Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky

Jan Krejčí
Začátky mathematické krystallografie [V.]

Časopis pro pěstování mathematiky a fysiky, Vol. 2 (1873), No. 2, 118–131

Persistent URL: http://dml.cz/dmlcz/123472

Začátky mathematické krystallografie.

(Píše prof. *Jan Krejčí.*)

(Pokračování soustavy krychlové.)

B. Poloměrnost klonoplochá.

a) S plochami v poloze $\pm o$.

56. Otupením střídavých rohů krychle, nebo vynecháním střídavých ploch osmistěnu vyvinou se dva *čtyrstěny* (Tetraëder), obmezeny čtyrmi stejnostrannými trojúhelníky, které se stýkají ve 3 rozích a 6 hranách O. (Obr. 1.)

Jeden čtyrstěn jest ke druhému otočen kolem vodorovné osy o 180°.

Známka jejich jest $\pm O$, u Millera $\varkappa$ (111).

Hlavní osy osmistěnu ukončují se ve středu hran, trojúhelné osy ve středu ploch a rohů a mají tedy u každého pólu svého jiné ukončení; kosočtverečné osy nejsou vyznačeny žádným zvláště patrným bodem.

57. Hrany osmistěnu, z něhož jest čtyrstěn vyvinut, doplňují hrany jeho na 180°, pročež jest dle 13)

$$3 \cos O = 1 \text{ nebo } \cos O = {}^1/_3,$$
$$\text{z čehož } O = 70^\circ\, 31'\, 44''$$

b) S plochami v poloze $\pm O_{1/m}$.

58. Trojplochým přikrojením střídavých rohů krychle od ploch, nebo vynecháním potrojných ploch ve střídavých oktantech čtveroúhelného čtyrmecítníka $O_{1/m}$, vyvinou se dva tvary obmezeny 12 stejnoramennými trojúhelníky, které se stýkají v 6 hranách O jako čtyrstěn, a ve 12 hranách H jako $O_{1/m}$; pak ve 4 tupě trojplochých a 4 ostře šestiplochých rozích. (Obr. 2.)

Tvary ty mají všeobecnou podobu čtyrstěnu s nasazenými tupými trojplochými jehlanci na jeho plochy; nazývají se proto *čtyrstěnné dvanáctistěny* (Trigondodekaëder) a známka jejich jest $\pm O_{1/m}$, u Millera $\varkappa\,(m\,11)$.

Hlavní osy krychle ukončují se v hranách O; trojúhelné osy v trojplochých a šestiplochých rozích a mají tudíž na každém pólu jiné ukončení; kosočtverečné osy nejsou vyznačeny žádným zvláště patrným bodem.

59. K ustanovení přípony m stačí známost jedné hrany.

Jsou-li známy hrany H, počítá se jako v odstavci 23.

Jsou-li známy hrany O, jest, anať odtíná plocha kosočtverečnou osu osmistěnu $r = \sqrt{1/2}$ ve vzdálenosti m,

$$m = tang\,\tfrac{1}{2}\,O\,\sqrt{2}.$$

c) S plochami v poloze $\pm O_m$.

60. Trojplochým přikrojením střídavých rohů krychle nebo vynecháním potrojných ploch osmistěnného čtyrmecítníka O_m ve střídavých oktantech, vyvinou se dva tvary obmezeny 12 souměrnými čtyrúhelníky, které se stýkají ve 12 hranách O nad hranami vepsaného čtyrstěnu a ve 12 hranách D jako O_m; pak ve 4 tupých a 4 ostrých trojplochých rozích. (Obr. 3.)

Tvary ty slovou *čtyrúhelné dvanáctistěny* (Deltoiddodekaëder) a známka jejich jest $\pm O_m$, u Millera $\varkappa\,(m\,mi)$.

Hlavní osy krychle ukončují se ve čtveroplochých rozích; trojúhelné osy v tupých a ostrých trojplochých rozích, a mají tudíž u obou pólů jiné ukončení; kosočtverečné osy nejsou naznačeny zvláště patrným bodem.

61. K ustanovení přípony m stačí známost jedné hrany.

Jsou-li známy hrany D, počítá se jako v odstavci 28.

Jsou-li známy hrany O, použije se trojbokého výkrojku $\tfrac{1}{2}\,O$, $\tfrac{1}{2}\,H$, T', v němž $\tfrac{1}{2}\,H = 90^0$, $T' = 60^0$,

$$cos\,(h, t') = 2\,cos\,\tfrac{1}{2}\,O\,\sqrt{1/3},$$
$$(h, t') = (h, r) - 35^0\,15'\,52'',$$
$$m = tang\,(h, r)\,\sqrt{1/2}.$$

d) S plochami v poloze $\pm O_s$.

62. Šestiplochým přikrojením střídavých rohů krychle nebo vynecháním šesterečných ploch osmačtyřicítníka O_s ve střídavých

oktantech, vyvinou se dva tvary obmezeny 24 lichostrannými trojúhelníky, které se stýkají ve 12 hranách H a 12 hranách D jako u O_s, a ve 12 hranách O nad hranami vepsaného čtyrstěnu; pak ve 4 tupých a 4 ostrých šestiplochých a v 6 čtveroplochých rozích. (Obr. 4.)

Tvary ty slovou *čtyrstěnné čtyrmecítníky* (Hexakistetraëder) a známka jejich jest $\pm O_s$, u Millera $\varkappa(mn\,1)$, kdežto pro s $a = {}^1/_m$, $b = {}^1/_n$, $c = 1$.

Hlavní osy krychle ukončují se ve čtveroplochých rozích; trojúhelné osy v tupých a ostrých šestiplochých rozích a mají tudíž u obou pólů jiné ukončení; kosočtverečné osy nejsou naznačeny zvláště patrným bodem.

63. K ustanovení přípon m, n, zapotřebí znáti dvě hrany.

Jsou-li známy hrany H, D počítá se jako u plnoměrného O_s. (Viz odstavce 31. až 40.)

Jsou-li známy hrany H, O, ustanoví se z trojbokého výkrojku $\frac{1}{2}H$, $\frac{1}{2}O$, T', v němž $T' = 60^0$

$$cos\,(h, t') = \frac{2\,cos\,\frac{1}{2}\,O + cos\,\frac{1}{2}\,H}{sin\,\frac{1}{2}\,H\,\sqrt{3}},$$

$$(h, t') = (h, r) - 35^0\,15'\,52'',$$

$$m = r\,tang\,(h, r),\ \text{viz odst. 31.}$$

Taktéž jest pro úhel mezi osou r a hranou O' vepsaného osmačtyřicítníka O_s

$$cot\,(r, o') = tang\,\tfrac{1}{2}\,H\,sin\,(h, r)$$

$$\frac{m}{n} = tang\,[(r, o') + 45^0].$$

Jsou-li známy hrany D, O ustanoví se pro úhel (a, d) mezi hlavní osou a hranou D

$$cos\,(a, d) = \frac{cos\,\frac{1}{2}\,O}{sin\,\frac{1}{2}\,D},$$

a pak pro úhel (a, o') mezi hranou O' vepsaného osmačtyřicítníka O_s a hlavní osou z trojbokého výkrojku $\frac{1}{2}D$, A, $\frac{1}{2}O$, v němž $A = 45^0$

$$cot\,(a, o') = \frac{cot\,\frac{1}{2}\,D\,sin\,45^0 + sin\,45^0\,cos\,(a, d)}{sin\,(a, d)},$$

načež jest

$$sin\,\tfrac{1}{2}\,O = \frac{sin\,(a, d)}{sin\,(a, o')}\,sin\,\tfrac{1}{2}\,D,$$

$$m = tang\ \tfrac{1}{2}\ O' \,.\, sin\,(a, o')$$

$$\frac{m}{n} = tang\,(a, o')\,.$$

Zobrazení krychlových klonoplochých tvarů.

64. Zobrazení těch tvarů provádí se jako u plnoměrných tvarů pomocí krychle, do níž se vnesou hlavní a trojúhelné osy.

U klonoplochých tvarů dělí se však trojúhelné osy ve dvě nestejné části, z nichž kratší t se končí v tupějším rohu a má tu samu délku, jako v plnoměrném tvaru, kdežto delší t' se končí v ostřejším rohu.

Vezme-li se pro $\pm O_s$ hlavní osa $a = 1$, jest

$$t = \frac{m\sqrt{3}}{m+n+1}\,.$$

Pro t' jest z trojúhelníka r, t', h, v němž $(r, t') = 35^0\,15'\,52''$

$$tang\ 180^0 - (r, h) = -\frac{m}{r} = \frac{t' \,.\, sin\,(r, t')}{r - t' cos\,(r, t')}\,,$$

a jelikož

$$sin\,(r, t') = \sqrt{{}^1/_3}$$

$$cos\,(r, t') = \sqrt{{}^2/_3}$$

$$r = \frac{m\sqrt{2}}{m+n}\,,\ \text{jest}$$

$$t' = \frac{m\sqrt{3}}{m+n-1}\,.$$

Podobně nalezne se po $\pm O_{1/m}$

$$t = \frac{m\sqrt{3}}{m+2}\,,\ t' = \sqrt{3}\,.$$

Pro $\pm O_m$

$$t = \frac{m\sqrt{3}}{2m+1}\,,\ t' = \frac{m\sqrt{3}}{2m-1}\,.$$

Pro $\pm O$

$$t = \tfrac{1}{3}\sqrt{3}\,,\ t' = \sqrt{3}\,.$$

Konce takto ustanovených trojúhelných os spojí se přiměřeně s konci hlavních os.

Spojky krychlových klonoplochych tvarů.

65. Klonoploché tvary spojují se spolu a s oněmi tvary, které klonoploché poloměrnosti schopny nejsou, totiž s h, d a

d_n v rozmanité mnohoploché tvary, na nichž obyčejně plochy h neb $\pm o$ neb d převládají.

Následující příklady ukazují upotřebení uvedených vzorců.

Sfalerit (blejno zinkové, obr. 5.) Mezi četnými spojkami tohoto minerálu jest zvláště význačná spojka dvanáctistěnu d s plochami, které střídavé trojploché rohy od hran tak otupují, že stojí spojková hrana D' kolmo na hraně D dvanáctistěnu.

Dle polohy náleží otupující plochy tvaru $\pm o_{1/m}$. V trojbokém výkrojku $\frac{1}{2}O$, $\frac{1}{2}D$, D', v němž $\frac{1}{2}D = 60^\circ$, $(d, d') = 90^\circ$, $(o, d) = 144^\circ 44' 8''$, totiž tentýž úhel jako mezi čtyrstěnem a dvanáctistěnem d, jest

$$cot\, \tfrac{1}{2}\, O = \tfrac{1}{3} \sqrt{2}$$

$$O = 129^\circ 31' 16'', \text{ z čehož dle rovnice (59).}$$

$$m = tang\, \tfrac{1}{2}\, O \sqrt{2}$$

$$m = 3.$$

Tudíž jest $\pm O_{1/m} = \pm O_{1/3}$, dle Millera $\varkappa(311)$, dle Naumanna $\frac{3O3}{2}$.

Boracit, obr. 6. 7. Dle polohy ustanovují se plochy h, $+o$, $-o$, d samy sebou.

Plochy, jimiž se otupují hrany dvanáctistěnu d, mají dle pásmové rovnice polohu $\pm o^1/_2 = \pm p$.

Plochy, jimiž se přikrojují rohy mezi h, d, o, mají patrně polohu $\pm O_s$, a jelikož dvě a dvě spojkové hrany těch ploch s osmistěnem spolu jsou rovnoběžné, jest pro ně, jako u stejnohranných osmačtyřicítníků $\pm O_s = \pm i_m$, kdežto $n = \frac{m+1}{2}$.

K dalšímu ustanovení jest zapotřebí znáti jednu spojkovou hranu, buď $(O_s, h) = 147^\circ 41'$, nebo $(O_s, o) = 151^\circ 26'$, načež vložením přiměřených hodnot do rovnice 12) ustanoví se m a tudíž i n.

Rychleji dojde se cíle, jsou-li obě spojkové hrany známy, neb pak jest pro $n = \frac{m+1}{2}$,

$$cos\, (O_s, h) = -\frac{m}{\sqrt{S}},$$

$$\cos(O_s, o) = -\frac{m+n+1}{\sqrt{3}\ \sqrt{S}},$$

$$\frac{\cos(O_s, h)}{\cos(O_s, o)} = \frac{2m\sqrt{3}}{3(m+1)} = 0{\cdot}9622, \text{ z čehož}$$

$$m = 5, \text{ a tudíž } n = 3,$$

a tedy pro s $a = {}^1/_5$, $b = {}^1/_3$, $c = 1$; dle Millera $\varkappa$ (531), dle Naumanna $\frac{5\,O\frac{5}{3}}{2}$.

Tetraedrit, obr. 8.

Dle polohy samy ustanovují se h co plochy krychle, o co plochy čtyrstěnu, d co plochy dvanáctistěnu, jelikož otupují hrany mezi h, h.

Plochy, které otupují hrany mezi d, d mají polohu $+O^1/_2$ a $-O^1/_2$ čili $\pm p$. (Viz 24.)

Plochy, které otupují hrany mezi h a d mají polohu d_n.

Plochy, které otupují hrany mezi $O^1/_2$ mají polohu $\pm O_m$.

Všechny tyto plochy leží v pásmu d_n, $-p'$, $-o'_m$, $-p''$.

Dosadí-li se do pásmové rovnice (19)

$$\begin{aligned} \text{pro } -p',\ a'\,b'\,c' &= 12\bar{1}, \\ -p'',\ a''\,b''\,c'' &= 11\bar{2}, \text{ jest} \\ 3a &= b - c. \end{aligned}$$

Pro d_n jest $abc = 1n0$, pročež $n = 3$, $d_n = d_3$.

Pro $-O'_m$ jest $abc = 1\overline{mm}$, pročež $m = {}^3/_2$, $\pm O_m = \pm O^3/_2$.

Známky ustanovených ploch jsou tedy:

	d	h	d_3	$-o$	$+p$	$-p$	$-o_{\frac{3}{2}}$
dle Millera	100.	110.	310.	$\varkappa(1\bar{1}\bar{1})$.	$\varkappa(211)$.	$\varkappa(2\bar{1}\bar{1})$.	$\varkappa(2\bar{3}\bar{3})$.
dle Naumanna	$\infty O\infty$.	∞O.	$\infty O3$.	$-\frac{O}{2}$.	$\frac{2O2}{2}$.	$-\frac{2O2}{2}$.	$-\frac{\frac{3}{2}O}{2}$.

C. Poloměrnost pravolevá.

66. Pravolevé poloměrnosti podléhá jen osmačtyřicítník, kterýž se vynecháním střídavých ploch rozpadává ve dva 24 ploché tvary, z nichž jeden se má ke druhému, jako pravice k levici, nebo jako předmět a obraz jeho v zrcadle. (Obr. 9.)

Tentýž výsledek dá trojploché přikrojení rohů krychle střídavě od pravé nebo od levé strany.

Tvary takto vyvinuté jsou obmezeny 24 nepravidelnými pětiúhelníky, kteréž se stýkají ve 24 hranách H, ve 24 hranách O a ve 24 hranách G; pak v 8 pravidelně trojplochých, 6 pravidelně čtveroplochých a ve 24 nepravidelně trojplochých rozích.

Každý pětiúhelník má troje hrany, dvě hrany O, dvě hrany H a jednu hranu G.

Tvary tyto slovou *pravo-levé čtyrmecítmíky* (Gyroidy) a známka jejich jest p, l (O_s), u Naumanna d, l $\frac{mOn}{2}$.

Poloha hlavních os krychle jest naznačena pravidelně čtveroplochými rohy, v nichž se končí hrany O; poloha trojúhelných os pravidelně trojplochými rohy, v nichž se končí hrany H, a poloha kosočtverečných os středobodem nepravidelných hran G.

67. Pro hlavní osy jest jako v osmačtyřicítníku O_s, $a = 1$, pro trojúhelné osy $t = \frac{m\sqrt{3}}{m + n + 1}$.

Poloha nepravidelných rohů, v nichž se stýká hrana O s hranami H a G, ustanoví se z rovnic oněch tří ploch, které na těch rozích se setkávají.

Jeden z těch rohů povstává setkáním se ploch p, p', p''; a v zcela obdobných poměrech povstávají všechny ostatní nepravidelné rohy.

Rovnice plochy p jest $nx + my + z = 1$
p' $\quad -x + my + nz = 1$
p'' $\quad x + ny + mz = 1$.

Spojením rovnice první a druhé objeví se

$$\frac{x}{z} = \frac{n-1}{n+1},$$

spojením rovnice druhé a třetí

$$y + z = \frac{2}{m+n}.$$

Tyto rovnice značí čáru vedenu v rovině protínající dvě osy y, z ve stejné vzdálenosti a rovnoběžné k třetí ose x, tedy v rovině plochy d.

Dosadí-li se za x, y, z hodnoty jejich z obou předešlých rovnic vycházející, jest pro souřadnice průsečného bodu tří ploch p, p', p'', tedy pro souřadnice nepravidelného rohu

$$x = \frac{(m - n)(n - 1)}{S}$$

$$y = \frac{n(m - n) + m + n - 2}{S}$$

$$z = \frac{(m - n)(n + 1)}{S},$$

kdežto $S = (m + n)[m - 1 + n(m - n)]$.

Pomocí těchto souřadnic, jakož i pomocí os a a t provede se vyobrazení těchto tvarů, spojí-li se totiž body rohů takto nalezených čarami O, H, G.

68. Zobrazení to dá se ostatně i bez výpočtu souřadnic provésti tím, že se středem střídavých ploch osmačtyřicítníka vedou od tří jejich rohů čáry na tři strany; body, kde se tyto čáry ze střídavých ploch setkávají, naznačují polohu nepravidelných rohů, kdežto konečné body trojúhelných a hlavních os jsou tytéž jako v osmačtyřicítníku O_s.

69. Tvary s poloměrně pravo-levými plochami soustavy krychlové nebyly posud na vyhraněných hmotách pozorovány.

Kdyby se vyskytly, mohly by se objeviti ve spojení se všemi plnoměrnými tvary mimo O_s, an mimo ten tvar žádný jiný není pravo-levého rozkladu schopen.

III. Tvary čtvrtiměrné.

70. Poloměrné tvary rozkladem osmačtyřicítníka O_s vyvinuté, a sice jak rovnoběžně, tak i klonoplošně a pravolevě poloměrné, dají se vynecháním střídavých ploch rozložiti ve dva tvary, kteréž s ohledem na O_s jsou *čtvrtitvary* (Tetartoidy). (Obr. 10.)

Tentýž výsledek objeví se trojplochým přikrojením střídavých rohů krychle buď od pravé nebo od levé strany.

Tím způsobem vyvinou se z osmačtyřicítníka O_s čtyry tvary, z nichž dva mají plochy v poloze pravé a dva v poloze levé. Oba pravé tvary a oba levé rozeznávají se od sebe postavou o 180° kolem vodorovné osy otočenou.

Známky jejich jsou $\pm\, p$, l (O_s) u Millera $\pi\ \varkappa\ (m\, n\, 1)$, u Naumanna $\pm\, d$, $l\,\frac{mOn}{4}$.

Pravolevé čtvrtitvary jsou obmezeny 12 nepravidelnými pětiúhelníky z nichž každý má dvě hrany H, dvě hrany H' a jednu hranu G. Hrany H stýkají se ve třech tupých a hrany H' ve třech ostrých trojplochých rozích; hrany G setkávají se nad plochami opsané krychle s hranami H a H' ve 12 nepravidelně trojplochých rozích.

Tvary ty slovou *pravolevé dvanáctistěny* (tetartoidické Pentagondodekaedry).

71. Poloha hlavních os krychle jest naznačena středobodem hran G; trojúhelné osy t a t' ukončují se v tupých a ostrých trojúhelných rozích a mají jako u klonoplochého čtyrmecítmíka $\pm O$, délku

$$t = \frac{m\sqrt{3}}{m+n+1}, \quad t' = \frac{m\sqrt{3}}{m+n-1}.$$

Polohu nepravidelných rohů ustanoviti lze z rovnic tří ploch p, p', p'', jejichž setkáním povstávají. Pro jeden z těch rohů rovnice plochy p jest $nx + my + z = 1$

$$\begin{aligned} p' \quad & x + ny + mz = 1 \\ p'' \quad & -nx + my - z = 1 . \end{aligned}$$

Spojením první a třetí rovnice obdrží se rovnice hrany mezi p a p'', totiž

$$nx + z = o, \; y = \frac{1}{m},$$

kterážto rovnice značí čáru vedenu v rovině souřadnice x, z totiž v ploše krychlové.

Spojí-li se pak tyto rovnice hrany s rovnicí plochy p', objeví se pro souřadnice nepravidelného rohu

$$x = \frac{m-n}{m(1-mn)}, \quad y = \frac{1}{m}, \quad z = \frac{m(n-m)}{m(1-mn)}.$$

72. Pomocí těch souřadnic a os a, t, t' dájí se ty tvary zobraziti, což ostatně lze též provésti zvětšením střídavých ploch osmačtiřicítníka ve střídavých oktantech.

73. Přenesou-li se plochy osmačtyřicítníka na ostatní plnoměrné tvary a vynechají-li se pak ve střídavých oktantech střídavé plochy, promění se osmistěn O ve dva čtyrstěny $\pm O$, čtyrmecítmík $O_{1/m}$ ve dva dvanáctistěny $\pm O_{1/m}$, čtyrmecítmík O

ve dva dvanáctistěny $\pm O_m$, čtyrmecítmík d_n ve dva dvanáctistěny $\pm d_n$, a jen krychle h a dvanáctistěn d zůstanou nezměněny.

Řada čtvrtiměrných tvarů obsahuje tedy mimo krychli h a dvanáctistěn d, jak *klonoplošně tak i rovnoběžně poloměrné tvary*, k nimž se druží pravo-levé dvanáctistěny. Spojky čtvrtiměrné mohou tedy obsahovati zároveň plochy klonoploché, rovnoběžné i pravo-levé.

74. Posud byly takové spojky pozorovány jen na *chlorečnanu sodnatém* a na některých jiných podobných solech, kteréž zároveň se vyznamenávají cirkulární polarisací.

(O souvislosti čtvrtiměrných tvarů s cirkulární polarisací a o vyminkách, pod kterými se na těch tvarech objeví, pojednáno bude v tomto časopisu ve zvláštním článku. Jen to budiž podotknuto, že jen čtvrtiměrné vyhraněné hmoty jeví cirkulární polarisaci a sice pod výminkou, že se dva úseky plochy na prvotvaru mají k sobě jako $1:4m$, kdežto m jest liché číslo.)

Spojky ty jeví plochy krychlové h ve spojení s plochami d, $\pm d_n$, $\pm o$, z kteréhož spojení klonoplochých poloh s rovnoběžnou polohou ploch právě vychází čtvrtiměrný ráz těch hmot.

Pravo-levý dvanáctistěn přikrojoval by, kdyby se na těch hmotách objevil, střídavé rohy krychle trojplošně buď od pravé nebo od levé strany, neb přikrojoval by šikmo spojkovou hranu mezi h a $\pm o$.

Srostlice krychlové soustavy.

75. Vyhraněné tvary mají nezřídka mimo své hrany také kouty neb brázdy, neb hrany v neobyčejné poloze, a poloha ploch jejich dá se pak uvésti na dva nebo více stejných tvarů v rozdílné postavě spolu srostlých.

Tvary takové slovou *srostlice* (dvojčata).

Všeobecný zákon pro polohu ploch na srostlicech jest ten, že plocha, dle níž dva tvary jsou srostlé, má polohu k prvotvaru úměrnou, a že jeden tvar ke druhému jest otočen o 180°.

Na tvarech krychlové soustavy objevují se srostlice dvojího druhu; totiž některé spojují se dle plochy krychlové h, jiné dle plochy osmistěnné o.

I. *Srostlice se společnou plochou h.*

76. Srostou-li dva plnoměrné tvary dle plochy h, zachovají oba tvary polohu ploch a os jako v postavě původní a dvojčatný srůst není tudíž patrný.

Jen na tvarech poloměrných stává se tento spůsob srůstu zjevným, an oba polotvary k sobě v obrácené postavě se nacházejí.

Obraz 11. ukazuje srostlice Pyritu s plochami $+ d_2$. Kouty v nichž se plochy obou tvarů setkávají, mají patrně polohu hran plnoměrného d_2.

Obraz 12. představuje srostlici Tetraedritu s plochami $+ o$, Kouty srostlice mají polohu hran plnoměrného osmistěnu.

II. *Srostlice se společnou plochou O.*

77. Srůst podle plochy o jest nejenom na poloměrných, nýbrž i na plnoměrných tvarech patrný, an při otočení jednoho tvaru ke druhému o 180°, poloha ploch u obou tvarů jest jiná.

Srostlice takové mají jednu z trojuhelných os, totiž onu, která stojí kolmo na společné ploše O, společnou a jeden tvar jest ke druhému kolem té osy o 180° otočen.

78. K poznání poměrů, v nichž se oba tvary k sobě nacházejí, postaviž se prvotvar, totiž krychle, kolmo na jednu z trojúhelných os. Obr. 13.

Vodorovný průmět krychle takto postavené jest pravidelný šestiúhelník a kolmice z pobočných rohů na trojúhelnou osu t spuštěné, dělí tu osu ve tři stejné díly. Neboť

$$\cos (h, t) = \cos 54^0\,44'\,8'' = \tfrac{1}{3}\sqrt{3} = \tfrac{1}{3}\,t$$

Poloměr p šestiúhelníka jest

$$p = \sin (h, t) = \sqrt{\tfrac{2}{3}}\,.$$

Kolem krychle kolmo na trojúhelnou osu postavené dá se opsati pravidelný šestiboký hranol, jehož poloměr, je-li $h = 1$, jest $p = \sqrt{\frac{2}{3}}$ a jehož výška $t = \sqrt{3}$.

Vezme-li se však $p = 1$, jest

$$1 : t = \sqrt{\tfrac{2}{3}} : \sqrt{3},$$

tudíž

$$t = 3\sqrt{\tfrac{1}{2}}\,.$$

79. Máli se tedy zobraziti krychle v postavě na jedné z trojúhelných os kolmé, vyrýsuje se šestiboký hranol, jehož poloměr jest $= 1$, a výška $= 3\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Tato výška sestrojí se z pravoúhelného stejnoramenného trojúhelníku, jehož kathety tedy $p = 1$, hypothenusa $r = \sqrt{2}$, načež $t = \frac{3r}{2}$.

Na vodorovné čáře $2p = ht$, (obr. 14.) vyrýsuje se pak pravidelný šestiúhelník ve vodorovné poloze, na př. pomocí sítě h, o, r, i, z, n, t, v níž $ab = ho = or$ atd. a $ho : hr : rn = 1 : 2 : 3$, a do konečných bodů toho šestiúhelníka postaví se kolmice $t = \frac{3r}{2}$, načež se ty kolmice rozdělí ve tři stejné části a hrany krychle vnesou se do hranolu, jak obr. 13. ukazuje.

80. Dvě krychle se společnou trojúhelnou osou k sobě o 180^0 otočené, dají se do téhož hranolu vyrýsovati, a pobočný roh jedné krychle připadne nad plochu druhé, obr. 15.

81. Plochy z jedné krychle úměrně odvozené spůsobují také úměrné úseky na hranách druhé o 180^0 otočené krychle.

Vztáhne-li se plocha, která na jedné krychli spůsobuje úseky $^1/a$, $^1/b$, $^1/c$ a na druhé $^1/a'$, $^1/b'$, $^1/c'$ na tři osy x, y, z, z nichž $x\ y$ leží pod 90^0 ve vodorovném průmětu krychle na trojúhelnou osu postavených, a z stojí na nich obou kolmo v poloze osy t, a spustí-li se z $^1/a$ souřadnice $x\ y$ na z, tak aby ve trojbokém výkrojku $(x, y, z, {}^1/a, p. s)$ byly úhly (obr. 15.) $({}^1/a, z) = ({}^1/a', z) = ({}^1/b, z) = ({}^1/b', z)$ atd. $= \xi$, $(p, y) = \omega$, $(x, y) = 90^0$; jest pro onu plochu rovnice

$$mx + ny + rz = 1,$$

a taktéž

$$p = \frac{1}{a} \sin \xi;$$

$$z = \frac{1}{a} \cos \xi,$$

$$y = \frac{1}{a} \sin \xi \cos \omega,$$

$$x = \frac{1}{a} \sin \xi \sin \omega,$$

a tudíž

$$m \cos \xi + n \sin \xi \cos \omega + r \sin \xi \sin \omega = a.$$

Položíme-li za ω přiměřený úhel a pak místo a postupně b, c a taktéž $a' b' c'$, jest

pro $^1/a$ $\omega = 0$ a tudíž $a = m \cos \xi + n \sin \xi$,
„ $^1/a'$, $\omega = 180^0$ „ $a' = m \cos \xi - n \sin \xi$,
„ $^1/b$, $\omega = 120^0$ „ $b = m \cos \xi - \frac{1}{2} n \sin \xi + \frac{1}{2} \sqrt{3}\, r \sin \xi$,
„ $^1/b'$, $\omega = 300^0$ „ $b' = m \cos \xi + \frac{1}{2} n \sin \xi - \frac{1}{2} \sqrt{3}\, r \sin \xi$,
„ $^1/c$ $\omega = 240^0$ „ $c = m \cos \xi - \frac{1}{2} n \sin \xi - \frac{1}{2} \sqrt{3}\, r \sin \xi$,
„ $^1/c'$, $\omega = 60^0$ „ $c' = m \cos \xi + \frac{1}{2} n \sin \xi + \frac{1}{2} \sqrt{3}\, r \sin \xi$,

z čehož vychází

$$a + a' = b + b' = c + c'$$

a taktéž

$$a + b + c = a' + b' + c'.$$

Jelikož pak

$$a' = a'$$
$$b' = a + a' - b$$
$$c' = a + a' - c,$$

jest

$$a + b + c = 3a' + 2a - b - c$$

nebo

$$a' = \frac{2b + 2c - a}{3}$$

a obdobně

$$b' = \frac{2a + 2c - b}{3}$$
$$c' = \frac{2a + 2b - c}{3}$$

Je-li tudíž dle Millerových známek pro plochu z jedné krychle odvozenou ustanovena známka *abc*, má tatáž plocha s ohledem na krychli o 180° otočenou, známku a' b' c', při čemž $a' : b' : c' = 2b + 2c - a : 2a + 2c - b : 2a + 2b - c$.

Dle toho vzorce lze poznati, že srostlice dvou krychlí má 6 ploch polohy O_2 a 6 ploch polohy h; srostlice osmistěnu má 6 ploch polohy $O_{1/5}$ a 2 plochy polohy o; srostlice dvanáctistěnu d má 6 ploch polohy $O_{1/4}$ a 6 ploch polohy h atd., a že vůbec každá plocha na srostlici odtíná hrany jak jedné tak i druhé krychle v úměrných vzdálenostech.

82. *Magnetit*, *Spinel* a j. vyskytují se často ve srostlicích osmistěnu, a sice buď jsou oba osmistěny úplné, obr. 16.; nebo jest osmistěn dle plochy s o rovnoběžné proříznut a jedna polovina ke druhé kolem trojúhelné osy o 180° otočena. Obr. 17.

Ryzí zlato objevuje se někdy ve srostlicech s tvarem $O_{1/3}$, Obr. 18., při čemž společná plocha O jde skrze úhlopříčky ploch $O_{1/3}$. Úhly hran a koutů lze ustanoviti ze spojkové hrany s osmistěnou plochou dle vzorce (12).

Pro spojkovou hranu $O' = (o, o_{1/3})$, pro níž jest na O $a = 1$, $b = 1$, $c = 1$, na $O_{1/3}$ $a' = -1$, $b' = 3$, $c' = 1$, jest

$$\cos \tfrac{1}{2} O' = -\frac{1}{\sqrt{33}},$$

z čehož

$$\tfrac{1}{2} O' = 100^0 1\tfrac{1}{2}'$$

a tedy kout $K = 200^0 3'$, tupá hrana $H = 360^0 - 200^0 3 = 159^0 57'$.

K témuž výsledku vede proměna známek dle výše vytknutých vzorců, dle níž má plocha $O_{1/3} = 31\bar{1}$ v otočené poloze známku $7\bar{5}5$. Vezme-li se nejkratší osa $= 1$, jest delší osa 7/5 a rovnice společné spojkové hrany H tvarů $O_{1/m}$, $O_{1/m'}$, je-li $m = 3$, $m' = 7/5$, jest dle (12),

$$\cos H = -\frac{m m' + 2}{\sqrt{m^2+2}\,\sqrt{m'^2+2}} = -\frac{31}{\sqrt{11}\,\sqrt{99}} = -0\cdot9393,$$

z čehož

$$H = 159^0\, 57'.$$

O síle elektromotorické.

(Podává *Josef Hervert.*)

(Pokračování).

Měřením tepla na spájeném místě různých kovů vzbuzeného aneb spotřebovaného lze nejlépe poznati vztah mezi elektromotorickými silami rozličných kovů. O to se pokusil *Edlund*, zprvu methodou méně spolehlivou [1]), později velmi důkladnou a přesnou, jejížto výsledky přednesl v prosinci r. 1870 v král. švédské akademii v Stokholmu [2]). K tomu účelu používal *Le Roux* [3]) této methody.

[1]) E. Edlund: „Oefversigt af K. V. Ak. Förh. för 1870 Pogg. Ann Bd. 140 p. 435.

[2]) E. Edlund: Pogg. Ann. Bd. 143 p. 404 a p. 534.

[3]) Le Roux: Ann. de chim. et de phys. TX p. 4.