjednodušších a nejčastčji se vyskytujících geometrických pojmů. S těmito pojmy samými žáci nechť se seznamují výhradně na základě konkretních představ. Nemohu než varovati před slovními definicemi nebo náhražkami definic, které jsou u základních pojmů naprosto bezcenné a u pojmů odvozených v tomto stadiu zcela předčasné; viz Čas., odst. 6.

Aby měli žáci přehled o geometrických výrazech, s nimiž se setkali, doporučuji v textu „slovníček", o kterém je řeč v prvém ze cvičení ke každému paragrafu primy a sekundy. Vždy po několika paragrafech nechť se profesor přesvědčí vhodnými otázkami, že žáci znají výrazy, které mají ve slovníčku zapsány.

§ 2. Délka úsečky. § 3. Kolmice a rovnoběžky. § 4. Kružnice. Při těchto paragrafech začínají žáci rýsovati do sešitu. Na přesnost nelze zatím klásti velké požadavky, ta bude soustavně cvičena později. Ale za to úpravnosti obrazců by se měla věnovati velká pozornost hned od prvních hodin primy. Z úpravných obrazců je probíraná geometrická látka mnohdy patrná na první pohled, kdežto neúpravné obrazce jsou těžko srozumitelné a nepřehledné. Proto profesor, který v primě a v sekundě dbá na úpravu obrazců, může u žáků vypěstovat návyk, který jim ve vyšších třídách přijde velice k dobru. Přísnost je při tom nutná, ale sama o sobě nestačí. Profesor nesmí jenom odmítati nedbalou práci, nýbrž musí také, zejména na začátku, žákům radit. Na př.

velikost obrazců by se měla zprvu předpisovat, rovněž jejich umístění v sešitě; teprve ponenáhlu se žáci musí i v tomto ohledu učit samostatnosti. Že musí profesor primány kontrolovat, mají-li své nástroje v pořádku a že je musí učit, jak s nimi mají zacházet, rozumí se samo sebou.

Podstatnou částí geometrického obrazce jsou písmena. Profesor si musí všímati písmen v obrazcích žáků a dbáti na to, aby byla zřetelná i úpravná a aby byla správně umísťována. V celé Geometrii pro primu a sekundu užívám*) pouhých písmen (bez indexů, čárek, hvězdiček a pod.) a snažím se, aby se písmena střídala. Teprve v tercii (v § 30) zavádím indexy.

§ 5. Kvádr. Hlavním cílem tohoto paragrafu je ovšem, na jednoduchých slovních úlohách pěstiti začátky prostorového názoru. Vedle toho mají však mnohá cvičení v § 5 také za účel výcvik vyjadřovací schopnosti žáků. Proto nechť profesor dbá nejen na věcnou správnost odpovědí, nýbrž také na to, aby byly vhodnou formou vyjádřeny. Vůbec výcvik ve vyjadřování je v geometrii neméně důležitý než výcvik v konstrukcích, a měla by se mu věnovati mnohem větší péče než je u nás zvykem. Zmíním se o tom ještě na jiných místech těchto poznámek.**) Zde budiž jenom ještě podotčeno, že první a nezbytnou podmínkou k tomu, aby profesor naučil žáky vhodně se vyjadřovati, jest, aby svému vlastnímu vyjadřování sám věnoval stále co největší péči.

§ 6. Svislá a vodorovná poloha. K tomuto jednoduchému paragrafu zde vlastně nemám poznámek. Je mi však příležitostí, abych zdůraznil jednu věc, která není bez významu. Mám za vhodné, aby žáci rýsovali rovinné obrazce zásadně v šikmé poloze, pokud není opak výslovně předepsán, neboť to není spojeno s žádnou podstatnou potíží a je velmi záhodno, aby jednoduché geometrické prvky, které jsou pro všecky další geometrické úvahy základní, žáci hned od začátku poznávali v polohách co nejrozmanitějších. Naproti tomu u těles se mi pro primu a sekundu zdá vhodné omeziti se na vodorovnou podstavu; za to je snad zbytečné omezovati se na polohu průčelnou.

§ 7. Obdélník. § 8. Čtverec. V těchto paragrafech se žáci setkávají poprvé s několika geometrickými **poučkami**, k nimž ovšem dospívají

*) Nedopatřením se vyskytne index v § 28, ale to už mnoho nevadí, neboť je to až ke konci sekundy.

**) Viz poznámky k § 15, 16 a 26.

na základě názoru. Doporučuji, aby se profesor snažil přiměti žáky k tomu, aby sami sestavili vhodné znění těchto pouček. Ve tvaru, k němuž třída za profesorova vedení dospěje, zapíší se poučky do slovníčka a v tomto tvaru si je žáci mají pamatovat. Viz Čas., odst. 15.

§ 9. Sítě a modely. O tomto paragrafu viz Čas., odst. 11 (je tam uváděn jako § 11).

§ 10. Průmět kvádru. Viz zase Čas., odst. 12. Po probrání tohoto paragrafu buďtež znovu probrána cvič. 26 až 35 z § 5, ale tentokrát na základě narýsovaného průmětu (ve kterém vrcholy jsou označeny písmeny); v tomto tvaru lze ta cvičení řešiti písemně.

§ 11. Obsah čtverce a obdélníka. § 12. Objem kvádru a krychle. Tyto paragrafy jsou velmi důležité, už proto, že jsou v souvislosti s látkou probíranou v aritmetice. Poučky by si měli žáci zapsati do slovníčka, zase nejlépe ve formě získané spoluprací třídy.

V § 11 uvádím také výpočet obsahu čtverce na základě úhlopříčky. Máme-li na zřeteli pouze důležitost této poučky, není ovšem pro primu nezbytná a dala by se vynechati. Ale potom by se musilo vynechati také cvič. 101, které spolu s cvič. 61 a 62 dává zajímavý příklad na srovnání metody konstruktivní s metodou početní, a mimoto cvič. 102, které se mi zdá velmi instruktivní.

Ve cvičeních k § 11 byla úmyslně volena velmi jednoduchá čísla. Obdobné příklady se složitějšími čísly snadno profesor sestaví sám. Za to bylo v těch cvičeních přihlíženo k různým jednotkám délkovým a plošným.

§ 13. Vzájemná poloha přímek a rovin. Výklad o úhlopříčkách kvádru nespadá pod titul paragrafu, ale je do jisté míry aplikací předchozího textu. Je velmi dobré, je-li k disposici model kvádru $ABCDEFGH$ rozložitelný na dva kusy, které se stýkají podél obdélníka $BCHE$, ve kterém jsou vyznačeny úhlopříčky.

Část druhá (pro II. třídu).

Kdežto v primě většina hodin matematiky musila býti věnována aritmetice, přichází v sekundě již také geometrie ke svému právu a vyžaduje podle mého mínění, aby jí byla věnována asi polovina vyučovacích hodin. Látkově se geometrie v sekundě ještě neliší příliš od geometrie v primě; mnohé se dokonce v sekundě z primy opakuje.

Ale všude se již musí postupovat důkladněji a soustavněji. Názor stojí stále v popředí a usuzování se děje pouze příležitostně.

§ 14. Rýsování přímek. V § 14 až 19 se cvičí užívání pravítek a kružítka. To se sice dělo také již v primě, ale nyní se na tento úkol jde důkladněji a mimo jiné se už soustavně dbá také na přesnost. Při každé úloze, při které klademe váhu na přesnost rýsování, dbejme, aby žáci rýsovali velké obrazce. Malé obrazce mají ostatně mimo jiné i tu nevýhodu, že se příliš lehko žákům stane, že některá písmena, která se zapíší už, když obrazec sám bude jen z malé části hotov, ukáží se při dokončování obrazce umístěna nevhodně.

Těžiště § 14 (a stejně i § 15 a 16) není v jeho textu, nýbrž ve cvičeních; viz Čas., odst. 5.

Prosím pány profesory, aby nepěstovali plané slovní výklady o tom, co je bod, co je čára a pod.; viz Čas., odst. 6.

Znázornění bodu doporučované v učebnici (viz obr. 52 na str. 42) je jednoduché a vystihuje polohu bodu přesně. Na „parádní" označení (tečkou v kroužku a pod.) není ve škole času a není spolehlivé.

Označovat přímku více než dvěma body na ní ležícími je snad neobvyklé, ale mnohde se jím dá docíliti stručnosti bez újmy na přesnosti. Ale očekávám pouze od profesora (ne od žáků), že plný význam tohoto označení bude míti stále v patrnosti. Na př. bude u cvič. 139 možná třeba, aby profesor žáky upozornil, že z textu plyne, že bod E má ležeti mezi body A a B (a mezi body C a D).

V textu pravím, že jedním bodem procházejí rozmanité přímky. Že všech takových přímek je nekonečně mnoho, je mi známo. Ale nejsem nadšen myšlenkou, aby se jedenáctiletým dětem v matematice vykládalo o „nekonečnu". Je mnoho jiných vděčných temat, kterým budou lépe rozumět.

§ 15. Měření a přenášení délek. Délkové míry žáci již znají z aritmetiky. Místo proužku papíru mohou žáci k nanášení a přenášení úseček užívati kružítka, se kterým se učili zacházet už v primě.

Na str. 47 ve čtvrtém řádku zdola slova „narýsujeme pomocnou přímku $HKLM$ atd." znamenají více než se zdá na prvý pohled. Podrobně by se mělo vlastně říci asi toto: Narýsujeme pomocnou přímku p, zvolíme si na ní bod H, dále naneseme na přímku p délku $\overline{AB}$ od bodu H až k bodu, který si označíme K. (Je možná dvojí poloha bodu K, ale zvolíme si jen jednu.) Potom naneseme na přímku p

délku $\overline{BC}$ od bodu K až k bodu, který si označíme L; při tom se rozhodneme pro tu polohu bodu L, pro kterou platí, že bod K je na úsečce HL. Konečně naneseme na přímku p délku $\overline{CA}$ od bodu L až k bodu, který si označíme M; rozhodneme se pro tu polohu bodu M, pro kterou platí, že bod L je na úsečce HM.

Právě dokončené obšírné vyjádření je mnohem těžkopádnější nežli mnohem úspornější, ale při tom stejně přesné vyjádření uvedené výše v uvozovkách. Máme tu brachylogii v matematice velmi obvyklého druhu; bez podobných brachylogií by učebnice geometrie byly velmi nepřehledné a zbytečně dlouhé. Ve škole ovšem je třeba, aby se učitel vhodnými otázkami přesvědčil, že žáci si plně uvědomují přesný smysl takových bracheologií. Jestliže profesor se bude říditi pokynem, který jsem uvedl v poznámce k § 5 a bude žádati na žácích, aby geometrická fakta vyjadřovall slovy, stane se často, že žák se vyjádří neurčitě nebo nepřesně; na profesorovy námitky najde potom třída vyjádření sice určitější a přesnější, ale příliš rozvláčné, načež profesor poradí vyjádření stejně přesné, ale podstatně kratší. Takovými příležitostnými diskucemi, jež se přirozeně vyvinou z neobratného žákovského vyjádření, mohou se žáci nejlépe naučit mluviti přesně a při tom stručně. Příležitostné rozbory některých slovních pasáží z učebnice mohou také svým dílem vhodně přispěti.

§ 16. **Rýsování kružnic.** Rozpůlit úsečku je výkon, kterému se žáci musí v geometrii naučit brzo, protože je ho třeba při konstrukci kružnice nad daným průměrem. (Byla o tom ostatně řeč již v primě; viz str. 7 učebnice.) Rozdělit úsečku na jiný počet stejných dílů není už tak často třeba a proto lze tento výkon odsunout do vyšších tříd. (Euklidovská konstrukce rozdělení úsečky na libovolný počet stejných dílů je vyložena v § 36 na str. 142, tedy v tercii.) Ale za dobrého stavu třídy není na škodu, učí-li se žáci při § 16 také na př. rozdělit úsečku zkusmo na tři stejné díly.

O nově zavedených výrazech viz Čas., odst. 6.

Při cvičeních 164 a 165 je vhodný čas k tomu, aby profesor upozornil žáky, že u kružnic v takové vzájemné poloze, jakou mají na př. v obr. 69 a 70, pravíme, že se d o t ý k a j í, kdežto na př. v obr. 71 kružnice se p r o t í n a j í. Potom ať žáci narýsují (bez návodu!) obrazec, ve kterém se přímka dotýká kružnice a jiný obrazec, ve kterém přímka protíná kružnici. V učebnici se později na několika místech předpokládá, že žáci znají tato slova a jejich názorný význam (na př. na str. 64, viz obr. 80). Neběží tu o nic více než o pouhý názor a o správné užívání slov na základě názoru!

Cvičení 161 až 165 lze modifikovati tak, že se z nich stanou vhodná cvičení na vyjadřování. Lze totiž žádati, aby žáci sami sestavili slovní návod, podle něhož by bylo lze rýsovati obrazce u těch cvičení uvedené. Návod má býti stylisován tak, aby byl jednoznačně určitý bez ukazování na obrazec v učebnici. Aby byl návod přehledný, je vhodné označiti si některé body písmeny.

Docela stejným způsobem lze upraviti také cvič. 181 a 185 v § 17 a cvič. 199 až 201 v § 18.

§ 17. **Konstrukce trojúhelníka.** O determinaci konstrukce trojúhelníka viz Čas., odst. 14. Je procvičována ve cvič. 175 až 178.

§ 18. **Rýsování kolmic.** Sestrojiti kolmici přehnutím papíru vyžaduje pečlivosti a většině žáků se sotva podaří na poprvé. Ale bude je to bavit a je to výborná cesta k pojmu kolmice.

§ 19. **Rýsování rovnoběžek.** Konstrukce znázorněná v obr. 88 není euklidovská (viz § 26), ale je pohodlná a přesná.

§ 20. **Světové strany.** O zavedení pojmu úhlu viz Čas., odst. 16. Ve cvič. 215 má si žák uvědomiti, že se dostane od jihu k západu, když se otočí o pravý úhel napravo. Otočí-li se opravdu, uvědomí si to snadno. Bude-li však ukvapeně usuzovat z obr. 92, může si myslit, že se dostane od jihu k západu, když se otočí o pravý úhel nalevo. Podobně je tomu i v dalších cvičeních. Jistě by se žákům tato cvičení ulehčila, kdybych v nich místo otáčení napravo a nalevo mluvil o otáčení po ručičkách hodinových a proti ručičkám. Ale mně se obtížnější forma otázek zdá instruktivnější.

§ 21. **Úhly.** U řeckých písmen bude v praksi třeba ukázati také linky, do nichž se píší a vyžadovati zřetelné psaní.

§ 22. **Přenášení úhlů.** Je důležité, aby žáci získali praksi v přenášení úhlů v různých polohách.

§ 23. **Měření úhlů.** O minutách a vteřinách je zde jen povrchní zmínka. Proberou se v aritmetice.

Na rovnost vrcholových úhlů se v textu usuzuje z poučky o vedlejších úhlech. Žáci to nejlépe pochopí z několika numerických příkladů.

Protože se úhloměru užívá mnohem méně než pravítka a kružítka, je v učebnici snad škoda místa na návod, jak užívati úhloměru. Ale ve škole je stručný návod ovšem nutný!

§ 24. **Součet úhlů v trojúhelníku.** Zase dbáti na zřetelné psaní řeckých písmen!

S poučkou o součtu úhlů, jako s jinými poučkami, žáci se seznámí tím, že se názorně přesvědčí o její správnosti. Protože je to poučka velmi důležitá, jsou v textu udány tři způsoby, jak lze k ní dospět. Zde budiž připojen ještě způsob čtvrtý. Vystřihneme si dva shodné pravoúhlé trojúhelníky a nalepíme je vedle sebe tak, aby vznikl obdélník. Tím se přesvědčíme, že součet všech čtyř ostrých úhlů v obou exemplářích pravoúhlého trojúhelníka je $2R$, takže součet obou ostrých úhlů pravoúhlého trojúhelníka je R. (Vedlejší poučka.) Je-li nyní ABC libovolný trojúhelník a je-li třeba BC jeho nejdelší strana, tu kolmice spuštěná s bodu A na přímku BC rozdělí trojúhelník ABC na dva pravoúhlé trojúhelníky. Součet všech čtyř ostrých úhlů v obou pravoúhlých trojúhelnících je podle názoru týž jako součet úhlů trojúhelníka ABC, takže součet úhlů trojúhelníka je $2R$. (Hlavní poučka.) Při tomto způsobu vyjde hlavní poučka jako důsledek vedlejší poučky, kdežto v textu je vedlejší poučka důsledkem hlavní poučky.

Teprve v § 24 zavádím výraz doplňkové úhly, kdežto výraz výplňkové úhly byl zaveden již v § 23. Snad si žáci budou ty dva výrazy méně plést, nezavedou-li se současně.

§ 26. **Euklidovské konstrukce.** Nebude na škodu, když si žáci sestaví ve slovníčku přehled všech probraných euklidovských konstrukcí (u každé název a obrázek od ruky).

Cvičení 305 až 310 jsou velmi důležitá, neboť jedním z nejlepších cviků vyjadřovacích schopností v geometrii je slovní popis probrané konstrukce. Při tom trvejme na tom, že popis musí býti jednoznačně srozumitelný bez ukazování na obrázek.

§ 27. **Pravidelné mnohoúhelníky.** Osnovou je předepsán pouze pravidelný šestiúhelník, ale zmínka o jiných mnohoúhelnících je jistě na místě.

§ 28. **Některá tělesa.** Po cvičeních k tomuto paragrafu buďtež znovu a důkladněji probrána cvič. 70 až 78 z § 9. Kdežto v primě byla ona cvičení určena jen pro čipernější žáky, je nyní třeba se snažiti, aby i průměrní žáci jim dobře porozuměli. K tomu cíli bude třeba rozpravy třídy, která může velmi přispěti k vytříbení prostorového názoru.

§ 29. Opakování. Jak jsem zdůraznil již v Čas., odst. 21, nesmějí býti cvičení z tohoto paragrafu probírána až koncem roku, mají-li splniti svůj účel, nýbrž musí býti rozvržena na celý rok a doplněna mnoha dalšími podobnými otázkami. To se ovšem týká jen cvičení A, B a D. Cvičení skupiny C, která jsou především k tomu, aby se zjistilo, jaké pokroky žáci učinili v přesnosti při rýsování, mohou býti probírána až koncem roku.

Část třetí (pro III. třídu).

Vyučování geometrii v sekundě, stejně jako v primě, bylo stále ještě opřeno především o názor, a pouze příležitostně se také usuzovalo na základě pouček. Ale jakmile zásoba geometrických vztahů, se kterými žáky postupně seznamujeme, dosáhne určité meze, je třeba pečovati, aby se nestala nepřehlednou. Proto musíme upoutávat pozornost žactva na vzájemnou souvislost geometrických vztahů a začít budovat pevnou geometrickou soustavu.

V terciánské látce jsou poučky, které se velice dobře hodí k tomu, abychom žákům demonstrovali, že geometrie není pouhou snůškou více méně zajímavých prostorových vztahů, nýbrž že některé z nich mají tu sílu, že malým přemýšlením lze z nich vykouzliti vztahy nové a nové. Tento ráz mají v probírané látce především poučky o úhlech dvou přímek proťatých příčkou a poučky o shodnosti trojúhelníků. Proto je jim v mé učebnici věnována veliká péče a jejich užitečnost je prokázána velkou řadou příkladů.

Snaha po soustavnosti vede v geometrii přirozeně k tomu, že názor ponenáhlu přestává míti při vyučování dominující roli a že se čím dále tím více uplatňuje stanovisko deduktivní. V mé učebnici pro tercii je mnoho cvičení, ve kterých se žádá nějaký důkaz; po této stránce se podstatně liší od dosavadních našich učebnic pro tento stupeň. Jsem přesvědčen, že euklidovská geometrie, která je nejstarší a vlastně dosud nepředstiženou deduktivní vědou, jen tehdy bude účelně vyplňovati osnovami jí vyměřený počet hodin, bude-li v ní dokazování považováno za centrální úkol vyučování. Naprosto nesouhlasím s těmi, kteří tvrdí, že teprve žáci vyšších tříd jsou pro důkazy zralí. Naopak jsem přesvědčen, že schopnost k dedukcím se nedostaví s věkem sama, nýbrž že musí býti soustavně pěstěna a že mají-li býti s úspěchem překonány didaktické potíže, které se splnění tohoto úkolu staví v cestu, je nezbytné začíti včas, nejpozději v tercii.

Aby žáci řádně překonali obtíže, které mají stejně při dokazování jako při každé jiné dosud jim nezvyklé činnosti, není po mém soudu nejlepší cestou, klásti hlavní váhu na důkazy základních vět a prováděti tyto důkazy za profesorova vedení spoluprací celé třídy. Neboť to, co právě bylo naznačeno, je sice věc velmi chvályhodná a důležitá, ale aby ji žáci ocenili a s porozuměním sledovali, k tomu musí býti napřed jinými cestami připraveni. Předně není žákům docela zřejmé, proč mají výše ceniti deduktivní odvození poučky než odvození z názoru nebo i než přezkoušení její správnosti měřením nebo výpočtem v řadě konkretních příkladů.*) Za druhé důkazy základních vět často vyžadují řady několika úsudků za sebou a začátečníkovi, byť i dovedl každý jednotlivý z těch úsudků si promyslit, bývá za těžko míti je v mysli pohromadě v celosti a v jejich organické souvislosti. Za třetí je při takových důkazech průměrný žák sotva víc než pouhým pozorovatelem; on sám vlastně nedokazuje nic, nýbrž jen k dokazování přihlíží.

Proto za nejvhodnější uvedení do deduktivního myšlení nepovažuji dokazování základních pouček, nýbrž odvozování jednoduchých důsledků těchto pouček. Při tom otázka, zda deduktivní odůvodnění je opravdu přesvědčivější než odůvodnění názorem nebo verifikací, vůbec se vlastně žákovi nenaskytne. Na př. ve cvič. 443 má žák „dokázati“, že

$$\sphericalangle PRT = \sphericalangle QST. \tag{1}$$

Ve skutečnosti se však na něm žádá, aby si narýsoval určitý obrazec, v tom obrazci si vyhledal dva pravoúhlé trojúhelníky a u každého z nich si zapsal, že jeho dva ostré úhly jsou doplňkové; to se dá provést všelijak, neboť v obrazci má pravoúhlých trojúhelníků víc (celkem šest), ale žák to má provésti tak, aby mu vyšel vztah (1). Co se mi zdá podstatné jest, že proces, kterým má žák projít, neztratí vůbec nic na své zajímavosti tím, že snad je už a priori přesvědčen o správnosti

*) Mnohdy to ostatně není zřejmé ani znalci, neboť takový důkaz, rozebere-li se důkladně, obyčejně se fakticky opírá o řadu jiných pouček, jež nebývají ani výslovně formulovány a jež někdy nejsou o nic méně potřebny důkazu než dokazovaná poučka sama.

vztahu (1) a tedy necítí potřeby jeho důkazu. Ještě důležitější je, že úkol, který tu má žák před sebou, nedá se provésti bez přemýšlení, ale při tom může býti proveden samostatnou aktivní činností žáka bez učitelovy pomoci, neboť je tu jen konečný počet možností, a vlastně stačí, zkoumá-li jeden pár pravoúhlých trojúhelníků za druhým, až dojde k takovému, u něhož mu vyjde vztah (1).

Všecky důkazy, které ve své učebnici na terciánovi žádám,*) jsou toho druhu, že mu je předem známo, které poučky má užít. Vyšším třídám zůstává vyhrazen obtížnější úkol, při důkaze si napřed vyhledat poučku pro žádaný účel vhodnou. Ale na tento obtížnější úkol je žák připraven jednak tím, že u každé jednotlivé poučky získal praksi, jak se jí užívá k důkazům, a především tím, že se přesvědčil, že důkazy nejsou věc ani nudná ani obtížná, nýbrž zajímavá a snadná.

V předcházejících řádcích jsem obšírněji pojednal o tom, co se mi jevilo nejobtížnějším, ale také nejdůležitějším úkolem při spisování učebnice geometrie pro tercii. O ostatním stačí se zmínit v poznámkách k jednotlivým paragrafům. Zde bych rád ještě podotkl, že ornamenty vytištěné na konci knihy jako pomůcka k rýsování byly převzaty z 6. vyd. Valouchovy Geometrie pro tercii s laskavým svolením autorovým, za něž mu zde vyslovuji srdečný dík. Rovněž srdečně děkuji při této příležitosti také prof. dr. K. Koutskému a V. Novákovi, kteří velmi pěkně narýsovali obrazce k mé učebnici.

§ 30. Dvě přímky proťaté příčkou. Profesor nechť dbá na zřetelné psaní indexů! O smyslu polopřímky mluvím vlastně jenom proto, abych mohl stručně a přesně vyslovit definice dvojic úhlů; byl bych ovšem snadno mohl volit jinou formulaci, při které bych pojem smyslu nepotřeboval, ale domníval jsem se, že stručná zmínka o tom pojmu je vhodná. Cvičení o smyslu (411 až 414) se mohou vynechat. Vyznačovat rovnoběžnost v obrazcích párem šipek, se mi zdá velmi účelné. Upozorňuji, že šipek užívám jen tehdy, když rovnoběžnost je d á n a, tedy ne tehdy, když se rovnoběžnost má d o k á z a t. Totéž platí o čtverečku, kterým vyznačuji pravý úhel (viz na př. obr. 178 a 188). Cvič. 415 až 419 mají za účel pouze, aby se žáci seznámili s názvy dvojic úhlů. Velmi důležitá jsou cvič. 419 až 434. Doporučuji, aby byla probrána všecka, bez ohledu na zdánlivou ztrátu času. V terciánské geometrii se žáci ocitají na nezvyklé půdě a je nutné dáti jim čas, aby

*) Výjimku tvoří některá cvičení k § 35.

se orientovali. Jakmile budou cítit pevnou půdu pod nohama, půjde jim to podstatně rychleji. Teprve po probrání cvič. 434 je vhodná doba na obrácené poučky vyslovené na str. 101.

§ 31. Úhly mnohoúhelníka. Zde budiž věnována zvláštní péče deduktivním úlohám 442 a násl.

§ 32. Shodné trojúhelníky. Čtvrtou větu o shodnosti trojúhelníků, která se při důkazech vyskytuje mnohem řidčeji než prvé tři, probírám až v § 34 a nezavádím pro ni žádnou značku. Při základních konstrukcích trojúhelníka budiž kladena váha na přesnost. Proto jsou ve cvičeních 474 až 478 předepsána kontrolní měření, jejichž správné výsledky jsou v těchto poznámkách udány s větší přesností, než jaká žákům může vyjíti. Kontrolní měření dodají ostatně těmto úlohám zajímavosti.

Zdá se mi velmi důležité, zapisovati shodnost trojúhelníků tak, aby bylo patrné, který vrchol se s kterým kryje. Zápis shodnosti budiž považován za naprosto nesprávný, není-li správně zapsán pořádek vrcholů. Je to velmi důležité pro užití shodnosti k důkazům.

§ 33. Grafické určování vzdálenosti a výšek. Tento paragraf je důležitý, protože ukazuje praktický význam geometrie. Pomocí trigonometrie budou později žáci řešiti podobné úlohy mnohem přesněji počtem, ale grafické řešení je kratší a lehčí a už proto stojí za zmínku. Zase nechť profesor dbá na přesnost, což mu je ulehčeno níže udanými výsledky cvičení.

§ 34. Pokračování o trojúhelníku. Jednoduchý důkaz poučky o rovnoramenném trojúhelníku je jen tehdy přesvědčivý, když jsou žáci zvyklí na správný zápis shodnosti.

§ 35. Rovnoběžník. U všech dosavadních paragrafů učebnice pro tercii byla cvičení důležitější než text. U § 25 je tomu však naopak a na rozdíl od jiných paragrafů je zde vhodné, probrati podrobně celý text a teprve potom cvičení. Tato cvičení jsou obtížnější a vyžadují většinou profesorova návodu.

Thaletova věta není v osnovách, ale je v tak těsné souvislosti s vlastnostmi obdélníka, že by bylo škoda ji vynechat. Mimoto poskytne v § 38 důležitý příklad geometrického místa. Na důkladné procvičení Thaletovy věty je však dosti času v kvartě při probírání obvodových úhlů. Dvoje užití Thaletovy věty je podáno v § 36.

§ 36. Konstrukce. Odůvodnění již dříve probraných euklidovských konstrukcí pomocí shodných trojúhelníků lze vynechati, rozhodně však buďtež ty konstrukce zopakovány. Ve cvičeních jsou zase předepsána kontrolní měření, jejichž výsledky jsou níže udány.

§ 37. Souměrnost osová a souměrnost středová. Tento paragraf je možné zkrátit, vynechá-li se odvození základních vlastností pomocí shodných trojúhelníků.

§ 38. Geometrická místa. Zde buďtež napřed probrána cvičení na základě názoru a teprve potom je vhodný čas na důkaz pouček o základních geometrických místech.

Tiskové chyby. Budiž mi dovoleno, abych zde upozornil na některé tiskové chyby ve cvičeních:

ve cvič. **441** místo „při vrcholu B“ má býti „při vrcholu C“;
ve cvič. **517** jest doplniti $\overline{AB} = 1$ km;
ve cvič. **561** místo $XYUV$ má býti $XYVU$.

Výsledky cvičení.

54. Poloměr 45 mm. **61.** První čtverec je menší. **62.** První čtverec je větší. (Výsledek cvič. 61 a 62 je později verifikován ve cvič. 101.) **67.** Trojúhelníky DFH a EGK jsou shodné. **92.** 48 dm². **93.** 38,44 m². **94.** 36 dm². **95.** 44 a. **96.** 30 cm². **97.** 58 cm². **98.** 78 cm². **99.** 160 m. **100.** 10 m. **101.** Čtverce ze cvič. 61 mají obsahy 4761 mm², 4232 mm²; čtverce ze cvič. 62 2809 mm², 32 cm². **102.** Aby bylo lze porovnávati přesnost, s níž jednotliví žáci pracovali, je třeba, aby všichni měli stejnou velikost obrazce. Nejlépe je provésti tuto úlohu dvakrát: jednou nechť je dána velikost strany, třeba 7 cm (délka úhlopříčky je potom 99 mm), podruhé nechť je dána velikost úhlopříčky, třeba 11 cm (délka strany je potom 77,8 mm). **103.** 220 cm². **104.** 41 cm². **105.** 104 cm². **106.** 216 cm². **107.** 232 dm². **109.** 75,264 dm³. **110.** 72,128 dm³. **111.** (Při této úloze je třeba znáti výsledky cvič. 109 a 110.) 20,736 dm³; 23,872 dm³. **112.** 108,64 dm². **113.** 79 cm³. **114.** 136 cm². **115.** 360 hl. **116.** 4,8 m³. **117.** 21,28 m². **118.** Rozměry: 24 dm, 2 m, 16 dm. Odřízne se 2,88 m³ dřeva. **126.** AB; CD, EF, GH; AD, BC, AE, BF; CG, DH, EH, FG. **127.** BF; AE, CG, DH; AB, BC, EF, FG; AD, CD, EH, GH. **128.** Bod D a bod C. Žák má jen odpověděti podle názoru! **131.** (Úplný výčet všech sedmi trojic je snad obtížný. Stačí, umí-li žák udati jeden nebo dva příklady.) AB, DH, FG; AD, BF, GH; AD, CG, EF; AE, CD, FG; AE, BC, GH; BC, DH, EF; CD, BF, EH. **137.** Počet spojnic (deset) zjistí žák pokusem, ne úvahou. Hlavní účel cvičení je zřetelné označení přímek písmeny. **138.** (Znamená-li P nepřístupný průsečík obou přímek, očekává autor, že si žáci zvolí body A až F tak, že jedna přímka je $ABCP$ a druhá $DEFP$ nebo že jedna je

$PABC$ a druhá $PDEF$. Autor nemyslí, že by žáci přišli na zlomyslnou volbu $PABC$, $DEFP$ a proto volil jednodušší, ač záludný text.) Bod Z leží na přímce XY. **145.** $\overline{AB} = 54{,}4$ mm; $\overline{AC} = 56$ mm; $\overline{BC} = 61{,}6$ mm. **146.** $\overline{BC} = 61{,}6$ mm; $\overline{BD} = 43{,}2$ mm; $\overline{CD} = 30{,}4$ mm. **147.** 172 mm. **148.** 135,2 mm. **149.** 184 mm. **150.** 127,7 mm; 5,5 mm. **151.** 59,2 mm. **153.** Jest $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{BC} = \overline{AD}$. **154.** Jsou čtyři možnosti: (1) H i K jsou vrcholy; $ABCD$ se rozdělí na dva trojúhelníky. (2) Jen H nebo K je vrchol; $ABCD$ se rozdělí na trojúhelník a čtyrúhelník. (3) Body H, K jsou na dvou sousedních stranách; $ABCD$ se rozdělí na trojúhelník a pětiúhelník. (4) Body H, K jsou na dvou protějších stranách; $ABCD$ se rozdělí na dva čtyrúhelníky. **155.** Pět úhlopříček. **156.** (Žáci by si měli načrtnouti dvojí obrazec, v každém úhlopříčky jiného druhu.) Úhlopříčky AD, BE, CF rozdělí $ABCDEF$ každá na dva čtyrúhelníky. Úhlopříčky AC, AE, BD, BF, CE, DF rozdělí $ABCDEF$ každá na trojúhelník a na pětiúhelník. Celkem je 9 úhlopříček. **167.** $\overline{AB} = 48$ mm. **168.** (Na tuto úlohu a na následující pozor! Bude u nich možná třeba malého návodu. Napřed musíme z žáků dostat, že abychom mohli obrazec sestrojit, potřebujeme znáti vzájemné vzdálenosti bodů A, H, K, B. Potom máme řešiti v podstatě touž úlohu jako v mé Aritmetice pro primu, cvič. 106 a) a 107 a).) $\overline{AB} = 46$ mm; obvod je 106 mm. **169.** 1 cm. **171.** $\overline{DB} = \overline{DC} = 6$ cm. **175.** a) ano, ostatní ne. **176.** Obvod je větší než 194 mm a menší než 286 mm. **177.** Obvod je větší než 13 m 16 cm a menší než 21 m 9 dm. **178.** a) 23 cm, d) 23 cm, ostatní ne. **179.** Přímky CH, AK, BL se protnou všecky v jednom bodě; $\overline{CH} = \overline{AK} = \overline{BL}$. **180.** Úloha je formulována za předpokladu, že žáci nebudou zlomyslně volit trojúhelník ABC rovnostranný. Jinak jako u 179. **182.** Je dobře žádati tři různé obrazce podle toho, zda základnou je AB či AC či BC. **184.** Na tomto stupni to není zcela lehké! **185.** Vyžaduje přesného rýsování. Volí-li se poloměr třetí kružnice značně větší, je to lehčí. **193.** Body A, B, C leží na sestrojené kružnici. **194.** Všecky kolmice se dotýkají sestrojené kružnice. **195.** Bod Z leží na přímce XY. **208.** Jest $AC \parallel BD$, $BC \parallel AD$. **210.** Vyžaduje pozorného čtení (zejména volba bodu H). Vzdálenost rovnoběžek AH a BK je 43 mm. **211.** $\overline{PS} = \overline{ST} = \overline{TU} = 13$ mm. **212.** $HK \parallel LM$, $HM \parallel KL$. **215.** R. **216.** $2R$. **217.** $3R$. **218.** $1\frac{1}{2}R$. **219.** $2\frac{1}{2}R$. **220.** $2R$. **221.** $3R$. **222.** $1\frac{1}{2}R$. **223.** $3R$. **224.** $\frac{1}{2}R$. **225.** Z. **226.** Z. **227.** S. **228.** Z. **229.** JZ. **230.** SV. **231.** JV. **232.** SV. **233.** SV. **234.** Z. **235.** J. **236.** Z. **237.** $4R$. **238.** $2R$. **239.** $\frac{1}{3}R$. **240.** $11R$. **241.** $2R$. **242.** $1\frac{1}{3}R$. **243.** $\frac{1}{3}R$. **244.** $\frac{1}{6}R$. **245.** $\frac{1}{2}R$; R. **248.** $2\frac{1}{2}R$. **249.** $2\frac{3}{4}R$. **250.** $1\frac{1}{2}R$. **251.** $1\frac{1}{3}R$. **252.** R. **253.** $\frac{1}{2}R$. **254.** $\alpha + \beta = R$. **255.** $\beta = \frac{2}{3}R$; $\gamma = \frac{1}{2}R$. **256.** $2\frac{1}{3}R$; $3\frac{1}{3}R$. **261.** Čtyřikrát; osmkrát. **263.** $\sphericalangle ACE = \sphericalangle ADE = \sphericalangle ABE$. **264.** $\sphericalangle ASE = 2 \,.\, \sphericalangle ACE$. **271.** 54,9°; 112,5°; 275,5°. **273.** Čáry ASD, CSF jsou přímé, BSE není. **274.** 108. **275.** 46. **276.** 60. **277.** 66. **278.** 66. **279.** 36. **280.** Je přímá; není přímá. **281.** 40. **282.** 72°. **283.** 15. **287.** a) 60°; b) 32°; c) 169°; d) 43°. **288.** b) ano; a), c) ne. **289.** a) 30; b) 15. **290.** 40. **291.** Jest $\alpha + (\beta + \gamma) = 180°$ a první sčítanec je větší než druhý, tedy $\alpha > 90°$. **292.** $\alpha = 103°$; $\beta = 45°$. **293.** $\gamma = 67°$. **294.** $\varepsilon = 40°$; $\omega = 95°$. **295.** $\varphi = 52°$; $\psi = 82°$. **298.** $\varphi = 65°$; $\omega = 71°$. **299.** $\psi = 73°$. **300.** $\delta = 58°$; $\varepsilon = 82°$. **301.** $\delta = 120°$. **302.** $\beta = 77°$.

303. 55°. **323.** Délka strany 8,66 mm. **411.** Obě mají stejný smysl. **412.** Buďto žádný společný bod, nebo jediný, nebo společné body tvoří úsečku. **413.** Nemohou. **414.** Nemusí, ale mohou. **421.** $\alpha = \gamma = \psi$; $\beta = \delta = \varphi$. **422.** $\varphi = \psi = \alpha$; $\omega = \beta$. **423.** a) $\omega = \beta$; b) $\alpha = \psi$; c) $\varepsilon = 2R - \delta = 117°$; d) $\gamma = 2R - \varphi = 98°$; e) $\varphi = 60°$; f) $\omega = 54°$. **424.** $\alpha = 49°$; $\beta = 66°$. **425.** $71\frac{1}{2}°$. **426.** $\alpha = 36°$. **427.** $\beta = 17°$; $\gamma = 34°$. **428.** $\varphi = \delta = \beta$; $\psi = 2R - \beta = 100\frac{1}{2}°$. **429.** $\gamma = 118°$. **430.** $\omega = 74°$. **431.** $\varepsilon = 126°$. **432.** $\varphi = 36°$. **433.** $\psi = 84°$. **434.** $\alpha = 153°$. **436.** a) Protnou se napravo; b) $a \parallel b$; c) $a \parallel b$; d) protnou se nalevo. **437.** a) $a \parallel c$; b) $k \parallel p$; c) $AB \parallel CD$; d) žádné rovnoběžky. **438.** $a \parallel f$; $b \parallel e$. **441.** (Místo při vrcholu B má býti při vrcholu C.) a) $\gamma = 85° 19' 30''$; $\varphi = 143° 8' 13''$; $\omega = 122° 11' 17''$; $\psi = 94° 40' 30''$; b) $\alpha = 67° 38' 41''$; $\beta = 58° 38' 53''$; $\omega = 121° 21' 7''$; $\psi = 126° 17' 34''$; c) $\alpha = 111° 24' 19''$; $\beta = 23° 1' 43''$; $\gamma = 45° 33' 58''$; $\varphi = 68° 34' 41''$. **442.** $\sphericalangle FGH = \sphericalangle HFK$, neboť oba jsou doplňkové k $\sphericalangle FHG$. **443.** Můžeme užíti pravoúhlých trojúhelníků PRT, QST, ale také pravoúhlých trojúhelníků QRX, PSX, jestliže X je průsečík přímek RP, SQ. **444.** Trojúhelník HLN dá $\sphericalangle LHN = 40°$, HKN dá $\sphericalangle KHN = 20°$. Tedy $\sphericalangle LHK = \sphericalangle LHN - \sphericalangle KHN = 20°$. Mohli jsme také užíti trojúhelníka HLK (místo HLN). **445.** Je-li R průsečík přímek AD, BE, S průsečík přímek AC, BF, užijeme buďto trojúhelníků AER, BFR nebo trojúhelníků AFS, BES. **446.** Jako 445, ale obrazec vypadá jinak. **447.** Užijeme součtu úhlů v FGH, FKH. **448.** BCD dává $\beta = \alpha_2 + \varepsilon$, ABD dává $\gamma = \alpha_1 + \varepsilon$. **449.** (Velikost úhlu XYZ není třeba znát.) $\sphericalangle YTZ = 130° 41' 39''$. **450.** $\sphericalangle YSZ = 92° 8' 39''$. **451.** $\sphericalangle UTV = 69° 10' 32''$; $\sphericalangle TUV = 57° 23' 56''$; $\sphericalangle TVU = 53° 25' 32''$. **453.** a) 73° 48′; b) 119° 55′; c) 59° 41′ 40″. **454.** 82° 17′ 2″. **455.** Nejmenší úhel 60° 39′ 10″, ostatní každý 131° 52′ 10″. **456.** 34° 40′ 48″. **457.** $x = 27$. **458.** 8 stran. **459.** 41úhelník až 46 úhelník. **460.** Vnější úhel: a) 30°; b) 24°; c) 20°; d) 12°. Vnitřní úhel: a) 150°; b) 156°; c) 160°; d) 168°. **461.** a) 24 strany; d) 60 stran; e) 72 strany; f) 90 stran; b) a c) nemožné. **462.** a) 5 stran; b) 6 stran; d) 10 stran; e) 3 strany; c) a f) nemožné. **463.** 36°. **468.** a) $\gamma_2 = 136° 7' 24''$; $\delta_2 = 107° 46' 13''$; b) $\gamma_2 = 34° 36' 4''$; $\delta_2 = 110° 35' 45''$; c) $\alpha_2 = 69° 23' 32''$; $\gamma_2 = 133° 47' 22''$; d) $\alpha_2 = 67° 6' 53''$; $\beta_2 = 41° 2' 34''$. **469.** a) $\gamma_3 = \alpha_3$; $\beta_3 = \delta_3 = 81° 47' 13''$; b) $\alpha_3 = \gamma_3 = 97° 15' 5''$; $\delta_3 = \beta_3$; c) $\alpha_3 = \gamma_3$; $\beta_3 = \delta_3 = 77° 31' 25''$; d) $\alpha_3 = \gamma_3 = 101° 2' 57''$; $\beta_3 = \delta_3$. **471.** Úhly $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle ADC$ jsou výplňkové, tedy poloviční úhly $\sphericalangle XAD$, $\sphericalangle XDC$ jsou doplňkové. **474.** a) $\alpha = 41{,}4°$; $\beta = 55{,}8°$; $\gamma = 82{,}8°$; b) $\alpha = 89°$; $\beta = 48{,}6°$; $\gamma = 42{,}4°$; c) $\alpha = 119{,}4°$; $\beta = 34{,}2°$; $\gamma = 26{,}4°$; d) $\alpha = 31{,}5°$; $\beta = 98{,}8°$; $\gamma = 49{,}7°$. **475.** a) $a = 38{,}6$ mm; $\beta = 81{,}6°$; $\gamma = 56{,}4°$; b) $b = 116$ mm; $\alpha = 42{,}6°$; $\gamma = 24{,}4°$; c) $c = 98{,}2$ mm; $\alpha = 11{,}5°$; $\beta = 21{,}5°$; d) $c = 38{,}7$ mm; $\alpha = 28{,}1°$; $\beta = 126{,}9°$. **476.** a) $a = 50{,}2$ mm; $b = 63{,}1$ mm; $\gamma = 78°$; b) $b = 82{,}8$ mm; $c = 57{,}2$ mm; $\alpha = 20°$; c) $a = 54{,}5$ mm; $c = 89{,}2$ mm; $\beta = 21°$; d) $b = 83{,}6$ mm; $c = 56{,}4$ mm; $\alpha = 55°$. **477.** a) $b = 63{,}3$ mm; $c = 78{,}1$ mm; $\gamma = 80°$; b) $a = 48{,}4$ mm; $c = 40{,}3$ mm; $\gamma = 19°$; c) $b = 26{,}5$ mm; $c = 66{,}8$ mm; $\beta = 10°$. **478.** a) $c = 28{,}1$ mm; $\beta = 18{,}2°$; $\gamma = 8{,}8°$; b) $a = 92{,}3$ mm; $\alpha = 119{,}7°$; $\gamma = 23{,}3°$; c) buďto $a = 94{,}9$ mm; $\alpha = 98{,}1°$; $\beta = 46{,}9°$ nebo $a = 19{,}8$ mm; $\alpha = 11{,}9°$; $\beta = 133{,}1°$; d) $a = 126{,}5$ mm; $\alpha = 114{,}9°$; $\gamma = 30{,}1°$. **479.** $\sphericalangle GHK =$

$= \sphericalangle CAB$; $\overline{CA} = \overline{GH}$. **480.** $ABC \cong PRQ$ (sus). **481.** $ABC \cong HUN$ (sss). **482.** $ABC \cong HFG$ (usu). **483.** $ABC \cong RST$ (usu). **484.** $PQS \cong TRS$ (sus). **485.** $ABH \cong ACH$ (sus). **486.** $DEF \cong EDG$ (sss). **487.** $KLN \cong NMK$ (suu). **488.** $XYZ \cong ZUX$ (sus). **489.** $ASE \cong HPE$ (sus). **490.** $HKL \cong TSR$ (sus). **491.** Nemusí býti shodné. **492.** Nemusí býti shodné. **493.** $HKL \cong TSR$ (suu). **494.** $HKL \cong STR$ (sss). **495.** Nemusí býti shodné. **496.** Nemusí býti shodné. **497.** $HKL \cong TRS$ (sus). **498.** Nemusí býti shodné. **499.** $AST \cong BST$ (sus). **500.** $YPK \cong YQK$ (suu). **501.** $SLM \cong SRT$: a) podle sss, b) podle usu. Při b) užijeme rovnosti úhlů při základně rovnoramenného trojúhelníka. **502.** $AHK \cong BHK$ (sss). **503.** $XSZ \cong XTY$ (sus). **504.** $ABE \cong DCE$ (sus); z toho plyne a); mimo to plyne $\sphericalangle ABE = \sphericalangle DCE$ a to jsou úhly střídavé, takže dostaneme b). **505.** Střídavé úhly mezi rovnoběžkami dají $ABE \cong DCE$ (usu). **506.** Střídavé úhly mezi rovnoběžkami dají $ABE \cong DCE$ (usu), takže $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{BE} = \overline{CE}$, z čehož $ACE \cong DBE$ (sus). Z prvé shodnosti plyne a); ze druhé plyne předně b) a za druhé rovnost střídavých úhlů $\sphericalangle CAE$, $\sphericalangle BDE$, která dává c). **507.** $SXY \cong SYV$ (sus). **508.** $HKL \cong HML$ (sss). **509.** Jest $\sphericalangle BAT = \sphericalangle CAR$, tedy $BAT \cong CAR$ (sus). **510.** Jest $\sphericalangle KFH = \sphericalangle GFL$, tedy $KFH \cong GFL$ (sus). **511.** Jest $\sphericalangle BAC = \sphericalangle DAE$, tedy $\sphericalangle DAC = \sphericalangle BAE$, takže $ACD \cong AEB$ (sus). **514.** a) $\overline{UW} = 8{,}84$ km; b) směr UW je S 73,7° V. (Toto označení je vysvětleno v textu cvičení 521.) **515.** a) 58,3 km; b) S 59° V. **516.** 261 m. **517.** (V textu úlohy jest doplniti $\overline{AB} = 1$ km.) a) 913 m; b) 484 m. **518.** a) 834 m; b) 612 m; c) 420 m. **519.** a) 273 m; b) 207 m; c) 183 m. **520.** 1736 m. **521.** 129 m od A, 371 m od B. **522.** 28 m. **523.** 208,5 m. **524.** 38,7°. **525.** 35°. **526.** a) 61,3°; b) 4,39 m. **527.** 31 m. **528.** 38,6°. **529.** $5\frac{1}{4}$ km za hodinu. **530.** 385 m. **531.** 96,2 m. **532.** 1,035 m. **533.** a) 128° 22′ 8″; b) 106° 11′ 36″; c) 71° 4′ 28″; d) 62° 2′ 4″; e) 51° 58′ 6″; f) 32° 52′ 44″. **534.** a) 83° 52′ 9″; b) 78° 7′ 27″; c) 72° 31′ 33″; d) 48° 51′ 42″; e) 33° 33′ 46″; f) 15° 41′ 36″. **535.** Buďto 74° při základně a 32° proti ní nebo 74° proti základně a 53° při ní. **536.** Při základně 72°, proti ní 36°. **537.** Při základně 36°, proti ní 108°. **538.** 39°. **539.** $\sphericalangle KHL = 33°$, $\sphericalangle HKL = 126°$, $\sphericalangle HLK = 21°$. **540.** a) Trojúhelník XYZ dá $\sphericalangle YXZ = 32°$; rovnoramenný trojúhelník XZV dá $\sphericalangle ZXV = 32°$; tedy $\sphericalangle YZX = \sphericalangle ZXV$; protože to jsou úhly střídavé, je $XV \parallel YZ$. b) Ježto $\sphericalangle YXZ = 52°$, $\sphericalangle ZXV = 32°$, je $\sphericalangle YXV = 84°$, tedy $\sphericalangle YXV = \sphericalangle ZUV$; protože to jsou úhly souhlasné, je $XY \parallel UZ$. **541.** 32°. **542.** $\sphericalangle FAB = \sphericalangle AFB = 72°$; $\sphericalangle ABF = 36°$. **543.** Rovnoramenný trojúhelník EFH má proti základně úhel 32°, tedy $\sphericalangle EFH = 74°$. To je však vnější úhel trojúhelníka FGH a jeden z protějších vnitřních úhlů měří 37°, tedy druhý měří $74° - 37° = 37°$, takže trojúhelník FGH je rovnoramenný. **544.** Ježto $PQ \parallel RS$, jest $\sphericalangle RSQ = 180° - \alpha = 113°$. Tedy $\sphericalangle RSP = 113° - 75° = 38°$, takže $\sphericalangle RPS = 180° - (104° + 38°) = 38° = \sphericalangle RSP$. **545.** 75°. **546.** Jest $\sphericalangle ZXV = \alpha_1 + \beta_1$. Avšak $\sphericalangle ZVX = \alpha_2 + \beta_2$ (vnější úhel trojúhelníka XVY). Tedy $\sphericalangle ZXV = \sphericalangle ZVX$. **547.** Jest $\sphericalangle EFH = \sphericalangle HFG$. Avšak $\sphericalangle HFG = \sphericalangle EHF$ (střídavé úhly mezi rovnoběžkami). Tedy $\sphericalangle EFH = \sphericalangle EHF$. **548.** Jest $\beta = \gamma = 62°$, tedy $\alpha = 56°$, takže $\alpha < \beta$, tedy $a < b$. **549.** Jest $\beta = 62°$, $\gamma = 64°$. Tedy $\sphericalangle SBC = 31°$, $\sphericalangle SCB = 32°$, takže $\sphericalangle SBC < \sphericalangle SCB$, tedy $\overline{SC} < \overline{SB}$. **550.**

$\overline{BX} > \overline{AX} > \overline{CX}$. **551.** Vnější úhel je větší než protější vnitřní. Toho užijeme u trojúhelníků UBT, ATC. **552.** $\overline{AT} < \overline{AC} + \overline{CT}$, tedy $\overline{AT} + \overline{TB} < \overline{AC} + (\overline{CT} + \overline{TB}) = \overline{AC} + \overline{CB}$; $\overline{UB} < \overline{UT} + \overline{TB}$, tedy $\overline{AU} + \overline{UB} < (\overline{AU} + \overline{UT}) + \overline{TB} = \overline{AT} + \overline{TB}$. **553.** a), b) ano; c), d) ne. **555.** $\sphericalangle GHK = \sphericalangle HKE$ (střídavé úhly mezi rovnoběžkami); $\sphericalangle HKE = \sphericalangle HEK$ (úhly proti stejným stranám); $\sphericalangle HEK = \sphericalangle FGH$ (protější úhly rovnoběžníka). **556.** Jest $\overline{RA} = \overline{CB}$ (protější strany rovnoběžníka) a $\overline{CB} = \overline{AP}$ (z téhož důvodu), proto A je střed strany PR. **557.** Jest $\sphericalangle UTZ = \sphericalangle ZTX$; avšak $\sphericalangle ZTX = \sphericalangle UZT$ (střídavé úhly mezi rovnoběžkami). Tedy $\sphericalangle UTZ = \sphericalangle UZT$, takže $\overline{UT} = \overline{UZ}$. Dále je $\sphericalangle VYZ = \sphericalangle UTZ$ (souhlasné úhly mezi rovnoběžkami), tedy $\sphericalangle VYZ = \sphericalangle VZY$, takže $\overline{VY} = \overline{VZ}$. Konečně $\overline{VZ} = \overline{VU} + \overline{UZ}$, $\overline{UT} = \overline{UZ}$, $\overline{VU} = \overline{ST}$, tedy $\overline{VZ} = \overline{ST} + \overline{UT}$. **558.** Budiž S střed úsečky AC. Protože $ABCD$ je rovnoběžník, je S střed úsečky BD. Protože $AECF$ je rovnoběžník, je S střed úsečky EF. Proto úsečky BD a EF se navzájem půlí, takže $BEDF$ je rovnoběžník a $BE \parallel FD$. **559.** Na přímce LG určeme bod P tak, aby G byl střed úsečky LP; máme dokázati, že body P a M splynou. Protože $\overline{KH} = \overline{LG}$, $\overline{LG} = \overline{GP}$, je $\overline{KH} = \overline{GP}$. Mimoto $KH \parallel GP$, takže $HKGP$ je rovnoběžník. Protože úhlopříčky rovnoběžníka se půlí, přímka KP prochází středem N úsečky GH, takže přímky KP, KM splynou a proto splynou i body P a M. **560.** Protože $\overline{AB} = \overline{DC}$, jest $\overline{BS} = \overline{TD}$. Mimoto $BS \parallel TD$, takže $BSDT$ je rovnoběžník. **561.** (Místo $XYUV$ má býti $XYVU$.) Jest $XY \parallel PQ$, $PQ \parallel UV$, tedy $XY \parallel UV$. Mimoto $\overline{XY} = \overline{PQ}$, $\overline{PQ} = \overline{UV}$, tedy $\overline{XY} = \overline{UV}$. Proto $XYVU$ je rovnoběžník. Vše platí, i když rovnoběžníky $PQYX$, $PQVU$ nejsou v téže rovině. **562.** Podle výsledku cvič. 560 jsou $SBTD$, $AFCE$ rovnoběžníky, takže $SD \parallel BT$, $AE \parallel FC$. **563.** Podle výsledku cvič. 559 je $\overline{KL} = \overline{LM}$. Dané rovnoběžníky dají $\overline{KL} = \overline{GH} = \overline{MN}$. **564.** Podle výsledku cvič. 561 je $BFCE$ rovnoběžník, jehož úhlopříčky se půlí. **565.** Ježto $OKXL$, $OLYH$ jsou rovnoběžníky, podle výsledku cvič. 561 je $KXYH$ rovnoběžník, takže úsečky HX, KY se půlí. Stejně se dokáže, že také $HZXL$ je rovnoběžník, takže úsečky HX, LZ se půlí. **566.** Kdyby se úsečky CD, BE půlily, byl by $BCED$ rovnoběžník a bylo by $BD \parallel CE$. **567.** Protější úhel k pravému je mu roven, tedy je pravý. Sousední úhly k pravému jsou s ním výplňkové, tedy jsou pravé. **568.** Součet všech čtyř úhlů je $4R$, tedy to jsou úhly pravé. **569.** a) Jest $ASF \cong CTE$ (sus), $BSE \cong DTF$ (sus), tedy $\overline{SF} = \overline{TE}$, $\overline{SE} = \overline{TF}$. b) Jest $ASF \cong DFT$ (sus), tedy $\overline{SF} = \overline{TF}$. c) U každého rovnoběžníka $ABCD$ je $AS \parallel DT$, $\overline{AS} = \overline{DT}$, takže $ASTD$ je rovnoběžník. Proto je $\overline{ST} = \overline{AD}$ a podobně je také $\overline{FE} = \overline{AB}$. Je-li $ABCD$ kosočtverec, je $\overline{AB} = \overline{AD}$, tedy $\overline{FE} = \overline{ST}$, takže $ESFT$ je obdélník. d) To plyne z b) a c). e) Jest $ASF \cong DTF$ (sss), tedy $\sphericalangle SAF$ je roven svému výplňkovému $\sphericalangle TDF$ a je pravý. Tedy $ABCD$ je obdélník (podle cvič. 568); f) Při c) jsme si všimli, že $\overline{ST} = \overline{AD}$, $\overline{FE} = \overline{AB}$. Je-li $ESFT$ obdélník, je $\overline{ST} = \overline{FE}$, tedy $\overline{AD} = \overline{AB}$, takže rovnoběžník $ABCD$ je kosočtverec. g) To plyne z e) a f). **575.** a) $\alpha = 35{,}8°$; $\beta = 116{,}5°$; $\gamma = 27{,}7°$; b) $\alpha = 51{,}6°$; $\beta = 47{,}6°$; $\gamma = 80{,}8°$; c) $b = 83{,}6$ mm; $c = 61{,}2$ mm; d) $a = 33{,}1$ mm; $c = 85{,}9$ mm; e) $a = 63{,}5$ mm; $b = 59{,}1$ mm; f) $a = 78{,}7$ mm; $\beta = 27{,}3°$; $\gamma = 40{,}2°$; g) $b = 129{,}8$ mm; $\alpha = 68{,}5°$; $\gamma = 36{,}5°$. **577.** a) $a = 61{,}4$ mm; b) $a = 47{,}9$ mm;

c) $c = 25,9$ mm. **578.** a) $b = 38,7$ mm; $c = 77,4$ mm; b) $b = 42,2$ mm; $c = 69,3$ mm; c) $a = 18,7$ mm; $c = 19,3$ mm; d) $a = 24,9$ mm; $c = 64,9$ mm; e) $a = 26,8$ mm; $b = 64,7$ mm; f) $c = 63$ mm; $\alpha = 36°$; g) $b = 75$ mm; $\alpha = 28,1°$. **579.** a) $\overline{AC} = 99$ mm; b) $\overline{AB} = 63,6$ mm. **580.** a) $\overline{AD} = 44,7$ mm; b) $\overline{AB} = 25,7$ mm; $\overline{AD} = 75,8$ mm. **581.** a) $\sphericalangle BAD = 97,2°$; b) $\overline{BC} = 42,5$ mm; c) $\overline{AB} = 52,9$ mm; $\overline{AD} = 87,2$ mm. **582.** a) $\overline{AC} = 25,5$ mm; b) $\sphericalangle BAD = 73,7°$; c) $\overline{AB} = 54,1$ mm. **583.** a) $\sphericalangle BAD = 52,6°$; b) $\sphericalangle BAD = 139,2°$; c) $\overline{BC} = 30,7$ mm; d) $\overline{AD} = 82,4$ mm. **584.** a) $e = 87,5$ mm; $f = 108,1$ mm; b) $d = 80,1$ mm; $e = 81,9$ mm; c) $a = 109$ mm; $b = 64,4$ mm.

Spisovatel	*Prof. Dr Eduard Čech*
Název díla	*POZNÁMKY K UČEBNICÍM GEOMETRIE pro 1.—3. třídu středních škol*
Vydala	*Jednota českých matematiků a fysiků v Praze*
Rok	*1944*
Vytiskla	*Knihtiskárna „Prometheus“ v Praze*
Komisionář	*Nakladatelství „Prometheus“ v Praze*
Vydání	*I.*
Cena	*Brož. výtisk K 8,—*