

# Matematicko-fyzikálny zborník

---

Jozef Garaj

Štúdium interferenčných farieb vznikajúcich rotačnou disperziou v kremennej doštičke medzi polarizátorom a analyzátorom

*Matematicko-fyzikálny zborník*, Vol. 1 (1951), No. 2,3,4, 68--99

Persistent URL: <http://dml.cz/dmlcz/126371>

## Terms of use:

© Mathematical Institute of the Slovak Academy of Sciences, 1951

Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic provides access to digitized documents strictly for personal use. Each copy of any part of this document must contain these *Terms of use*.



This paper has been digitized, optimized for electronic delivery and stamped with digital signature within the project *DML-CZ: The Czech Digital Mathematics Library* <http://project.dml.cz>

JOZEF GARAJ

## ŠTÚDIUM INTERFERENČNÝCH FARIEB VZNIKAJÚCICH ROTAČNOU DISPERZIOU V KREMENNEJ DOŠTIČKE MEDZI POLARIZÁTOROM A ANALYZÁTOROM

Obsahom pojednania je štúdium a experimentálne overenie teoreticky určených interferenčných farieb, vznikajúcich v kremennej doštičke brúsenej kolmo k optickej osi, vlozenej medzi skrížené nikoly do rovno-bežného svetla. V prvej kapitole sa uvádzajú základné pojmy a zákony trichromatickej teórie farieb<sup>1</sup>. Druhá kapitola je venovaná teoretickému výpočtu spomenutých farieb. Pre optickú aktivitu kremeňa používa sa pritom *vzorca Lowry-Cooder-Adamsovoho*, pomocou ktorého sa určujú krivky priepustnosti v 18-tich rôznych polohách analyzátoru v hraniciach od 0° do 180°. Výpočet sa opiera tiež o valenčné krivky snečného svetla namerané KÖNIGOM a DIETERICIM<sup>2</sup>, málo pozmenené H. E. IVESOM<sup>3</sup>, a o vlastné fotometrické vyhodnotenie osvetľovacieho zdroja s ohľadom na snečné svetlo, prevedené spektrálnym *fotometrom König-Martensovým*. Obsahom tretej kapitoly je konečne experimentálne overenie teoretických výsledkov. K tomu použitá aparátúra pozostávala z troch farebných svetelných zdrojov, získaných filtermi a žiarovkami, určenými v predchádzajúcej kapitole. Intenzita svetelných zdrojov bola kontrolovaná pomocou šedých klinov. Farby pozorované v poli analyzátoru boli reprodukované pomocou

---

<sup>1</sup> Müller-Pouillet, *Lehrbuch der Physik*, II/1, str. 390—560, II/2, 1, str. 1104—1320 (11. vydanie). — Schrödinger, *Grundriss einer Theorie zur Farbenmetrik*, *Annalen der Physik* 63, 397, 1920. — *Handbuch der Experimentalphysik*, Band 20, Physiologische Optik, 1929. — Wright, *The Measurement of Colour*, London, A. Hilger, 1946. — Wentzel, *Die Veränderung der Interferenzfarben...*, *Centralblatt für Min., Geol.*, 1919.

<sup>2</sup> König und Dieterici, *Die Grundempfindungen...*, *Zeitschr. f. Psychol. und Physiologie des Sinnesorgane*, 1892, Bd. 4, S. 241—347.

<sup>3</sup> Ives E. H. *Journ. Franklin Inst.*, 180, 673, 1915; 195, 23, 1923.

zvolených farebných zdrojov a experimentálne určené farebné súradnice sa prepočítaly do systému hypotetických farieb, o ktoré sa opierajú Königove a Ivesove výskumy. Pripojené diagramy ukazujú súhlas výsledkov, získaných obidvoma metódami.

## I. kapitola.

Základné poznatky, na ktorých je vybudovaná trichromatická teória farieb, boli známe už HELMHOLTZOVI a MAXWELLOVI v minulom storočí. Helmholtz zaoberajúc sa miešaním farebných svetiel a Maxwell miešaním farebných pigmentov pomocou rotujúceho sektora zistili, že možno nájsť také tri farby, ktorých miešaním vo všetkých možných pomeroch možno vytvoriť všetky farebné tóny. Tieto tzv. základné farby sú viazané jedinou podmienkou, že smiešaním ktorýchkoľvek dvoch z nich nie je možno vytvoriť zbývajúcu. Hovoríme, že sú na sebe nezávislé. Obidvom bádateľom bola tiež známa skutočnosť, že farby možno geometricky znázorňovať pomocou vektorov. Vývin teórie farieb zaznamenal význačný pokrok priekopníckymi prácami KÖNIGA a DIETERICHO na prechode do dvadsiateho storočia. V nich sa spojily výsledky fyziologického výskumu farbosleposti s fyzikálnymi výskumami Helmholtza, čím vznikol hlbší pohľad na podstatu farebného videnia. Merania Königa a Dietericiho boli viackrát preskúmané. V práci sa opierame o posledné údaje IVESOVE.

Zasadenie *Commission Internationale de l'Éclairage* v Paríži r. 1931 ustálilo pre meranie farieb síce určité zásady, tie sú však rázu technického. Prijala sa tu definícia bieleho svetla, v ktorom žiarivá energia je rovnomerne rozložená po vlnových dĺžkach, zaviedlo sa meranie farieb v trichromatických jednotkách a upustilo sa od naviazania na výsledky o farbosleposti. Pre nesnadnú realizáciu vyššie definovaného bieleho svetla pridržíme sa Königovej definície bieleho svetla ako svetla slnečného a tiež jeho rešpektovania predstáv o farbosleposti. Táto voľba ovplyvňuje, ako sa neskôr presvedčíme, iba číselné vyjadrenie farby, avšak pre zásadné riešenie otázky, ktorou sa budeme zaoberať, je nepodstatná.

### Základy trichromatickej teórie farieb.

a) Množstvo svetelnej energie  $dE$ , pripadajúcej na vlnový obor  $d\lambda$ , pri vlnovej dĺžke  $\lambda$  a prechádzajúce ploškou  $d\sigma$  do priestorového uhlu  $d\omega$ , za čas  $dt$  je:

$$dE = f(\lambda) \cdot d\lambda \cdot d\sigma \cdot d\omega \cdot dt.$$

Keď táto energia vniká do ľudského oka, spôsobuje v ňom vnem. Vnem je preto závislý na funkcii  $f(\lambda)$ .

b) Svetlá vyznačujúce sa rôznymi funkciami  $f(\lambda)$  môžu sa oku javiť ako rovnaké. Rozmanitosť vnemov svetiel teda nie je taká veľká ako rozmanitosť funkcií  $f(\lambda)$ , je menšia.

c) Množinu tých svetiel, ktoré bez ohľadu na priebeh funkcie  $f(\lambda)$  sa javia oku rovnakými, nazývame ex definitione *farbou*. Podľa predchádzajúceho tvrdenia je teda rozmanitosť farieb menšia ako je rozmanitosť funkcií  $f(\lambda)$ .

d) Fyziologický svetelný tok  $\Phi$  je definovaný vzťahom

$$\Phi = \int \eta N d\lambda$$

kde  $N$  je na jednotku času pripadajúca svetelná energia pri určitej vlnovej dĺžke  $\lambda$  a  $\eta$  je funkciou  $\lambda$ . Priebeh funkcie  $\eta(\lambda)$  vyjadruje citlivosť oka na farby. Svetelný tok prenikajúci jednotkovou ploškou kolmou na smer papršlekov definuje *jasnosť* svetla.

e) Náhrada funkcie  $f(\lambda)$  funkciou  $k \cdot f(\lambda)$  má za následok  $k$ -násobné zväčšenie jasnosti svetla.

f) Ktorúkoľvek farbu možno vyjadriť v tvare algebraického súčtu troch farieb, ktorých voľba je obmedzená jedine tým, že smiešaním ktorýchkoľvek dvoch z nich nemožno získať tretiu. Odtiaľ pochádza tiež názov „trichromatická teória farieb“.

g) Hovoríme, že dve svetlá majú rovnaký *farebný tón*, ak jedno z nich možno získať z druhého, pridaním primeraného množstva bieleho svetla.

h) To z obidvoch svetiel, ktoré obsahuje pomerne viac bieleho svetla, sa nazýva menej *sýtym*.

Všetky monochromatické svetlá a svetlá, ktoré vzniknú smiešaním monochromatických svetiel s najkratšou a najdlhšou viditeľnou vlnovou dĺžkou vo všetkých možných pomeroch považujú sa za svetlá 100% sýte, všetky ostatné svetlá sú menej sýte.

i) Nakoľko celú rozmanitosť farieb možno vytvoriť z troch základných farieb, predpokladá *Young-Helmholtzova teória videnia* existenciu troch receptorov v ľudskom oku, ktorých podráždenie v rôznych pomeroch určuje rôzne farebné vnemy.

Treba poznamenať, že toto je iba vhodná pracovná hypotéza a trichromatická teória nijak netrpí prípadným útokom na ňu.

#### Základy trichromatickej metriky.

Smiešaním dvoch nekoherentných svetiel vyznačujúcich sa funkciami  $f(\lambda)$ ,  $\varphi(\lambda)$ , dostaneme svetlo s funkciou  $\psi(\lambda) = f(\lambda) + \varphi(\lambda)$ . Pretože

medzi farbou svetla a funkciou  $\psi(\lambda)$ , ktorou je definované, nie je jednoznačné priradenie, vzniká otázka, či smiešaním svetiel ktorýchkoľvek funkcií  $f_i(\lambda)$  a  $\varphi_j(\lambda)$  z množín určujúcich uvažované farby, dostaneme svetlá funkcií  $\psi_k(\lambda)$  z množiny svetiel definujúcich tú istú farbu. Riešenie tejto otázky dáva *3. Grassmanov zákon* o miešaní farieb, podľa ktorého smiešaním svetiel s fyzikálnym složením príslušným množinám určitých farieb, dostávame svetlá množiny tejže farby. Preto pri úvahách o farbách možno niekedy odhliadnuť od presného složenia svetla, ktoré tieto farby tvorí, a dívať sa na farby ako na samostatné skutočnosti.

Nech  $A$ ,  $B$  sú dané farby. Ich sčítanie zapisujeme rovnicou

$$L = A + B.$$

Rozdiel týchto farieb označíme podobne  $A - B$ , čo fyzikálne znamená farbu  $X$ , ktorú keď sčítame s farbou  $B$ , dostaneme farbu  $A$ . Kým sčítanie dvoch farieb možno vždy previesť, nemôžeme v úplnej obecnosti hovoriť o existencii rozdielu dvoch farieb. Obecne neexistuje rozdiel monochromatických spektrálnych farieb. Keď totiž smiešame druhú monochromatickú farbu s inou, prípadne i nie monochromatickou, dostaneme nanajvyš ten istý farebný tón, ako má prvá monochromatická farba z hľadaného rozdielu, avšak obecné *nikdy* nedosiahneme tú istú sýtosť.

Opakovaním sčítania dochádzame ku definícii násobenia farby konštantou. Definujeme: Ak je

$$A_1 = A_2 = A_3 = \dots = A_n = A,$$

je

$$\sum_{i=1}^n A_i = nA,$$

kde  $n$  je celé, kladné číslo. Ihneď vidieť, že možno tiež hovoriť o násobení farby ľubovoľným racionálnym, resp. iracionálnym číslom.

Analytické vyjadrenie experimentálnej skutočnosti citovanej v bode  $f$ , predchádzajúceho odseku znie:

$$F = \alpha A' + \beta B' + \gamma C',$$

pričom farby  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  splňujú rovnicu

$$\alpha' A' + \beta' B' + \gamma' C' = 0$$

jedine v prípade, že  $\alpha' = \beta' = \gamma' = 0$ . Hovoríme preto tiež o lineárnej nezávislosti farieb základných.

Ak jedno, prípadne i dve z čísel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  v rovnici pre  $F$  sú záporné, potom fyzikálne nutno rovnicu chápať v tvare, v ktorom na ľavú stranu rovnice s farbou  $F$  sú prenesené záporné členy so zmenenými znamienkami. Všetky čísla  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  nemôžu byť záporné.

Pretože, ako vidíme, zákony miešania farieb sa shodujú s axiómami vektorovej algebry, možno každej farbe priradiť istý vektor, t. j. farby môžeme vektorovo zobraziť. Toto zobrazenie určíme, ak trom lineárne nezávislým farbám priradíme tri nekomplanárne vektory. Každá iná farba je potom už jednoznačne určená vektorom na základe rovnice  $F = \alpha A' + \beta B' + \gamma C'$ . Čísla  $\alpha, \beta, \gamma$ , ktorými je farba  $F$  jednoznačne určená vzhľadom na farby  $A', B', C'$ , menujú sa preto súradnicami danej farby vzhľadom k trom zvoleným základným farbám.

Nech vektory základných farieb sú  $\mathbf{A}', \mathbf{B}', \mathbf{C}'$ . Vektor  $\mathbf{A}' + \mathbf{B}' + \mathbf{C}' = = \mathbf{J}$  predstavuje určitú farbu a priesečník tohto vektora s rovinou preloženou koncovými bodmi základných vektorov určuje ťažisko jednotkových hmotných množstiev, myslených v koncoch základných vektorov. Lubovoľnému vektoru  $\mathbf{F} = \alpha \mathbf{A}' + \beta \mathbf{B}' + \gamma \mathbf{C}'$  je v tejto rovine priradený jeho priesečník s ňou, ktorý súčasne predstavuje ťažisko hmotných množstiev  $\alpha, \beta, \gamma$  v koncoch základných vektorov. Body, ktoré týmto spôsobom priradujeme farbám v rovine, vystihujú jedine kvalitu farieb, pretože poloha ťažiska je určená jednoznačne už pomerom hmôt. Je teda možné aj grafické znázornenie farieb v rovine, a to s obmedzením, že jasnosť farieb ostáva neurčená. Ako môžeme priamo nahliadnuť, najdeme tón a sýtosť súčtu násobkov farieb prevedením ťažiskovej konštrukcie.

Ak je potrebné prejsť od istých základných farieb ku iným, použijeme priamo transformačných vzťahov pre vektory. Za základné farby je však výhodné voliť vždy také tri farby, aby ich súčet dával predpísanú farbu, napr. bielu určitej jasnosti. Dve takéto trojice farieb  $A', B', C'$  a  $R, G, B$  splňujú potom rovnicu:

$$A' + B' + C' = R + G + B.$$

Ak sú však farby druhej trojice dané len ich kvalitou, poznáme len pomery ich súradníc vzhľadom na starý systém:

$$r_1 : r_2 : r_3, \quad g_1 : g_2 : g_3, \quad b_1 : b_2 : b_3,$$

tu *treba* určiť príslušné násobky  $\lambda, \mu, \nu$  súradníc  $r_i, g_i, b_i$ , aby sme splnili predpísanú podmienku transformácie. Z vyjadrenia vektora

$$\mathbf{R} = \lambda r_1 \mathbf{A}' + \lambda r_2 \mathbf{B}' + \lambda r_3 \mathbf{C}'$$

a podobného pre  $\mathbf{G}, \mathbf{B}$ , dostávame podmienky pre koeficienty

$$\lambda r_1 + \mu g_1 + \nu b_1 = 1,$$

$$\lambda r_2 + \mu g_2 + \nu b_2 = 1,$$

$$\lambda r_3 + \mu g_3 + \nu b_3 = 1.$$

Podmienkou možnosti transformácie je

$$\begin{vmatrix} r_1 & g_1 & b_1 \\ r_2 & g_2 & b_2 \\ r_3 & g_3 & b_3 \end{vmatrix} \neq 0,$$

t. j. aby vektory **R**, **G**, **B** boli nekomplanárne.

### Voľba základných farieb a krivky *Königove*.

Je zrejmé, že možno voliť dokonca veľmi mnoho trojíc základných farieb. Aby sa dosiahlo jednoty a tým jednoduchšieho srovnávania výsledkov, je účelné štandardizovať základné farby určitým spôsobom. König a iní naviazali na výskum farbosleposti. V bode *i* druhého odseku tejto kapitoly bola už naznačená hlavná myšlienka. Farboslepcami sa nazývajú obecné takí ľudia, u ktorých sú jeden alebo dokonca *i* dva vnemové receptory zakrpatelé. Podľa toho sú dichromati tí, ktorým chýba jeden receptor, monochromati (tiež totálni farboslepí) tí, ktorým chýbajú dva receptory. Normálny pozorovateľ sa nazýva potom trichromat.

Keď dichromat nerozlišuje dve pre trichromata rôzne farby *M*, *N*, platí dichromatická rovnica

$$M \stackrel{d}{=} N$$

(*d* nad rovnítkom zdôrazňuje, že rovnica platí jedine pre dichromata). Ak *S* je ľubovoľná, pre trichromata aj dichromata iná farba, potom platí zrejme dichromatická rovnica

$$S + \lambda M \stackrel{d}{=} S + \lambda N$$

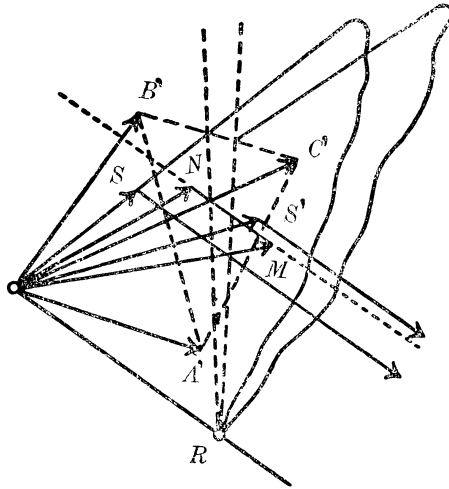
alebo inakšie

$$S + \lambda(M - N) \stackrel{d}{=} S$$

pre ľubovoľné  $\lambda$ .

Ak teda podľa poslednej rovnice postupujeme v trichromatickom vektorovom farebnom priestore od koncového bodu vektora farby **S** ku iným farbám v smere vektora **M** — **N**, nerozlišuje dichromat tieto farby vôbec (t. j. ani čo do kvality ani čo do jasnosti). Ak namiesto farby *S* použijeme farbu tej istej kvality, ale inej jasnosti a od koncového bodu jej vektora postupujeme v smere hore definovanom, prechádzame farbami, ktoré tenže dichromat zase nerozlišuje, avšak majú pre neho inú jasnosť. Z toho vyplýva, že v bodoch priamky, ktorú dostaneme pretnutím roviny preloženej vektormi **M** — **N**, **S** s rovinou preloženou koncovými bodmi vektorov základných farieb *A'*, *B'*, *C'*, ležia konce vektorov farieb, ktoré dichromat rozlišuje len čo do jasnosti (porov. obr. 1). Ak s tým istým dichromatom prevedieme tú istú skúšku, ale namiesto farby *S* zvolíme farbu *S'*, ktorú od prvej aj kvalitatívne rozlišuje, dostaneme v rovine trojuholníka základných farieb novú priamku, ktorá sa s priamkou prv

určenou pretína v bode ležiacom na priamke vedenej z počiatku v smere vektora  $\mathbf{M} - \mathbf{N}$ . Je zrejmé, že tento bod určuje farbu, ktorú dichromat nevidí. Stačí teda v rovine trojuholníka základných farieb nájsť dve priamky, z ktorých jedna prechádza bodmi určujúcimi farby pre dichromata



Obr. 1.

kvalitatívne totožné s farbou  $S$  a druhá farby o kvalite farby  $S'$ . Ich priesečník určuje v rovine trojuholníka bod, ktorého pomer súradníc udáva smer vektora  $\mathbf{M} - \mathbf{N}$ . Pretože máme tri druhy dichromatov, dostávame podľa práve popísaného spôsobu tri body v rovine trojuholníka základných farieb, určujúce také farby, ktoré — keby existovali — účinkovali by vždy len na jeden receptor ľudského oka. Je zvykom z početných dôvodov tieto tri farby voliť pri klasifikácii farieb za základné farby, aj keď každé praktické meranie sa musí opierať o farby reálne. Označujú sa všeobecne znakmi  $R, G, B$ . Ich jasnosti určíme z podmienky:

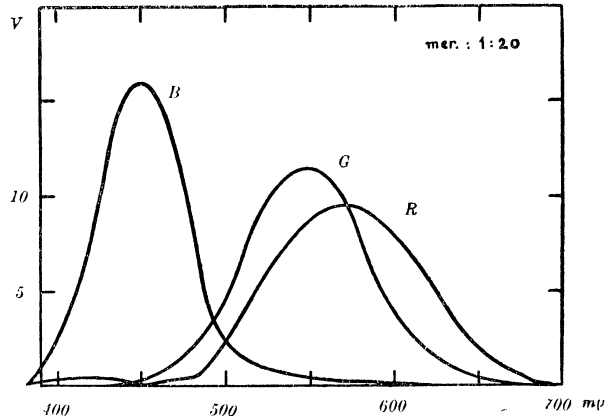
$$A' + B' + C' = R + G + B.$$

Význam súradníc  $r, g, b$  farby vzhľadom na základné farby tohto systému je ten, že určujú veľkosť podráždenia základných vnemových receptorov v oku pri vnímaní dotýčnej farby.

KÖNIG a DIETERICI previedli trichromatickú klasifikáciu farieb mriežkového slnečného spektra tak, že postupovali úzkym vlnovým intervalom po celej jeho dĺžke a určili trichromatické súradnice jednotlivých mono-



chromatických složiek slnečného spektra. Transformáciou svojich výsledkov do systému farieb  $R$ ,  $G$ ,  $B$  získali výsledky uvedené v tab. I. (Až na opravy učinené Ivesom, o čom už bola zmienka.) Ich grafické znázornenie predstavuje obr. 2.



Obr. 2.

#### Trichromatické meranie jasnosti a sýtosti farieb.

Uviedli sme už, že znázornenie farieb možno prevádzať v rovine v t. zv. trojuholníkovom diagrame, avšak musíme zvlášť uviesť ich jasnosti, nakoľko bod v rovine nám vystihuje len kvalitu farby. Z výskumov G. EXNERA, KOHLRAUSCHA, SCHAEFERA-GIBSONA a i.<sup>1</sup> vyplýva, že jasnosť svetla má aditívny charakter, odkiaľ potom bezprostredne vyplýva, že ju možno vyjadriť ako lineárnu kombináciu súradníc farby v tvare

$$h = \alpha r + \beta g + \gamma b,$$

kde  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  sú konštanty, ktoré možno experimentálne určiť. Prví dvaja menovaní autori uvádzajú pre ne hodnoty  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0,618$ ,  $\gamma = 0,047$ . V tomto prípade je jednotkou jasnosti na určenie jasnosti všetkých farieb vôbec jasnosť základnej farby  $R$ .

Pretože biele svetlo, vytvorené z troch základných svetiel, má podľa definície jednotkové súradnice, je jeho jasnosť udaná číslom

$$h_b = \alpha + \beta + \gamma.$$

<sup>1</sup> Exner F., *Sitzungsberichte d. Wien, Akad. d. Wiss.* (2a) 127, 1829, 1918; 129, 27, 1920. — Kohlrausch K. W. F., *Phys. Zeitschr.* 21, 396, 423, 473, 1920. — Schaefer Cl., *Phys. ZS.* 26, 58, 1925.

Tab. I. Königove hodnoty základných vnemov.

Vlnová dĺžka			
$\nu \mu$	$r$	$g$	$b$
0,38	—	—	—
0,39	0,0029	—	0,0485
0,40	0,0073	—	0,1270
0,41	0,0118	—	0,2300
0,42	0,0144	—	0,3650
0,43	0,0117	—	0,5880
0,44	0,0065	0,0039	0,7630
0,45	—	0,0147	0,8030
0,46	0,0009	0,0319	0,7560
0,47	0,0090	0,0598	0,6300
0,48	0,0203	0,1000	0,4210
0,49	0,0575	0,1540	0,2170
0,50	0,1170	0,2310	0,1170
0,51	0,1920	0,3340	0,0778
0,52	0,2680	0,4420	0,0521
0,53	0,3350	0,5180	0,0361
0,54	0,3960	0,5640	0,0282
0,55	0,4400	0,5760	0,0216
0,56	0,4660	0,5550	0,0168
0,57	0,4720	0,4960	0,1138
0,58	0,4640	0,3960	0,0105
0,59	0,4400	0,2880	0,0051
0,60	0,3990	0,1990	0,0024
0,61	0,3490	0,1330	0,0009
0,62	0,2880	0,0921	0,0005
0,63	0,2120	0,0551	0,0002
0,64	0,1500	0,0334	—
0,65	0,0934	0,0180	—
0,66	0,0561	0,0097	—
0,67	0,0380	0,0052	—
0,68	0,0140	0,0022	—
0,69	0,0090	0,0013	—
0,70	0,0048	0,0007	—

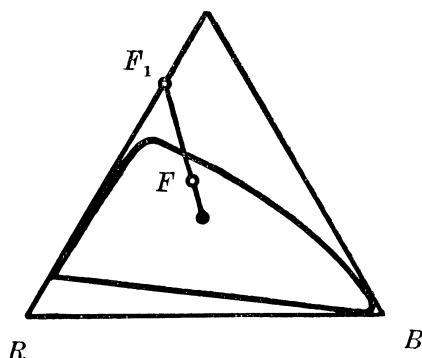
Relatívnu jasnosť iných farebných svetiel, vzhľadom na práve uvedenú jasnosť bieleho svetla, určuje výraz

$$H_r = \frac{h}{h_b} = \frac{\alpha r + \beta g + \gamma b}{\alpha + \beta + \gamma}.$$

Tento výsledok má veľký význam pre heterochrómnu fotometriu, pretože umožňuje srovnávanie jasností zdrojov rôznych farieb.

Dôležitá je aj otázka definície sýtosti farebných svetiel. Právý zmysel definície, ktorú uvedieme, dostaneme, ak si uvedomíme najprv nasledovné skutočnosti.

Trichromatická klasifikácia farieb slnečného spektra jednoznačne určuje ich polohy v trojuholníkovom diagrame, vo vrchoľoch ktorého sú „farby“ určené výskumom farboslosti. Krivka naznačená na obr. 3 znázorňuje tieto farby a nazýva sa niekedy tiež *Newtonovou krivkou*. Farby  $R$ ,  $G$ ,  $B$  sú zrejme hypotetické, pretože ležia mimo oboru reálnych farieb. (Von z *Newtonovej krivky*.) Spojnice  $RG$ ,  $RB$ ,  $GB$  nám predstavujú najsvätejšie hypotetické farby. Vzhľadom na ne sa definuje sýtosť každej reálnej farby.



Obr. 3.

Predstavujeme si, že istá farba  $F$  (porov. obr. 3.) o súradniciach  $r$ ,  $g$ ,  $b$  vznikla z hypotetickej farby  $F_1$ , ktorá má ten istý farebný tón, pridaním určitého množstva bielej farby, ktoré sa riadi veľkosťou jej najmenej súradnice. Podľa obr. 3 je v našom prípade najmenšia súradnica  $b$ , preto možno písať

$$(g - b) G + (r - b) R + b R + b G + b B = r R + g G + b B.$$

Mieru sýtosti definujeme potom pomerom celkového podráždenia oka hypotetickou farbou — keby existovala — ku podráždeniu pochádzajúcemu od skutočnej farby. Je teda v našom prípade sýtosť farby  $F$

$$S = \frac{(g - b) + (r - b)}{r + g + b}. \quad 1$$

<sup>1</sup> O definícii sýtosti pozri Schaefer Cl., *Phys. ZS.* 31, 720, 1930.

## II. kapitola.

### Popis zjavu.

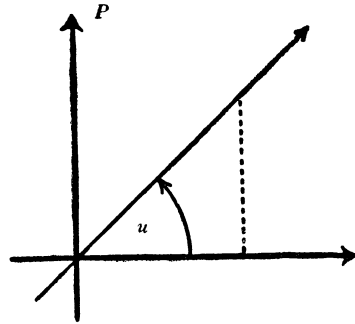
Lineárne polarizované biele svetlo, prechádzajúce kremennou doštičkou, javí rotačnú disperziu, ktorú dobre vystihuje *vzorcc Lowry-Coođe-Adamsov*

$$\alpha_\lambda = \frac{A}{\lambda - \lambda_v^2} + \frac{B}{\lambda - \lambda'_v{}^2} + C. \quad ^1$$

V tomto je  $\alpha_\lambda$  špecifická otáčavosť v stupňoch na mm pri vlnovej dĺžke  $\lambda$  meranej v  $\mu$ ,  $A = 9,5639$ ,  $B = -2,3113$ ,  $C = -0,1905$ ,  $\lambda_v^2 = 0,0127493$ ,  $\lambda'_v{}^2 = 0,000974$ .

Ak svetlo vlnovej dĺžky  $\lambda$  vychádzajúce z polarizátora necháme po prechode kremennou doštičkou prechádzať analyzátorom, ktorého polarizačná rovina je odchylená od polarizačnej roviny polarizátora o uhol  $w$  (skríženie nikolov je  $w$ ), potom uhol, ktorý rovina polarizovaného svetla sviera s rovinou analyzátoru, je

$$u = w \mp \alpha_\lambda d.$$



Obr. 4.

Znamienko  $\mp$  platí pre pravo- alebo ľavootáčavý kremeň. Na obr. 4. je  $w = 90^\circ$ .

Označme amplitúdu svetelného vektora v polarizátore  $(D_\lambda)_p$ . Po prechode analyzátorom bude jeho amplitúda pri tejže vlnovej dĺžke

$$(D_\lambda)_a = (D_\lambda)_p \cdot \cos(w \mp \alpha_\lambda d).$$

Pretože intenzita svetla je úmerná štvorcu amplitúdy svetelného vektora, platí pre pomer intenzít svetla určitej vlnovej dĺžky v analyzátoru a polarizátore vzťah

$$\frac{(J_\lambda)_a}{(J_\lambda)_p} = \cos^2(w \mp \alpha_\lambda d).$$

$\alpha_\lambda$  je funkciou  $\lambda$ , a preto pomer uvažovaných intenzít svetla je závislý na vlnovej dĺžke, čo znamená, že pole analyzátoru sa musí javiť obecné v inej farbe než je farba svetla v polarizátore. Pretože však uvedený pomer je tiež funkciou skríženia nikolov  $w$ , vyplýva z toho, že

<sup>1</sup> Lowry Th. M. a Coode W. R. C.-Adams, *Phil. Trans. Bd.* 266, 391, 1927.

pole analyzátoru musí javiť tiež zmeny farby pri jeho otáčaní. Budeme v ďalšom teoreticky sledovať závislosť farby na otáčaní nikola.

### Výpočet interferenčných farieb.

Pomer  $\frac{(J_\lambda)_a}{(J_\lambda)_p}$ , pri určitom skrížení nikolov  $w$ , v závislosti na  $\lambda$  určuje krivku priepustnosti svetla analyzátorom. Označme ju  $a(\lambda)$ . Súradnice farby, ktorou je sfarbené pole analyzátoru, dostaneme potom použitím *Königových kriviek*  $R(\lambda)$ ,  $G(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$  (obr. 2) podľa vzorcov

$$\begin{aligned} r &= \int a(\lambda) R(\lambda) d(\lambda), & g &= \int a(\lambda) G(\lambda) d(\lambda), \\ b &= \int a(\lambda) B(\lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (a)$$

Závislosť  $\alpha_\lambda d$  na vlnovej dĺžke, u použitej kremennej doštičky ( $d = 3,39$  mm), potrebnú pre výpočet kriviek priepustnosti a vypočítanú pomocou vzorca *Lowry-Coode-Adamsovho*, udáva tabuľka č. II. Krivky priepustnosti boli potom určené pre skríženia nikolov  $w = 0^\circ, 10^\circ, \dots, 170^\circ$ . Výsledky udáva tab. č. III a ich grafické znázornenie predstavuje obr. 5. V tabuľke ako aj v diagrame sú uvedené jedine krivky pre  $w = 0^\circ$  až  $90^\circ$  (označené ako  $I-X$ ), pretože pre  $w$  väčšie než  $90^\circ$  platí:  $\cos(R + \alpha) = -\sin \alpha$ , takže krivky priepustnosti sú súmerné podľa osi 0,5 (porov. obr. 5).

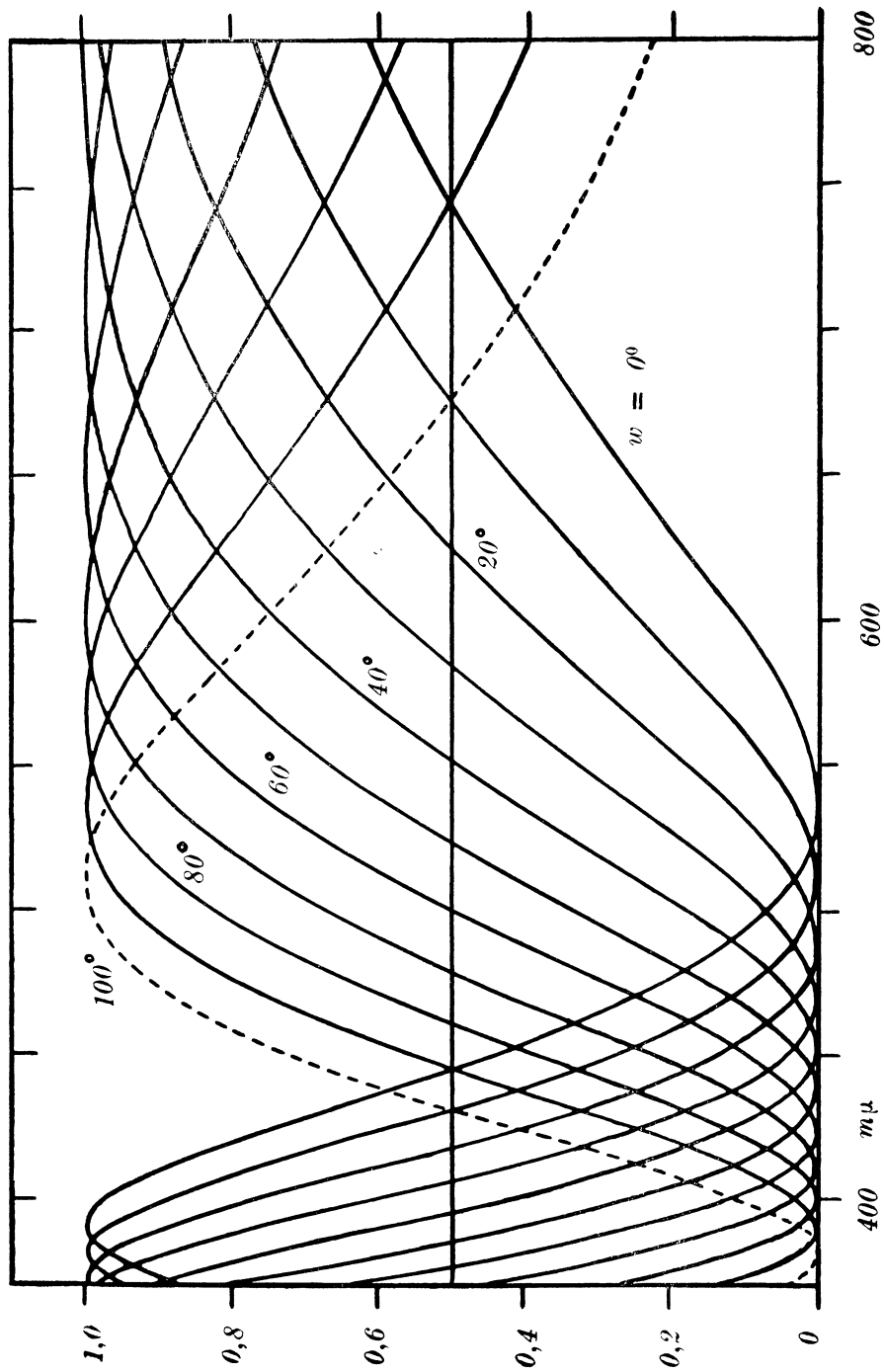
Hodnoty integrálov (a), vzťahujúcich sa na obor viditeľného svetla boli najdené z diagramov kriviek planimetrovaním. Takto získané súradnice interferenčných farieb sú uvedené v tab. č. IV.

Grafické vynesenie farieb do trojuholníkového farebného diagramu na základe ťažiskovej metódy možno previesť napr. tak, že vypočítame ich súradnice v ortogonálnom systéme  $x, y$  s počiatkom v bode  $R$ , ktorého osa  $x$  splyva so spojnicou  $RB$  a osa  $y$  je kolmá na ňu a orientovaná na stranu bodu  $G$ . Nech je dĺžka strany trojuholníka rovná 1, potom platia zrejme vzťahy

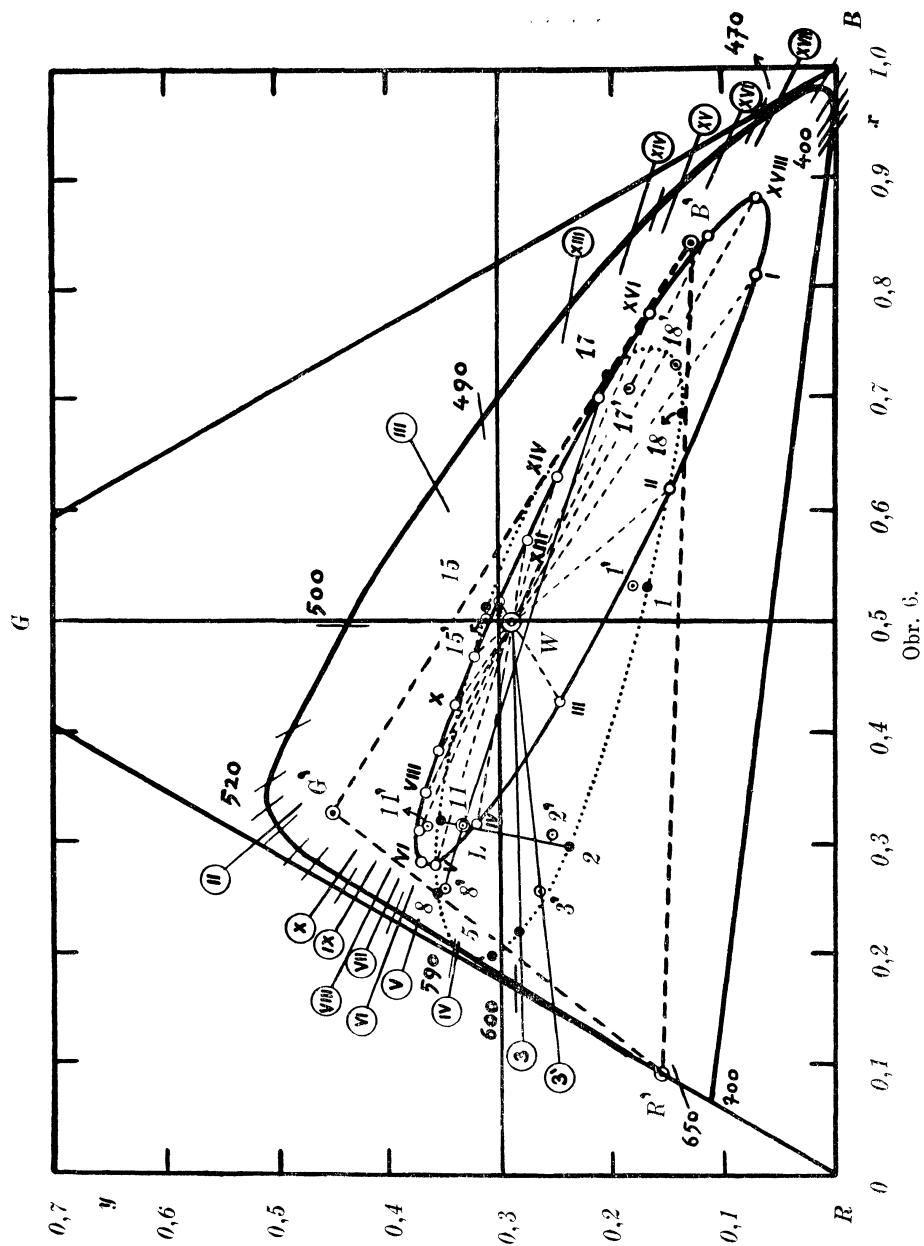
$$x = \frac{\frac{b}{2} + g}{r + g + b}, \quad y = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} g}{r + g + b}.$$

Súradnice interferenčných farieb sú zahrnuté v tab. č. IV a ich grafické znázornenie je uvedené na obr. 6.

Z diagramu sa môžeme ihneď presvedčiť o doplnkovosti interferenčných farieb pri rozdielne otočenia nikolov o  $90^\circ$ . (Na spojnicu doplň-



Obr. 5.



Obr. 6.

kových farieb leží v diagrame biela farba, pretože tieto farby sa doplňajú na bielu farbu.) Táto skutočnosť konečne ihneď vyplýva i z teoretickej úvahy.

Pri určitom skrížení  $w$  je totiž celková intenzita svetla vychádzajúceho z analyzátoru

$$J_1 = \Sigma (D_\lambda)_p^2 \cdot \cos^2 (w \mp \alpha_\lambda d),$$

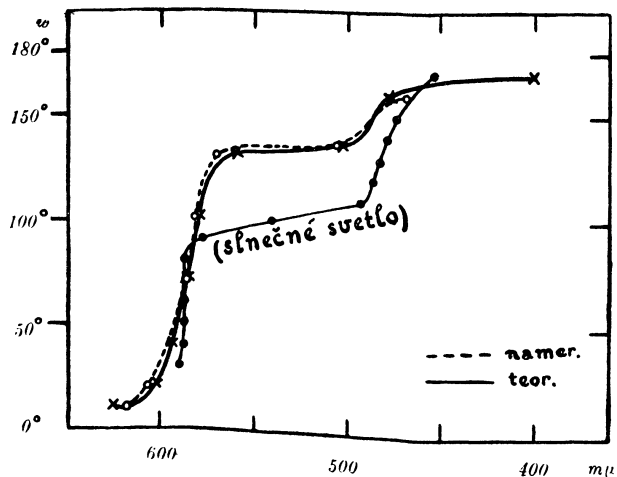
po otočení  $w + R$  je však

$$J_2 = \Sigma (D_\lambda)_p^2 \cdot \sin^2 (w \mp \alpha_\lambda d).$$

Skutočne vychádza  $J_1 + J_2 = \Sigma (D_\lambda)^2$ , t. j. že súčet uvažovaných svetiel dáva pôvodné svetlo. Nezáleží tu zrejme na tom, či pôvodné svetlo bolo biele. Doplnkovosť interferenčných farieb je teda trochu obecnjšieho rázu. Tieto farby doplňujú sa totiž na svetlo, z ktorého vznikly. Z diagramu je zrejme toto vidieť pre interferenčné farby, ktoré boli spočítané pre svetlo žiarovky.

Vlnovú dĺžku dotýčnej farby (t. zv. dominantnú vlnovú dĺžku farby) určíme z diagramu a to z priesečníku spojnice bielej farby a farby skúmanej s *Newtonovou krivkou*. Konečne sýtosť a jasnosť určíme z uvedených definícií v I. kapitole.

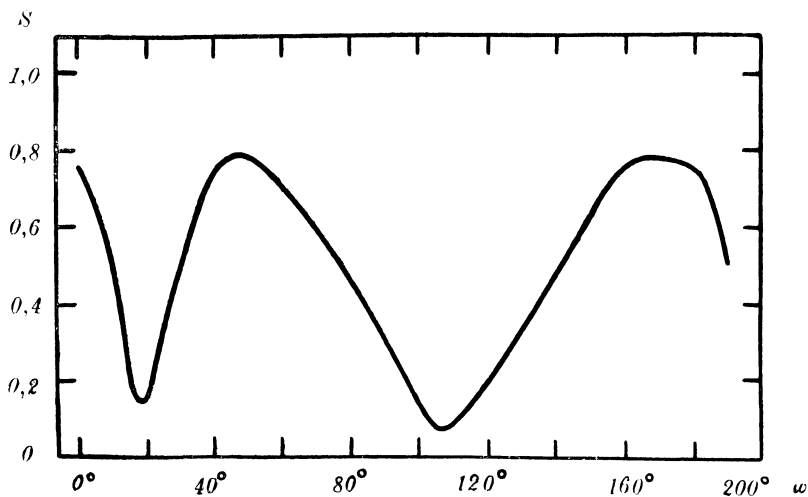
Výsledky podávajú tabuľky V, VI, VII, a ich grafické znázornenie je podané na obr. 7, 8, 9.



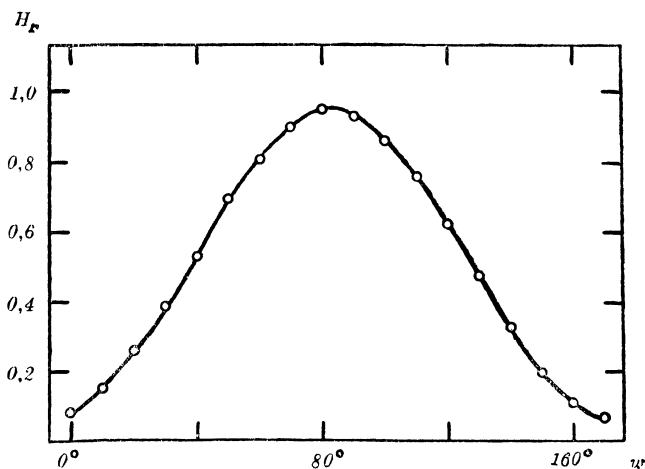
Obr. 7.



Tab. V. začína až farbou IV; predchádzajúce farby zdanlivo chybujú. Záležitosť sa stane jasnou pri jedinom pohľade na obr. 6. Interferenčné farby I, II, III sa totiž nachádzajú v oblasti purpurových farieb a ich vlnové dĺžky môžu byť udané jedine doplnkovými vlnovými dĺžkami. Pretože však interferenčné farby otočenia  $R + w$  sú doplnkovými ku farbám otočenia  $w$ , príslušné doplnkové vlnové dĺžky k zbývajúcim farbám sú tabelárne hodnoty farieb X, XI, XII.



Obr. 8.



Obr. 9.

### III. kapitola.

#### Experimentálne skúmanie.

##### *Postup.*

V smysle trichromatickej teórie zvolíme si tri lineárne nezávislé farebné zdroje, ktorých svetlá budeme aditívne miešať na bielom tienidle zo síranu barnatého. Takouto voľbou sa rozhodujeme pre istý pracovný farebný systém, preto za účelom srovnávania experimentálnych výsledkov s teoretickými, pre získanie ktorých boli zvolené za základné farby farby hypotetické, je potrebné tieto výsledky transformovať do ich systému. Podľa I. kap. sú takéto transformácie transformáciami vektorov. Označme farby pracovného systému  $R'$ ,  $G'$ ,  $B'$  a ich súradnice v systéme farieb  $R$ ,  $G$ ,  $B$  nech sú postupne:  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $u_3$ ;  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ ;  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ , potom farba, ktorá má v pracovnom systéme súradnice  $r'$ ,  $g'$ ,  $b'$ , má v systéme  $R$ ,  $G$ ,  $B$  súradnice:

$$\begin{aligned}r &= r' u_1 + g' v_1 + b' w_1, \\g &= r' u_2 + g' v_2 + b' w_2, \\b &= r' u_3 + g' v_3 + b' w_3.\end{aligned}$$

Je treba postupne

1. určiť súradnice  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\dots$ ,  $w_3$ ,
2. určiť súradnice interferenčných farieb v pracovnom systéme, t. j. určiť hodnoty  $r'$ ,  $g'$ ,  $b'$  pre každú farbu,
3. transformovať vlastné výsledky a určiť dominantnú vlnovú dĺžku, sýtosť a jasnosť farieb,

*Poznámka.* Za účelom presnejšieho a pohodlnejšieho merania je vhodnejšie používať ako osvetľovacieho zdroja žiarovku namiesto slnka, pretože stabilita svetelného zdroja vyžadovaná počas celého merania sa dá u pozemského zdroja snadnejšie dosiahnuť než u slnka (poveternostné vplyvy a pod.). Zásadne použijeme 8 W žiarovku s kovovým vláknom. Z tohto dôvodu však potrebujeme poznať svetlo žiarovky, aby sme mohli vypočítať interferenčné farby v jej svetle. To vyžaduje:

4. určenie pomeru energetického rozloženia svetla žiarovky a slnečného svetla. Poznanie tohto bodu musíme postaviť na prvé miesto.

*Určenie relatívneho pomeru intenzity svetla žiarovky a slnka v závislosti od vlnovej dĺžky.*

Pomer intenzít monochromatických sloziiek svetla žiarovky a slnka závisí na vzdialenosti žiarovky od štrbiny fotometra, avšak ich relatívny pomer na nej nezávisí. Pre naše potreby postačuje zaoberať sa iba s relatívnym pomerom, pretože na určenie farebného tónu, sýtosť a relatívnej

Tab. II. Hodnoty rotačnej disperzie kremennej doštičky ( $d = 3,39$  mm).

$\lambda$ ( $\mu$ )	$\alpha_{\lambda} d$	$\lambda$ ( $\mu$ )	$\alpha_{\lambda} d$
0,37	202° 51' 36"	0,58	76° 10' 12"
0,38	191° — —	0,59	73° 27' 36"
0,39	180° 10' 48"	0,60	70° 53' 24"
0,40	170° 15' 36"	0,61	68° 27' 36"
0,41	161° 11' 24"	0,62	66° 09' 36"
0,42	152° 48' —	0,63	63° 37' 48"
0,43	145° 05' 24"	0,64	61° 52' 12"
0,44	137° 55' 48"	0,65	59° 52' 48"
0,45	131° 20' 24"	0,66	57° 57' 36"
0,46	124° 49' 12"	0,67	56° 09' 36"
0,47	119° 28' 48"	0,68	54° 28' 48"
0,48	114° 09' 36"	0,69	52° 50' 24"
0,49	109° 12' —	0,70	51° 16' 12"
0,50	104° 33' —	0,71	49° 45' 36"
0,51	100° 12' —	0,72	48° 20' 24"
0,52	96° 06' 36"	0,73	46° 57' —
0,53	92° 16' 48"	0,74	45° 37' 48"
0,54	88° 39' 36"	0,75	44° 22' 12"
0,55	85° 15' 36"	0,76	43° 09' —
0,56	82° 04' 12"	0,77	42° — —
0,57	79° 01' 12"	0,78	40° 52' 48"

Tab. III.

## Krivky priepustnosti.

$\lambda$ ( $\mu$ )	I.	II.	III.	IV.	V.	$\lambda$ ( $\mu$ )	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
0,10	0,971	0,886	0,754	0,591	0,417	0,40	0,2539	0,120	0,031	—	0,028
0,41	0,896	0,762	0,607	0,433	0,268	0,41	0,130	0,037	—	0,023	0,103
0,42	0,791	0,634	0,462	0,293	0,150	0,42	0,049	0,002	0,015	0,087	0,206
0,43	0,672	0,502	0,330	0,179	0,067	0,43	0,007	—	0,066	0,177	0,327
0,44	0,551	0,378	0,219	0,094	0,019	0,44	0,001	0,043	0,141	0,281	0,448
0,45	0,436	0,271	0,132	0,038	0,000	0,45	0,018	0,102	0,230	—	0,563
0,46	0,326	0,246	0,065	0,007	0,008	0,46	0,068	0,181	0,332	0,503	—
0,47	0,242	0,112	0,027	—	0,033	0,47	0,122	0,258	—	—	0,757
0,48	0,167	0,060	0,005	0,010	—	0,48	0,189	—	0,514	0,684	—
0,49	0,108	0,026	—	0,035	0,126	0,49	—	0,426	—	0,762	0,892
0,50	0,063	0,006	0,009	0,070	—	0,50	0,336	—	0,678	0,827	—
0,51	0,031	—	0,028	0,114	0,247	0,51	—	0,583	—	0,880	0,967
0,52	0,013	0,005	0,057	0,163	—	0,52	0,480	—	0,806	0,923	0,998
0,53	0,001	0,018	0,092	0,216	0,374	0,53	—	0,714	—	0,954	—
0,54	0,0005	0,039	0,132	0,270	—	0,54	0,609	—	0,897	0,977	0,999
0,55	0,006	0,065	0,175	0,324	0,495	0,55	—	0,818	—	0,991	0,993
0,56	0,019	0,095	0,219	0,377	—	0,56	0,718	—	0,956	0,998	0,980
0,57	0,036	0,128	0,265	0,429	0,603	0,57	—	0,894	0,975	0,999	0,963
0,58	0,055	0,163	0,310	0,479	—	0,58	0,805	—	0,988	0,997	0,943
0,59	0,081	0,200	0,354	0,526	0,696	0,59	—	0,945	0,996	—	0,918
0,60	0,107	0,237	0,398	0,571	—	0,60	0,872	0,964	1,000	0,974	0,892
0,61	0,135	0,274	0,439	0,613	0,772	0,61	0,899	0,978	0,999	—	—
0,62	0,163	0,310	0,479	0,651	—	0,62	0,922	0,988	0,995	0,942	0,836
0,63	0,177	0,352	0,523	0,693	0,839	0,63	0,944	0,996	0,987	—	—
0,64	0,223	0,381	0,554	0,721	—	0,64	0,957	0,998	0,979	0,901	0,777
0,65	0,252	0,415	0,588	0,751	0,884	0,65	0,970	1,000	0,969	—	—
0,66	0,281	0,448	0,621	0,780	0,904	0,66	0,980	0,998	—	0,859	0,718
0,67	0,310	0,480	0,651	0,805	0,922	0,67	0,988	0,995	0,942	—	—
0,68	0,337	0,509	0,679	0,828	0,937	0,68	0,993	0,990	—	0,818	0,662
0,69	0,365	0,538	0,705	0,849	0,950	0,69	0,997	0,984	0,913	—	—
						0,70	0,999	0,977	—	0,769	0,608

Tab. IV. Základné valencie (súradnice) interferenčných farieb  
v slnečnom svetle a ich ortogonálne súradnice  $x$ ,  $y$ .

Interf. farba	$r$	$g$	$b$	$x$	$y$
I.	0,0820	0,0455	0,4360	0,8140	0,0699
II.	0,1638	0,0935	0,3006	0,6236	0,1452
III.	0,2848	0,1880	0,1894	0,4280	0,2458
IV.	0,4330	0,3186	0,1160	0,3173	0,3180
V.	0,5848	0,4707	0,0866	0,2819	0,3569
VI.	0,5702	0,6269	0,1076	0,2836	0,3656
VII.	0,8511	0,7624	0,1774	0,3119	0,3686
VIII.	0,9308	0,8777	0,2856	0,3466	0,3636
IX.	0,9526	0,9523	0,4148	0,3841	0,3554
X.	0,9296	0,9499	0,5656	0,4256	0,3364
XI.	0,8442	0,9040	0,6965	0,4700	0,3202
XII.	0,7194	0,8036	0,8234	0,5221	0,2966
XIII.	0,5709	0,6811	0,8993	0,5723	0,2741
XIV.	0,4147	0,5350	0,9094	0,6330	0,2492
XV.	0,2699	0,3705	0,9017	0,7050	0,2081
XVI.	0,1523	0,2209	0,8369	0,7829	0,1638
XVII.	0,0763	0,1219	0,7199	0,8505	0,1149
XVIII.	0,0507	0,0575	0,5770	0,8839	0,0727

Tab. V. Závislosť vlnovej dĺžky interferenčných farieb od otočenia  $w$  v dennom svetle.

Farba	$w$	Vln. dĺžka $\lambda$ (Å)	Farba	$w$	Vln. dĺžka $\lambda$ (Å)
IV.	30°	5900,0	XII.	110°	4922
V.	40°	5837,0	XIII.	120°	4856
VI.	50°	5811,0	XIV.	130°	4817
VII.	60°	5786,0	XV.	140°	4780
VIII.	70°	5766,0	XVI.	150°	4737
IX.	80°	5736,0	XVII.	160°	4675
X.	90°	5673,0	XVIII.	170°	4540
XI.	100°	5400,3			

Tab. VI. Závislosť sýtosti interferenčných farieb od otočenia  $w$  v dennom svetle.

Farba	$w$	Sýtosť	Farba	$w$	Sýtosť
I.	0°	0,7580	X.	90°	0,3042
II.	10°	0,1484	XI.	100°	0,1425
III.	20°	0,4970	XII.	110°	0,0808
IV.	30°	0,4973	XIII.	120°	0,2026
V.	40°	0,7398	XIV.	130°	0,3297
VI.	50°	0,7830	XV.	140°	0,4737
VII.	60°	0,7028	XVI.	150°	0,6250
VIII.	70°	0,5912	XVII.	160°	0,7505
IX.	80°	0,4625	XVIII.	170°	0,7775

Tab. VII. Závislosť relatívnej jasnosti interferenčných farieb od otočenia  $w$  v dennom svetle.

Farba	$w$	Rel. jasnosť	Farba	$w$	Rel. jasnosť
I.	0°	0,0784	X.	90°	0,9251
II.	10°	0,1415	XI.	100°	0,8557
III.	20°	0,2461	XII.	110°	0,5731
IV.	30°	0,3814	XIII.	120°	0,6207
V.	40°	0,5287	XIV.	130°	0,4731
VI.	50°	0,6859	XV.	140°	0,3255
VII.	60°	0,7987	XVI.	150°	0,1970
VIII.	70°	0,8936	XVII.	160°	0,1114
IX.	80°	0,9367	XVIII.	170°	0,0681

jasnosti nepotrebujeme poznať absolútne hodnoty intenzít svetiel. Príslušné merania boli urobené König-Martensovým spektrálnym fotometrom.

Nech je  $J_{i\lambda}$  intenzita polarizovaného svetla žiarovky pri vlnovej dĺžke  $\lambda$  a slnka  $J_{s\lambda}$ . Keď polarizačná rovina svetla  $J_{i\lambda}$  splyva s rovinou polarizátora, svetla  $J_{s\lambda}$  s rovinou analyzátoru, potom aby obidve polia v zornom poli okulára boli rovnako jasné, je potrebné obecné pootočiť analyzátorom o určitý uhol  $\alpha$  a platí

$$\frac{J_{i\lambda}}{J_{s\lambda}} = P_\lambda = \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Tieto experimentálne zistené hodnoty udáva pripojená tabuľka VIII, a jej grafické znázornenie predstavuje obr. 10.

Súradnice svetla kvalitatívne totožného so svetlom žiarovky dostaneme zo vzorcov

$$r_i = \int P(\lambda) R(\lambda) d\lambda, \quad g_i = \int P(\lambda) G(\lambda) d\lambda,$$

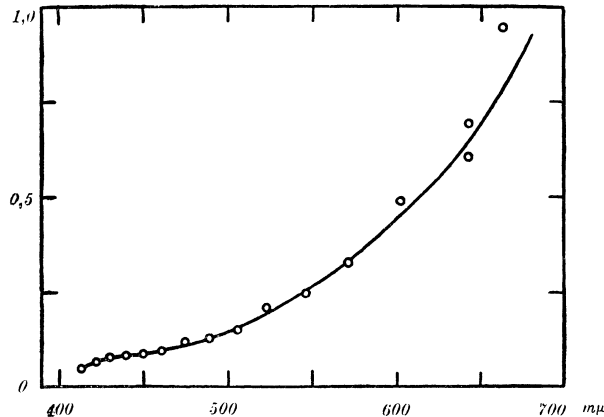
$$b_i = \int P(\lambda) B(\lambda) d\lambda.$$

Podobne prepočítame teoretické súradnice interferenčných farieb v slnečnom svetle na súradnice vo svetle žiarovky podľa platných vzorcov

$$r_i = \int a(\lambda) P(\lambda) R(\lambda) d\lambda, \quad g_i = \int a(\lambda) P(\lambda) G(\lambda) d\lambda,$$

$$b_i = \int a(\lambda) P(\lambda) B(\lambda) d\lambda.$$

Výpočet interferenčných farieb vo svetle žiarovky bol prevedený pre farby I, II, III, V, VIII, XI, XV, XVII, XVIII. V diagrame sú ozna-

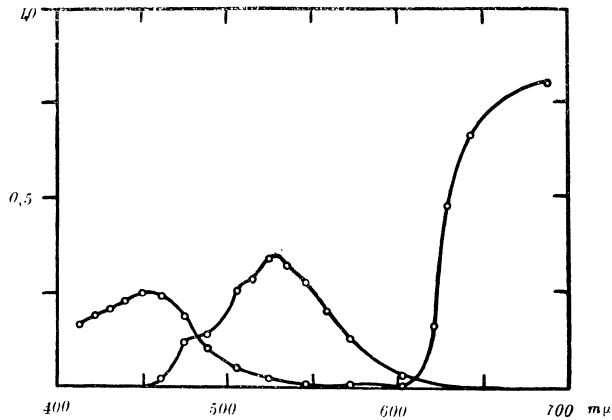


Obr. 10.

čené arabskými číslicami. Ich súradnice sú obsažené v tab. IX a graficky sú vynesené v diagrame 6.

*Určenie súradníc  $u_1, u_2, \dots, w_3$ .*

Nakoľko svetlá nášho pracovného systému boli získané filtrovaním svetla žiarovky pre exaktné stanovenie ich farieb, treba určiť krivky priepustnosti použitých filtrov. Boly opäť namerané König-Martensovým



Obr. 11.

spektrálnym fotometrom. Ich grafické znázornenie podáva obr. 11. Príslušné namerané hodnoty podáva tab. X.

Označme krivky priepustnosti filtrov postupne  $u(\lambda), v(\lambda), w(\lambda)$ , potom sú súradnice nimi získaných farieb použitím žiarovky

$$u_1 = \int u(\lambda) R(\lambda) P(\lambda) d\lambda, \dots, w_3 = \int w(\lambda) P(\lambda) B(\lambda) d\lambda.$$

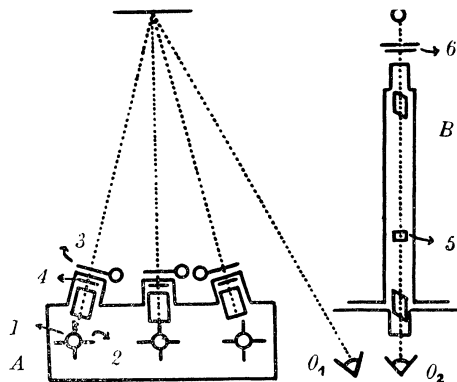
Ich hodnoty porov. v tab. XI.

*Určenie súradníc interferenčných farieb v systéme  $R', G', B'$ .*

Keď jasnosti svetiel, získaných pomocou určených filtrov vezmeme za jednotkové, potom súradnice ktorejkoľvek farby v systéme  $R', G', B'$  budeme poznať, keď určíme jasnosti základných svetiel tak, že ich adíciou získame určovanú farbu. Za tým účelom musíme mať možnosť spojiť meniť jasnosti svetiel základných svetelných zdrojov. Toto možno dosiahnuť napr. pomocou šedých klinov s mikrometrickými posuvmi. Za svetelné zdroje boli zvolené žiarovky s tenkou vodorovnou špirálkou a poloha šedých klinov bola zvolená tak, aby ostrý obraz špirálky vytvorený objektívom sa premietal na klin. V tomto prípade bol zo šedého



klinu účinný úzky pás asi 0,3 mm, v ktorom rozsahu bolo možno považovať šedý klin približne za konštantný. Tým sa dosiahlo, že zorné pole zariadenia (porov. obr. 12) bolo rovnomerne jasné a rovnako zafarbené. Osvetľovacie žiarovky (1) boli umiestené v uzavretom priestore (A) s možnosťou posúvania (2), aby bolo možno zaostriť obraz vlákna na klin (3). Pred klinami boli umiestené filtre (4). Mikrometrické posuvy



Obr. 12.

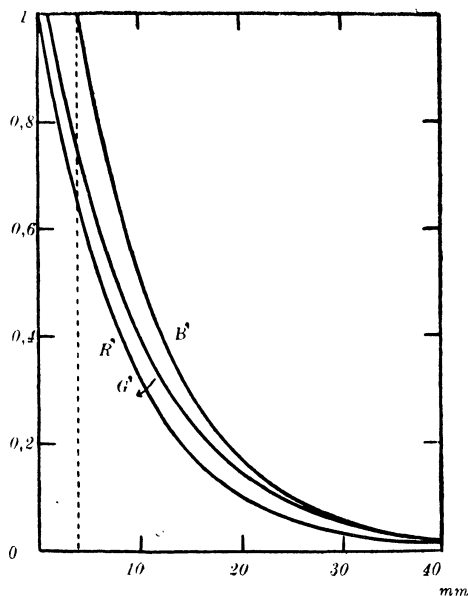
filtrův sú na obrázku schématicky znázornené krúžkami. Bielu farbu síranu barnatého, z ktorého bolo vytvorené tienidlo, sme vzali za normálnu.

Interferenčné farby boli získané pomocou polarimetra [porov. obr. 12, (B)] s vloženou kremennou doštičkou medzi nikoly (5). Za účelom rovnomerného osvetlenia zorného poľa analyzátora a za účelom možnosti zmeny jeho jasnosti, bola pred polarizátor polarimetru umiestená clonka a matnica (6).

Svetelný papršlek, vychádzajúci zo žiarovky rovnakého typu ako v zariadení predošlom, bol pozorovaný po prechode polarimetrom okom  $O_2$ , zatiaľ čo súčasne druhým okom  $O_1$  bolo pozorované zorné pole tienidla. Pomery jasností svetiel základných zdrojov boli tak dlho menené kým nebola pozorovaná rovnosť oboch polí.

Grafické znázornenie závislosti intenzity prepusteného svetla klinami na ich posunutí predstavuje obr. 13. Pretože sa krivky len veľmi málo rozlišujú, sú na obrázku navzájom o niečo posunuté.

Najdené súradnice interferenčných farieb boli úmerne pozmenené tak, aby bola jedna súradnica rovná 1. Táto úprava zjednodušuje numerický výpočet potrebných neskorších transformácií. Získané výsledky obsahuje tab. XIII.



Obr. 13

*Ďalšie vyšetrowanie interferenčných farieb.*

Závislosť dominantnej vlnovej dĺžky a sýtosti farby na otočení bola zistená podobne ako v II. kapitole. Aby sme si urobili určitý náhľad na jasnosť nameraných farieb, treba si uvedomiť, že sme vôbec nepracovali s absolútnymi intenzitami svetiel. Jasnosť žiarovky sme volili úplne náhodne určitou voľbou jej vzdialenosti od štrbiny pri fotometrowaní. To ovšem znamená, že teoretické súradnice farieb budú experimentálnym len úmerné. Behom výpočtu sme však urobili ešte jednu obmenu a to pri určovaní súradníc experimentálnych  $r'$ ,  $g'$ ,  $b'$ , ktoré sme úmerne zväčšili alebo zmenšili tak, aby jedna súradnica bola rovná 1. Tým sa stalo, že spomenutá konštanta úmernosti nemá pre všetky farby rovnakú hodnotu a musíme ju nájsť pre každú farbu zvlášť. Nájdem ju tak, že stotožníme postupne súradnicu  $i$ -tej farby  $r'_i$ , transformovanú do systému  $R, G, B$  so súradnicou  $r_{ii}$  potom súradnicu  $g'_i$  transformovanú, so súradnicou  $g_i$  a konečne  $b'_i$  transformovanú so súradnicou,  $b_i$ . Dostaneme

$$r_i = k_{1i}(r'_i), \quad g_i = k_{2i}(g'_i), \quad b_i = k_{3i}(b'_i),$$

pričom sme zátvorkami označili transformované, namerané súradnice farieb. Aritmetický priemer z konštánt  $k_{1i}$ ,  $k_{2i}$ ,  $k_{3i}$ , ktorý označme  $k_i$ , vezmeme za hľadanú konštantu pre  $i$ -tú farbu. Týmto spôsobom nájdené konštanty nám dovoľujú srovnáť jasnosť teoretických farieb a nameraných

Tab. VIII. Závislosť pomeru  $P_\lambda$  na vlnovej dĺžke.

$\lambda$ ( $\mu$ )	$P_\lambda$	$\lambda$ ( $\mu$ )	$P_\lambda$
0,41	0,035	0,55	0,269
0,42	0,060	0,56	0,300
0,43	0,0734	0,57	0,334
0,44	0,078	0,58	0,367
0,45	0,083	0,59	0,402
0,46	0,090	0,60	0,440
0,47	0,100	0,61	0,481
0,48	0,111	0,62	0,525
0,49	0,125	0,63	0,574
0,50	0,145	0,64	0,626
0,51	0,164	0,65	0,686
0,52	0,185	0,66	0,755
0,53	0,210	0,67	0,836
0,54	0,237	0,68	0,945

Tab. IX. Súradnice interferenčných farieb vo svetle žiarovky.

Objekt	$r$	$g$	$b$
žiarovka	0,3601	0,2785	0,0913
I. (1)	0,0369	0,0155	0,0320
II. (2)	0,0739	0,0356	0,0208
III. (3)	0,1242	0,0674	0,0125
V. (5)	0,2680	0,1520	0,0090
VIII. (8)	0,3434	0,2565	0,0340
XI. (11)	0,2834	0,2420	0,0702
XV. (15)	0,0702	0,0824	0,0774
XVII. (17)	0,0155	0,0220	0,0573
XVIII. (18)	0,0163	0,0111	0,0447

Tab. X.

Krivky priepustnosti filtrov.

Červený filter			
$\lambda$ ( $\mu$ )	$D_\lambda$	$\lambda$ ( $\mu$ )	$D_\lambda$
0,60	—	0,66	0,7500
0,61	0,026	0,67	0,7750
0,62	0,145	0,68	0,7910
0,63	0,465	0,69	0,8050
0,64	0,640	0,70	0,8075
0,65	0,711		
Zelený filter			
0,45	0,0022	0,55	0,2575
0,46	0,0182	0,56	0,1875
0,47	0,0800	0,57	0,1375
0,48	0,1260	0,58	0,0960
0,49	0,1450	0,59	0,0615
0,50	0,2175	0,60	0,0375
0,51	0,2710	0,61	0,0210
0,52	0,3200	0,62	0,0110
0,53	0,3275	0,63	0,0060
0,54	0,2950	0,64	0,0020
Modrý filter			
0,41	0,1470	0,54	0,0050
0,42	0,1820	0,56	0,0047
0,43	0,2040	0,57	0,0045
0,44	0,2250	0,58	0,0042
0,45	0,2447	0,59	0,0029
0,46	0,2390	0,60	0,0002
0,47	0,1950	0,61	—
0,48	0,1425	0,65	0,0010
0,49	0,0870	0,67	0,0032
0,50	0,0625	0,68	0,0043
0,51	0,0410	0,69	0,0048
0,52	0,0200	0,70	—
0,53	0,0075		

Tab. XI. Hodnoty súradníc použitých filtrov pre žiarovku.

Filter	$u_1$ $v_1$ $w_1$	$u_2$ $v_2$ $w_2$	$u_3$ $v_3$ $w_3$
červený	0,0496	0,0107	—
zelený	0,0374	0,0467	0,0063
modrý	0,0016	0,0029	0,0156

Tab. XII. Krivky priepustnosti šedých klinov.

Posunutie v mm	Zoslabenie jednotkovej intenzity svetla pri filtre		
	červenom	zelenom	modrom
1	0,8921	0,9048	0,8934
2	0,7957	0,8186	0,7981
3	0,7099	0,7407	0,7131
4	0,6333	0,6701	0,6370
5	0,5650	0,6063	0,5691
6	0,5040	0,5485	0,5084
7	0,4496	0,4963	0,4542
8	0,4011	0,4491	0,4053
10	0,3192	0,3676	0,3239
11	0,2821	0,3626	0,2894
12	0,2540	0,3010	0,2585
15	0,1781	0,2229	0,1843
20	0,1019	0,1351	0,1049
25	0,0576	0,0820	0,0597
30	0,03251	0,0497	0,0339
35	0,0183	0,0301	0,0193
40	0,0104	0,0183	0,0110
45	0,0058	0,0111	0,0063
50	0,0033	0,0067	0,0035
55	0,0018	0,0041	0,0020
60	0,0010	0,0025	0,0012

Tab. XIII. Súradnice interferenčných farieb v systéme  $R'$ ,  $G'$ ,  $B'$ .

Farba	$r'$	$g'$	$b'$
1	0,3220	0,1110	1,0000
2	0,8905	0,3770	1,0000
3	1,4230	0,7390	1,0000
8	1,0000	1,3600	0,1760
11	0,7900	1,7120	0,7500
15	0,0580	0,3460	1,0000
17	0,0178	0,0626	1,0000
18	0,0456	0,0105	1,0000

Tab. XIV. Relatívne jasnosti interferenčných farieb vo svetle žiarovky.

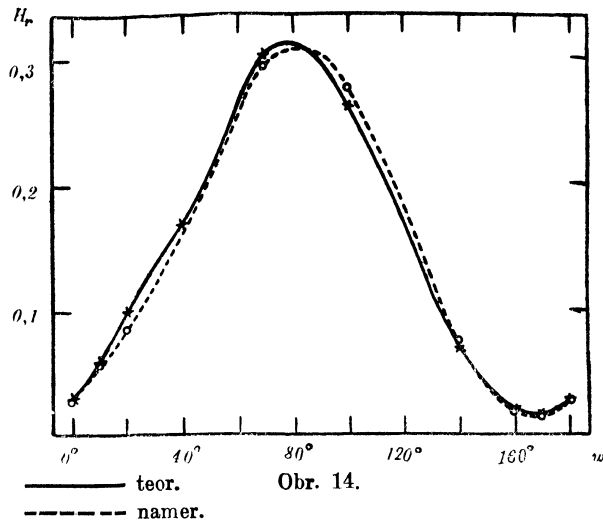
Otočenie (farba)	teoretická	experimentálna
0° (1)	0,029	0,027
10° (2)	0,058	0,056
20° (3)	0,100	0,082
40° (5)	0,167	—
70° (8)	0,302	0,291
100° (11)	0,263	0,274
140° (15)	0,069	0,0766
160° (17)	0,019	0,020
170° (18)	0,0158	0,014

Tab. XV. Sýtosti interferenčných farieb vo svetle žiarovky.

Otočenie (farba)	teoretická	experimentálna
0° (1)	0,448	0,375
10° (2)	0,520	0,510
20° (3)	0,814	0,650
40° (5)	0,936	—
70° (8)	0,838	0,820
100° (11)	0,646	0,689
140° (15)	0,084	0,050
160° (17)	0,508	0,423
170° (18)	0,537	0,508

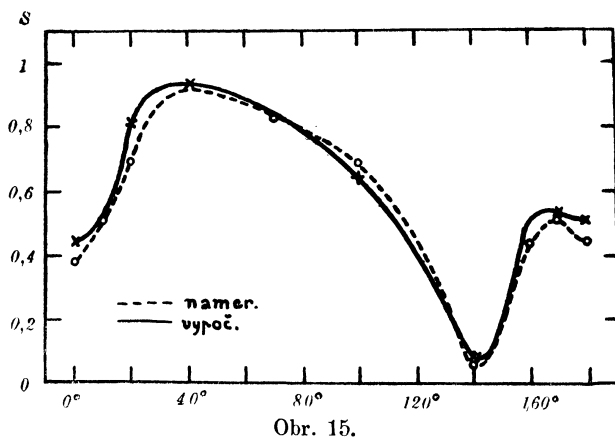
Tab. XVI. Dominantné vlnové dĺžky interferenčných farieb vo svetle žiarovky.

Otočenie (farba)	teoretická (v Å)	experimentálna (v Å)
0° (1)	5040 (doplň.)	5048 (doplň.)
10° (2)	6270	6182
20° (3)	6018	6078
40° (5)	5953	—
70° (8)	5863	5867
100° (11)	5802	5800
140° (15)	4950	4988
160° (17)	4770	4672
170° (18)	5600 (doplň.)	5700 (doplň.)
	4000	



fariieb a to vypočítanú na základe *Exnerovho a Kohlrauschovho vzťahu* pre jasnosti relatívne.

Tabuľky č. XIV, XV, XVI uvádzajú výsledky získané pre vyšetované farby jednak teoreticky ako i experimentálne, a to pre ich relatívnu jasnosť, sýtosť a farebný tón. Grafické znázornenie týchto závislostí predstavujú obr. 14, 15, 7.



Došlo 12. júna 1951.

Ústav technickej fyziky  
Slovenskej vysokej školy technickej  
v Bratislave.

## ВЫВОДЫ

В первой главе статьи дан краткий очерк трихроматической теории цвета. Вторая и третья главы посвящены теоретическому и опытному исследованию цветов интерференции, возникающих в пластинке кварца сошлифованной перпендикулярно к оптической оси и помещенной в параллельных лучах между скрещенными николями.

Линейно поляризованный белый свет, проходя через кварцевую пластинку обнаруживает вращательную дисперсию, которую хорошо выражает формула Лэури-Куд-Адамса:

$$\alpha_\lambda = \frac{A}{\lambda - \lambda_0^2} + \frac{B}{\lambda - \lambda_0'^2} + C\lambda$$

где  $\alpha_\lambda$  — удельное вращение для длины волны  $\lambda$ , измеряемой в  $\mu$ ,

$$A = 9,5639, \quad B = -2,3113, \quad C = -0,1905, \quad \lambda_0^2 = 0,0127493, \quad \lambda_0'^2 = 0,000974.$$

После прохождения света через анализатор амплитуда светового вектора будет иметь значение

$$(D\lambda)_a = (D\lambda)_p \cdot \cos(w \mp \alpha_\lambda d),$$

где  $(D\lambda)_p$  — амплитуда светового вектора в поляризаторе при длине волны  $\lambda$  и выражение  $u = w \mp \alpha_\lambda d$  — угол, который составляют между собой плоскость поляризации и плоскость анализатора после прохождения через пластинку кварца при угле скрещения николей  $w$ . Так как  $(D\lambda)_a$  является функцией  $w$ , поле зрения анализатора обнаруживает разную окраску для разного скрещения николей  $w$ .

Координаты  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{g}$ ,  $\mathbf{b}$  интерференционных цветов, возникших в солнечном свете в отношении к основным цветам  $R$ ,  $G$ ,  $B$  определенные с помощью исследования цветной слепоты, были вычислены согласно формулам

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{a}(\lambda) R(\lambda) \mathbf{d}\lambda, \quad \mathbf{g} = \int \mathbf{a}(\lambda) G(\lambda) \mathbf{d}\lambda, \quad \mathbf{b} = \int \mathbf{a}(\lambda) B(\lambda) \mathbf{d}\lambda,$$

где  $\mathbf{a}(\lambda)$  — кривые пропускания света анализатором после прохождения через пластинку кварца (таб. III, рис. 5) и  $R(\lambda)$ ,  $G(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$  — кривые Кёнига (рис. 2, таб. I).

Суммарные результаты приведены в таб. VI и в рис. 6. Из этих величин определены зависимости длины волн интерференционных цветов, их сытости и яркости от угла поворота анализатора. В таб. V, VI, VII даны соответствующие результаты.

С целью опытной проверки результатов интерференционные цвета были снова вычислены в свете лампы накаливания, свет которой был сопоставлен с солнечным светом с помощью спектрофотометра Кёниг-Мартенса. Координаты этих интерференционных цветов в системе  $R$ ,  $G$ ,  $B$  выражают следующие формулы

$$\mathbf{r} = \int \mathbf{a}(\lambda) P(\lambda) R(\lambda) \mathbf{d}\lambda, \quad \mathbf{g} = \int \mathbf{a}(\lambda) P(\lambda) G(\lambda) \mathbf{d}\lambda, \quad \mathbf{b} = \int \mathbf{a}(\lambda) P(\lambda) B(\lambda) \mathbf{d}\lambda,$$

где  $\mathbf{a}(\lambda)$ ,  $R(\lambda)$ ,  $G(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$  имеют то же самое значение как и в предыдущем

случае и  $u = P(\lambda) = \frac{J_{i\lambda}}{J_s \lambda}$  — отношение яркости света лампы  $J_{i\lambda}$  и яркости сол-



нечного света для той же самой длины волны  $\lambda$ . Результат вычисления этих цветов интерференции дан в таб. IX, и их зависимости касательно яркости, сытости, длины волны даны постепенно в прямом сопоставлении с опытными данными в таб. XIV, XV, XVI. Рис. 6 содержит графическое изображение этих цветов; здесь теоретически определенные цвета обозначены 1, 2, 3... и те же самые цвета, определенные опытным путем отмечены 1', 2', 3'...

Опытное измерение производилось с помощью прибора, состоящего из трех цветных источников света, созданных лампами накаливания и фильтрами, которые были раньше точно промерены. Яркость источников света была контролирована серыми клинами. Цвета, наблюдаемые в поле зрения анализатора были воспроизведены с помощью выбранных цветных источников и опытным путем определенные координаты были перечислены в систему гипотетических цветов  $R, G, B$ . Результаты показывают согласие между теорией и опытом.