Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Václav Hübner

Příspěvek k rotačnímu hyperboloidu jednoplochému

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 42 (1913), No. 1, 101--103

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/122116

ploše válcové, jejíž průměr $=$ malé ose ellipsy (obr. 3.), a vyrýsovati ji pomocí konstrukce provedené v opsaném obdélníku dle dřívějšího návodu. Rovnoběžným průmětem této konstrukce jest rovnoběžník s konstrukcí úplně obdobnou a s vepsanou křivkou k''', jak znázorněno v obr. 4. A tu můžeme si v prostoru vždycky zjednati kružnici k, která se do křivky k''' šikmo promítá. Stačí na př. v straně $C'''T'''$ vztyčiti na rovinu křivky k''' rovinu kolmou a v té sestrojiti kružnici k o poloměru $= S'''A''' = S'''B''' = C'''T'''$ tak, aby se přímky $C'''T'''$ v bodě C''' dotýkala. V obrazci znázorněn šikmý průmět do roviny kružnice k. Směr promítacích paprsků jest SS'''. Na kružnici možno narýsovati konstrukci její dle obr. 2., kteráž promítá se ve směru SS''' do konstrukce křivky k'''. Jest tedy k''' dle předešlého ellipsou, vznikajíc rovnoběžným promítáním kružnice.

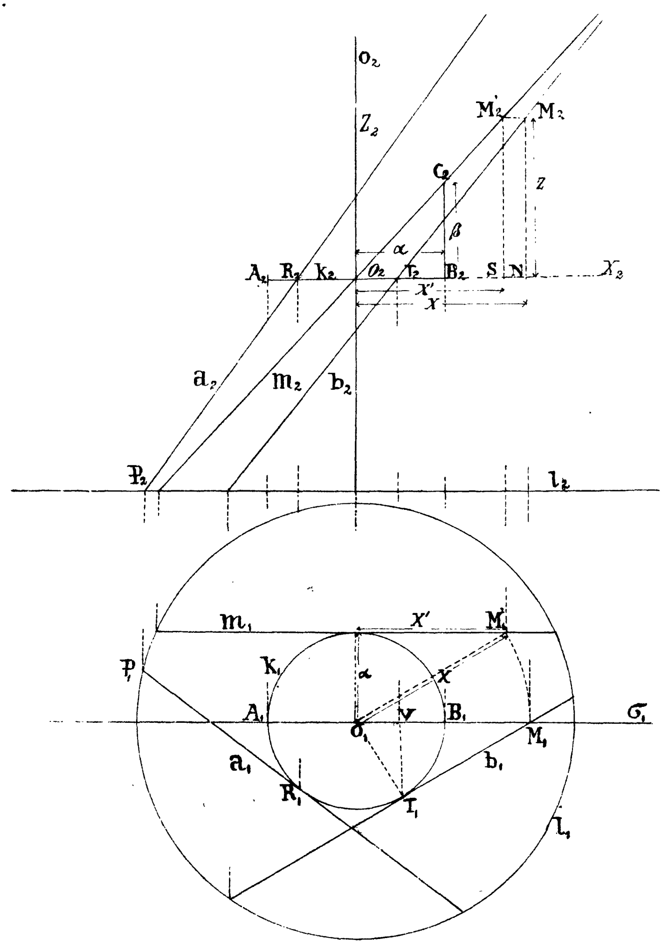
Příspěvek k rotačnímu hyperboloidu jednoplochému.

Studujícím napsal **Václav Hübner**, professor na Král. Vinohradech.

Otáčí-li se přímka a kolem osy o k ní mimoběžné, vytvoří se, jak známo, rotací přímky a plocha rotační přímková, ale nerozvinutelná, kterouž nazýváme jednoplochým hyperboloidem. Táž plocha rotační vznikne též otočením hyperboly kolem osy imaginárné. O pravdivosti tohoto tvrzení přesvědčíme se cestou analytickou. Budiž osa $o \perp \pi$ a přímka a k ní mimoběžná. Otáčí-li se přímka a kolem osy o, vytvoří bod R přímky a ose o nejbližší kružnici K o poloměru α, jejíž rovina jest rovnoběžná s π. Stopa P přímky a vytvoří na π stopu l plochy rotační. Libovolná poloha otočené přímky a budiž b. Rovina hlavního meridiánu σ protíná přímku b v bodě M, jehož nárys náleží příslušné hyperbole. Osa imaginární jest v $Z_2 \equiv o_2$, délka osy reálné $\overline{A_2B_2} = 2\alpha$ a m_2 jest její asymptotou.

Položme soustavu souřadnic X_2, Z_2 do počátku O_2 a sestrojme $(\overline{B_2C_2} = \beta) \perp X_2$; tu platí pro bod M_2, jehož souřadnice jsou x, z, otočíme-li jej do polohy M'_2 (x', z), z podobnosti

$$\triangle O_2 M'_2 S \sim \triangle O_2 B_2 C_2$$
$$z : x' = \beta : \alpha.$$



Obr. 1.

Z půdorysu poznáváme, že

$$x' = \sqrt{x^2 - a^2}.$$

Jest tedy

$$z : \sqrt{x^2 - \alpha^2} = \beta : \alpha,$$

neboli
$$z^2 : (x^2 - \alpha^2) = \beta^2 : \alpha^2$$

a odtud
$$\alpha^2 z^2 = \beta^2 x^2 - \alpha^2 \beta^2,$$

jinak
$$\frac{x^2}{\alpha^2} - \frac{z^2}{\beta^2} = 1 \text{ (rovnice hyperboly).}$$

Rovnice přímky m_2, procházející středem hyperboly, jest $z = Ax$. Směrnice $A = \frac{\beta}{\alpha} \ldots$, m_2 jest tudíž asymptotou hyperboly.

Směrnice A' přímky b_2 jest:

$$A' = \frac{z}{x - \overline{O_2 T_2}} \text{ (plyne z } \triangle \text{ pravoúhlého } T_2 M_2 N).$$

Z $\triangle$ pravoúhlého $O_1 T_1 M_1$ dostaneme:

$$\overline{O_1 T_1}^2 = \overline{O_1 V} . \overline{O_1 M_1},$$

a ježto
$$\overline{O_1 T_1} = \alpha, \ \overline{O_1 V} = \overline{O_2 T_2}, \ \overline{O_1 M_1} = x,$$

jest
$$\overline{O_1 V} = \overline{O_2 T_2} = \frac{\overline{O_1 T_1}^2}{\overline{O_1 M_1}} = \frac{\alpha^2}{x}.$$

pročež
$$A' = \frac{z}{x - \frac{\alpha^2}{x}} = \frac{zx}{x^2 - \alpha^2}.$$

O bodu M_2, který jest na hyperbole, platí rovnice $\beta^2 x^2 - \alpha^2 z^2 = \alpha^2 \beta^2$; znásobíme-li čitatele i jmenovatele posledního zlomku veličinou β^2, dostaneme

$$A' = \frac{\beta^2 zx}{\beta^2 x^2 - \alpha^2 \beta^2}, \text{ neboli } A' = \frac{\beta^2 zx}{\alpha^2 z} = \frac{\beta^2 x}{\alpha^2 z}.$$

Jest tedy přímka b_2 tečnou k hyperbole v bodě M_2 — nárysy přímek povrchových obalují tudíž hyperbolu.