František Josef Studnička
O přidružených zlomcích přibližných a jich upotřebení

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 1 (1872), No. 1, 32–33

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123421

Poněvadž osy souřadnicové půlí úhly φ, jde z těchto rovnic

$$tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_1 = -\frac{b}{c},\ tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_2 = -\frac{c}{a},\ tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_3 = -\frac{a}{b},$$

z kterýchžto vzorců znásobením se obdrží především

$$tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_1\,tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_2\,tg^2\,{}^1/_2\,\varphi_3 + 1 = 0$$

aneb

$$sin^2\,{}^1/_2\,\varphi_1\,sin^2\,{}^1/_2\,\varphi_2\,sin^2\,{}^1/_2\,\varphi_3 + cos^2\,{}^1/_2\,\varphi_1\,cos^2\,{}^1/_2\,\varphi_2\,cos^2\,{}^1/_2\,\varphi_3 = 0;$$

použijeme li pak známých vzorců goniometrických, abychom vyjádřili *sin* a *cos* polovičních úhlů *cos* celých, zjednáme si snadno

$$(1 - cos\,\varphi_1)\,(1 - cos\,\varphi_2)\,(1 - cos\,\varphi_3) + (1 + cos\,\varphi_1)\,(1 + cos\,\varphi_2)\,(1 + cos\,\varphi_3) = 0$$

aneb znásobíme-li, konečně

$$cos\,\varphi_1\,cos\,\varphi_2 + cos\,\varphi_2\,cos\,\varphi_3 + cos\,\varphi_3\,cos\,\varphi_1 + 1 = 0,$$

což mělo býti dokázáno. *)

O přidružených zlomcích přibližných a jich upotřebení.

(Podává dr. *F. J. Studnička.*)

Ustanovíme-li k řetězovému zlomku

$$(a_1, a_2, a_3, \ldots a_n, a_{n+1} \ldots)$$

podle známých pravidel zlomky přibližné a značí-li

$$\frac{\alpha_{n-1}}{\beta_{n-1}},\ \frac{\alpha_{n+1}}{\beta_{n+1}}$$

dva krajní ze tří po sobě jdoucích, vyjádří se celá řada mezi ně připadajících zlomků přidružených vzorcem

$$\frac{r_k}{s_k} = \frac{\alpha_n k + \alpha_{n-1}}{\beta_n k + \beta_{n-1}},$$

zavede-li se do něho za k po sobě

$$0, 1, 2, \ldots, a_{n+1} - 1, a_{n+1},$$

kdež značí a_{n+1} článkového dělitele, který vede k druhému z vytknutých zlomků.

Jelikož tu, jak známo,

$$r_k = \alpha_n k + \alpha_{n-1}, \qquad (1)$$

$$s_k = \beta_n k + \beta_{n-1}, \qquad (2)$$

---

*) Jedna z hodnot φ_1, φ_2, φ_3 jest patrně vždy ideální.

obdržíme, vyloučivše k, jako při hlavních zlomcích přibližných

$$\alpha_n s_k - \beta_n r_k = (-1)^{n-1}, \alpha_n < \beta_n. \qquad (3)$$

A této relace možná použiti k řešení neurčitých rovnic stupně prvního čísly celistvými.

Značí-li a a b relativní prvočísla, jest základní tvar takovýchto rovnic

$$ax - by = c; \qquad (4)$$

proměníme-li pak zlomek $a:b$ v řetězec, bude poslední přibližný zlomek, dejme tomu

$$\frac{\alpha_n}{\beta_n} = \frac{a}{b}$$

a předposlední tudíž

$$\frac{\alpha_{n-1}}{\beta_{n-1}} = \frac{\alpha}{\beta},$$

vzorec (1), (2) a (3) promění se za tou příčinou v

$$r_k = ak + \alpha, \qquad (5)$$

$$s_k = bk + \beta, \qquad (6)$$

$$as_k - br_k = (-1)^{n-1}, a < b. \qquad (7)$$

Znásobíme-li tedy poslední tuto rovnici činitelem $(-1)^{n-1}c$, povstane z ní

$$(-1)^{n-1}[acs_k - bcr_k] = c,$$

z čehož patrno, porovnáme-li s rovnicí (4), že

$$x = (-1)^{n-1} cs_k,$$

$$y = (-1)^{n-1} cr_k,$$

aneb dosadíme-li za r_k a s_k hodnoty ze vzorců (5) a (6),

$$x = (-1)^{n-1}[bp + \beta c], \qquad (8)$$

$$y = (-1)^{n-1}[ap + \alpha c], \qquad (9)$$

při čemž možná za $p = kc$ dosaditi jakékoli číslo celistvé.

Jestli $a > b$, píše se ve vzorci (8) a (9) n místo $n-1$.

O Eulerově vzorci, podle něhož možná konvergentní řady proměniti v rychleji konvergující.

(Příspěvek k počtu s operačními symboly od dra. *F. J. Studničky.*)

V klassickém díle svém o počtu differenciálním jednajícím zanáší se *Euler* též s převáděním řad na jiné [1]), které rychleji

[1]) Instit. calc. diff. Pars II. „De transformatione serierum" pag. 232. 1755.